❖ Pekka Pulkkinen ❖ Martti Holopainen ❖

Talous- ja rahoitus-matematiikka

Sanoma Pro Oy
Helsinki

Tiedustelut
Sanoma Pro Oy, Helsinki
puh. 020 391 000
sähköposti: asiakaspalvelu@sanomapro.fi

www.sanomapro.fi

Kustantaja: Sanoma Pro Oy
Tämä aineisto on digitaalinen rinnakkaisversio
tuotteesta ISBN 978-951-0-31299-5 Talous- ja rahoitusmatematiikka

12 kk lisenssi ISBN 978-952-63-2115-8
48 kk lisenssi ISBN 978-952-63-2116-5

Toimitus: Leena Koskua
Ulkoasu: Jaana Rautio, Gravision
Taitto: Tuula Backström
Kuvitus: Krista Partti
Kansi: Mauri Uusitalo

© Pekka Pulkkinen, Martti Holopainen ja Sanoma Pro Oy

Kopiointiehdot
Tämä teos on digitaalinen oppikirja, joka on suojattu tekijänoikeuslailla (404/61).

Lukijalle

Tämä Talous- ja rahoitusmatematiikka-kirjan kokonaan uudistettu painos on tarkoitettu erityisesti ammattikorkeakoulujen yhteiskuntatieteiden, liiketalouden ja hallinnon alan sekä tietojenkäsittelyalan talous- ja rahoitusmatematiikan opiskeluun. Kirjaa voidaan käyttää myös erilaisten ammatillisten kurssien ja täydennyskoulutuksen opiskelumateriaalina. Kirja soveltuu opiskelijalle, jolla on lukion lyhyen matematiikan oppimäärää vastaavat tiedot.

Kirjan alussa on lyhyt prosenttilaskun kertaus, jonka jälkeen käsitellään prosenttilaskun sovelluksina mm. verotusta ja talouselämän indeksejä. Korko- ja koronkorkolaskun jälkeen perehdytään niiden käytännön sovelluksiin, kuten luottoihin sekä investointi- ja arvopaperilaskelmiin. Niiden lisäksi kirjassa käsitellään mm. valuuttalaskuja ja hinnoittelua.

Asioiden käsittelyssä edetään yksittäistapausten kautta yleistyksiin. Näin opiskelijan ongelmanratkaisutaidot kehittyvät ja hän huomaa, että matematiikka on hyödyllinen ja tehokas työkalu ratkaistaessa työelämässä päivittäin esiintyviä ongelmia. Samaa periaatetta käytetään kirjan runsaissa esimerkeissä ja tehtävissä, joissa yksinkertaisten käytännön sovellusten jälkeen siirrytään vaativampiin esimerkkeihin ja tehtäviin.

Aikaisempiin painoksiin verrattuna uudistetussa painoksessa on huomattavasti enemmän sellaisia esimerkkejä ja tehtäviä, joiden ratkaisemisessa tarvitaan tietokonetta. Varsinkin taulukkolaskentaohjelmaa, esimerkiksi Exceliä, tarvitaan monissa käytännön sovelluksissa. Kirjan esimerkeissä on hyödynnetty myös pankkien ja rahoitusyhtiöiden Internet-sivujen rahoituslaskimia. Myös opiskelija voi käyttää niitä harjoitustehtäviä tehdessään.

Erityistä huomiota on kiinnitetty siihen, että kirjan terminologia vastaa elinkeinoelämässä käytettyjä vakiintuneita termejä ja käsitteitä. Niiden määrittelyssä on käytetty lähteinä mm. kuluttaja- ja kilpailulainsäädäntöä sekä kuluttaja-asiamiehen ja Suomen Pankkiyhdistyksen ohjeita ja suosituksia. Matematiikan teorian sijasta kirjassa painottuvat työelämän ammattien vaatimukset.

Kiitämme kollegoitamme, opiskelijoita ja työelämän edustajia, joiden antamien vihjeiden ja kommenttien ansiosta kirja on saatu entistä toimivammaksi ja käytännönläheisemmäksi. Kirjan edelleen kehittämiseksi otamme vastakin mielihyvin palautetta vastaan; sitä voi antaa suoraan meille tekijöille tai kustantajan kautta.

Kuopiossa ja Valkeakoskella helmikuussa 2006

Pekka Pulkkinen
pekka.pulkkinen@savonia-amk.fi

Martti Holopainen
martti.holopainen@hamk.fi

Kirjan 4.–5. painokseen (2007) on korjattu 4. uudistetussa painoksessa havaitut virheet.

Kuopiossa ja Valkeakoskella tammikuussa 2007

Tekijät

Sisällysluettelo

Lukijalle 3

1 Prosenttilasku 9
1.1 Prosenttilaskun perustapaukset 9
1.2 Peräkkäiset prosenttimuutokset 11
1.3 Prosenttiyksikkö 13
1.4 Tiedossa pelkät prosenttiluvut 14
1.5 Prosenttilaskun soveltaminen 15
Ansiotulojen verotus 15
Pääomatulojen verotus 17
Perintö- ja lahjaverotus 19
Arvonlisävero 22

2 Indeksit 33
2.1 Käsitteitä 33
2.2 Hinta- ja määräsuhde 34
2.3 Ryhmäindeksi 35
2.4 Perusajankohdan laskennallinen muuntaminen 39
2.5 Indeksien käyttö 41
2.6 Deflatointi ja inflatointi 43

3 Valuutat 48
3.1 Valuuttakurssit 49
3.2 Valuutan muunnokset 51
Eurojen vaihtaminen ulkomaan valuutaksi 51
Ulkomaan valuutan vaihtaminen euroiksi 52
3.3 Valuutat ja ulkomaankauppa 53
Valuutan kurssimuutosten vaikutus hintoihin 54

4 Korkolasku 63
4.1 Peruskäsitteitä 63
4.2 Korkolaskun perustapaukset 65
Peruskaava 65
Korkoaika 66
Pääoma 69
Korkokanta 70
4.3 Kasvanut pääoma 71
4.4 Diskonttaus 72
4.5 Keskikorkokanta 74

5 Koronkorkolasku 78
5.1 Lukujonot ja sarjat 78
5.2 Korkolaskun käsitteitä 80
5.3 Koronkorkolaskun perustapaukset 81
Peruskaava 81
Diskonttaus 85
Korkokanta 88
Korkoaika 93
5.4 Jaksolliset suoritukset 101
Jaksollisten suoritusten loppuarvo 101
Jaksollisten suoritusten lukumäärä 106
Jaksollisten suoritusten alkuarvo 108
Annuiteetti 112
Korkokannan määrittäminen 115
5.5 Jatkuva korkolasku 117
Peruskaava 117
Kasvanut pääoma 118
Diskonttaus 119
Konforminen korkokanta 122
5.6 Yhteenveto 123

6 Luotot 130
6.1 Luoton lyhennystavat 130
6.2 Luoton nosto- ja palvelumaksut 131
6.3 Luoton korko 132
Luoton todellinen vuosikorko 132
6.4 Bulletluotot 133
6.5 Tasalyhennysluotot 133
6.6 Tasaeräluotot 135
Tasaerän laskeminen 135
Tasaeräluoton lainajäännös 137
6.7 Todellinen vuosikorko 141
Luoton todellinen vuosikorko 142
6.8 Osamaksurahoitus 147
Osamaksukaupan käsitteitä 147
6.9 Leasingrahoitus 153
Leasingkertoimen laskeminen 155

7 Investointilaskelmat 168
7.1 Peruskäsitteitä 168
7.2 Laskentamenetelmät 170
Lyhimmän takaisinmaksuajan menetelmä 170
Pääoman tuottoastemenetelmä 171
Nykyarvomenetelmä 172
Annuiteettimenetelmä 177
Sisäisen korkokannan menetelmä 183
7.3 Laskelmat ja päätöksenteko 186
Menetelmien vertailua 187
Riskit 187
Herkkyysanalyysi 189

8 Hinnoittelu 197
8.1 Katetuottolaskennan perusteet 199
8.2 Katetuottohinnoittelun perusteet 207
8.3 Arvonlisävero 211
Arvonlisäverotuksen yleisperiaate hinnoittelussa 212

9 Arvopaperit 227
9.1 Käsitteitä 227
Osakkeet 227
Joukkovelkakirjat 228
Optiot 228
Sijoitusrahastojen osuudet 228
Missä arvopaperikauppaa käydään? 229
Mistä tiedot? 229
Kaupankäynnin mittarit 230
Pörssilistat 230
Indeksit 230
9.2 Osakkeet ja merkintäoikeus 231
Merkintäoikeus 232
Osakkeiden osto ja myynti 233
Osakkeiden tuotto 234
Osakkeiden tuottolaskelmat 235
9.3 Joukkovelkakirjat 237
Joukkolainojen osto ja myynti 237
9.4 Sijoitusrahastot ja sijoitusvakuutukset 238
Sijoitusrahastojen edut 239
Kustannukset 240
Tuottolaskelmia 240
9.5 Riskit 244
Sijoitusneuvoja 245

Liitteet 248
Kaavakokoelma 248
Exelin funktioita 254

Tehtävien vastauksia 255

1 Prosenttilasku

Jokaisen liike-elämässä mukana olevan on hallittava hyvin tavallisimmat prosenttilaskut. Tämän varmistamiseksi kerrataan aluksi prosenttilaskun keskeiset asiat.

1.1 Prosenttilaskun perustapaukset

Prosenteilla kuvataan muun muassa

– suhteellista osuutta
– muutosta
– vertailua
– pitoisuutta.

Vertailu tai muutos lasketaan aina perusarvosta. Perusarvo on

– päätteeseen -sta tai -stä liittyvä suureen arvo
– vertailuissa kuin-sanan jälkeinen suureen arvo
– partitiivipäätteeseen -a tai -ä liittyvä suureen arvo
– koko määrää tai kokonaisuutta kuvaava suureen arvo
– alkuperäinen tai aikaisempi suureen arvo
– sopimuksen tai vakiintuneen tavan mukaan määräytyvä suureen arvo.

Tehtävä	Ratkaisu
1. Laske 15 % 250 eurosta.	$0{,}15 \cdot 250\,€ = 37{,}50\,€$
2. Lisää 15 % 250 euroon.	$1{,}15 \cdot 250\,€ = 287{,}50\,€$
3. Vähennä 15 % 250 eurosta.	$0{,}85 \cdot 250\,€ = 212{,}50\,€$
4. Kuinka monta prosenttia 51 euroa on 340 eurosta?	$\frac{51\,€}{340\,€} = 0{,}15 = 15\,\%$
5. Kuinka monta prosenttia 180 euroa on suurempi kuin 125 euroa?	$\frac{180\,€}{125\,€} = 1{,}44 \Rightarrow 44\,\%$
6. Kuinka monta prosenttia 80 euroa on pienempi kuin 125 euroa?	$\frac{80\,€}{125\,€} = 0{,}64 \Rightarrow 36\,\%$
7. Hinta oli ennen 75 euroa ja on nyt 91,50 euroa. Laske hinnan nousuprosentti.	$\frac{91{,}50\,€}{75\,€} = 1{,}22 \Rightarrow 22\,\%$
8. Hinta oli ennen 65 euroa ja on nyt 57,20 euroa. Laske hinnan laskuprosentti.	$\frac{57{,}20\,€}{65\,€} = 0{,}88 \Rightarrow 12\,\%$
9. Hinta nousi 8 % ja on nyt 145,80 euroa. Laske alkuperäinen hinta.	$\frac{145{,}80\,€}{1{,}08} = 135\,€$
10. Hinta laski 5 % ja on nyt 77,90 euroa. Laske alkuperäinen hinta.	$\frac{77{,}90\,€}{0{,}95} = 82\,€$
11. Mistä hinnasta 22 % on 16,50 euroa?	$\frac{16{,}50\,€}{0{,}22} = 75\,€$
12. Ryhmässä on 23 naista ja 27 miestä. Laske naisten ja miesten prosenttiosuudet.	Naisia: $\frac{23}{23+27} = 0{,}46 \Rightarrow 46\,\%$ Miehiä: $\frac{27}{23+27} = 0{,}54 \Rightarrow 54\,\%$

1.2 Peräkkäiset prosenttimuutokset

Jos jokin luku muuttuu p %, muuttunut arvo saadaan kertomalla alkuperäinen luku kertoimella

$$\left(1+\frac{p}{100}\right)$$

Jos p on positiivinen, lasketaan kertoimen avulla perusarvoa suurempi arvo, ja jos p on negatiivinen, lasketaan kertoimen avulla perusarvoa pienempi arvo.

Prosenttiluvun desimaalimuotoa merkitään i:llä.

$$p\,\% = \frac{p}{100} = i$$

Tätä merkintätapaa käyttäen saadaan edellä oleva kerroin ilmaistua seuraavalla tavalla.

$$\left(1+\frac{p}{100}\right) = (1+i)$$

Peräkkäin tapahtuvilla prosenttimuutoksilla tarkoitetaan tapahtumaa, jossa ensimmäisen prosenttimuutoksen jälkeistä arvoa muutetaan edelleen jollakin prosenttimäärällä. Muutoksia suuntaan tai toiseen voi olla kuinka monta tahansa.

Merkitään alkuarvoa A:lla ja lopullista arvoa L:llä. Tällöin

$$L = (1+i_1)(1+i_2)\cdots(1+i_n)\cdot A.$$

Jos muutokset ovat kaikki samansuuruisia ja samansuuntaisia, saadaan

$$L = (1+i)^n \cdot A.$$

ESIMERKKI 1

Seutulipun hintaa korotettiin viime vuonna 6 prosenttia ja nyt sitä ollaan korottamassa 5 prosenttia. **Laske seutulipun tuleva hinta, kun hinta ennen viime vuoden korotusta oli 85 euroa.**

1,06 · 1,05 · 85 € = 94,60 €

ESIMERKKI 2

Hintaa korotetaan peräkkäin 5 %, 6 % ja 7 %. **Kuinka monta prosenttia alkuperäinen hinta oli noussut?**

$1{,}05 \cdot 1{,}06 \cdot 1{,}07 \cdot A = 1{,}19091\,A$

Nousu on yhteensä 19,1 %.

ESIMERKKI 3

Kesämökin arvo nousee keskimäärin 6 prosenttia vuodessa. **Laske kesämökin arvioitu arvo viiden vuoden kuluttua, kun sen arvo on nyt 75 000 euroa.**

$1{,}06^5 \cdot 75\,000\,€ = 100\,367\,€ \approx 100\,000\,€$

ESIMERKKI 4

Hintaa korotettiin aluksi 8 prosenttia, mutta näin saatua liian korkeaksi osoittautunutta hintaa jouduttiin myöhemmin kilpailusyistä alentamaan 2,5 prosenttia. **Laske alkuperäinen hinta, kun lopullinen hinta on 473,85 euroa.**

$$\frac{473{,}85\,€}{0{,}975 \cdot 1{,}08} = 450\,€$$

ESIMERKKI 5

Tuotteen hintaa korotetaan peräkkäin p % kerrallaan. **Millä *p*:n arvolla hinta kaksinkertaistuu 10 nousukerran jälkeen?**

$(1 + i)^{10} \cdot A = 2A$

$1 + i = \sqrt[10]{2}$

$i = \sqrt[10]{2} - 1 \approx 0{,}072$

p:n arvo on 7,2 %.

Tarkistus: $1{,}072^{10} = 2{,}00$

1.3 Prosenttiyksikkö

ESIMERKKI 6

Eräänä vuonna asumismenojen osuus kulutusmenoista oli 17,2 % ja seuraavana vuonna 17,0 %. Asumismenojen osuus kulutusmenoista siis laski 0,2 prosenttiyksikköä.

Suhteellisten osuuksien muutokset ilmoitetaan **prosenttiyksikköinä.** Jos suureen osuus on aluksi p % ja myöhemmin q %, on muutos $(q - p)$ prosenttiyksikköä. Vastaavasti, jos suureen osuus on aluksi p % ja se muuttuu q prosenttiyksikköä, on uusi osuus

p % ± q %-yksikköä = $(p \pm q)$ %

riippuen siitä, onko muutos lisäystä vai vähennystä.

ESIMERKKI 7

Eräissä eduskuntavaaleissa ääniä annettiin 2 681 291, joista puolue P sai 194 846 ääntä. Seuraavissa vaaleissa ääniä annettiin 2 791 757, ja puolueen P äänimäärä kasvoi 14,7 prosenttia. **Kuinka monta prosenttiyksikköä ja mihin suuntaan muuttui puolueen P kannatus?**

Puolueen P saama äänimäärä jälkimmäisissä vaaleissa:
1,147 · 194 846 = 223 488

Puolueen P kannatus aluksi: (194 846 / 2 681 291) = 0,073 = 7,3 %

Puolueen P kannatus myöhemmin: (223 488 / 2 791 757) = 0,080 = 8,0 %

Puolueen P kannatus nousi: 8,0 % – 7,3 % = 0,7 prosenttiyksikköä.

ESIMERKKI 8

Palkka on 2 500 euroa, josta maksetaan veroa 37 %. Palkkaan tulee p prosentin korotus, mutta samalla veroaste nousee 2 prosenttiyksikköä. **Millä *p*:n arvolla nettopalkka pysyy ennallaan?**

Nettopalkka aluksi: 0,63 · 2 500 € = 1 575 €

Uusi bruttopalkka: $(1 + i)$ · 2 500 €

Uusi nettopalkka: 0,61 · $(1 + i)$ · 2 500 €

Yhtälö: 0,61 · $(1 + i)$ · 2 500 € = 1 575 €

$(1 + i)$ = 1,033, eli p % ≈ 3,3 %

Palkankorotus on 3,3 %.

1.4 Tiedossa pelkät prosenttiluvut

Muutamissa prosenttilaskutehtävissä on annettu vain prosenttilukuja. Lähtöarvoiksi kelpaavat periaatteessa mitkä luvut tahansa. Tavallisimmin käytettyjä lukuja ovat a, b,… tai $100a$, $100b$ jne.

Tämänkaltaiset tehtävät on usein paras havainnollistaa taulukon avulla. Taulukkoon merkitään lähtötiedot ja muutoksen jälkeiset tiedot. Tuloksen saa laskettua esimerkiksi vertailun tai yhtälön avulla.

ESIMERKKI 9

Metsäteollisuuden kokonaisvientimäärä oli eräänä vuonna 10 prosenttia pienempi mutta yksikköhinta 6 % korkeampi kuin edellisenä vuonna.
Kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan viennin arvo oli muuttunut?

	Hinta (€/yks.)	Määrä (yks.)	Viennin arvo (€)
Ennen	100 a	100 b	10 000 ab
Nyt	106 a	90 b	9 540 ab

$$\frac{9540ab}{10\,000ab} = 0{,}954$$

Viennin arvo laski 4,6 %.

ESIMERKKI 10

Alkoholin hintaan tullut 10 prosentin alennus lisää kulutusta q %. **Millä q:n arvolla myyntitulot pysyisivät ennallaan?**

	Hinta (€/yks.)	Kulutus (yks.)	Myyntitulot (€)
Ennen	100 a	100 b	10 000 ab
Nyt	90 a	x	10 000 ab

Yhtälö: $90a \cdot x = 10\,000ab$

josta $x = 111{,}11b$

Lisäys olisi 11,1 %.

1.5 Prosenttilaskun soveltaminen

Ansiotulojen verotus

Tyypillisiä prosenttilaskun sovelluksia ovat verotukseen liittyvät tehtävät. Verot voivat olla **välittömiä** tai **välillisiä** veroja tai **veronluonteisia** maksuja. Verotusoikeus on valtion lisäksi kunnilla ja kirkolla. Tarkastellaan aluksi **ansiotulon** verotusta.

Valtio perii ansiotulosta veroa vuosittain vahvistettavan tuloveroasteikon mukaan.

Vuoden 2005 valtion tuloveroasteikko		
Verotettava ansiotulo (€)	**Vero alarajan kohdalla (€)**	**Vero alarajan ylittävästä osasta (%)**
12 000 – 15 400	8	10,5
15 400 – 20 500	365	15,0
20 500 – 32 100	1 130	20,5
32 100 – 56 900	3 508	26,5
56 900 –	10 080	33,5

Valtion verotuksessa vuonna 2005 käytetty tuloveroasteikko.
(Lähde: Verohallitus.)

Lisäksi ansiotulosta maksetaan kunnallisveroa kunnanvaltuuston kunakin vuonna vahvistaman veroprosentin mukaan. Seurakuntien päättävät elimet vahvistavat vastaavasti kirkollisveron määrän vuosittain.

Palkansaajan maksamia veronluonteisia maksuja ovat **työntekijän sairausvakuutusmaksu** 1,5 %, **palkansaajan työttömyysvakuutusmaksu** 0,50 % ja **työntekijän eläkemaksu** 4,6 % (alle 53-vuotiaat) tai 5,8 % (53 vuotta täyttäneet). Kaikki edellä mainitut luvut liittyvät vuoden 2005 verotukseen.

Palkansaaja maksaa palkkatulosta **ennakonpidätyksen.** Verovuoden lopullinen verotus voi poiketa ennakonpidätysten yhteismäärästä, koska muun muassa erilaisten **vähennysten** määrää on vaikea tarkkaan ennakoida. Jos lopullinen verotus poikkeaa ennakonpidätysten yhteismääräs-

tä, verovelvollinen joutuu maksamaan lisäveroa tai hän saa veronpalautusta riippuen siitä, onko ennakonpidätystä peritty liian vähän vai liikaa.

Verotettava tulo saadaan vähentämällä ansiotulosta mahdolliset vähennykset. Vähennykset voivat olla valtion verotuksessa ja kunnallisverotuksessa erilaisia, joten myös verotettava tulo on yleensä valtion verotuksessa ja kunnallisverotuksessa erilainen.

ESIMERKKI 11

Vuonna 2005 palkansaajan valtion verotuksessa verotettava ansiotulo oli 28 350 euroa. **Laske valtionveron määrä.**

Edellä olevasta taulukosta havaitaan, että verotettavan ansiotulon ollessa 20 500 € – 32 100 €, vero alarajan kohdalla on 1 130 euroa ja alarajan ylittävästä osasta peritään valtionveroa 20,5 %, joten

$$\begin{aligned}\text{valtionvero} &= 1\,130\,€ + 0{,}205 \cdot (28\,350 - 20\,500)\,€ \\ &= 1\,130\,€ + 0{,}205 \cdot 7\,850\,€ = 2\,739{,}25\,€.\end{aligned}$$

ESIMERKKI 12

Edellisen esimerkin palkansaajan verotettava ansiotulo kunnallisverotuksessa oli 27 750 euroa, kunnallisveroprosentti 18,5 %, kirkollisveroprosentti 1,75 % ja sairausvakuutusmaksu 1,5 %. **Laske kunnallisveron määrä sekä ansiotuloveron kokonaismäärä vuoden 2005 verotuksessa.**

Kunnallisveroprosentti, kirkollisveroprosentti ja sairausvakuutusmaksu prosentteina yhdistetään usein kunnallisveron yhteisprosentiksi:
18,5 % + 1,75 % + 1,5 % = 21,75 %.

Kunnallisvero = 0,2175 · 27 750 € = 6 035,63 €

Kunnallisvero	6 035,63 €
Valtionvero	2 739,25 €
Kunnallisveron ja valtionveron yhteismäärä	8 774,88 €

Verotoimisto vahvistaa palkansaajalle vuosittain **ennakonpidätysprosentin,** joka on laskettu henkilön arvioitujen ansiotulojen perusteella. Jos tulot muuttuvat verovuoden aikana oleellisesti, voi palkansaaja pyytää verotoimistoa laskemaan loppuvuodelle uuden ennakonpidätysprosentin. Ennakonpidätysprosentti on määrätty siten, että se mahdollisimman tarkoin vastaa lopullisen verotuksen valtion veroa ja kunnallisveroa.

Ennakonpidätysprosentin mukaisen ennakkoveron lisäksi työnantaja on velvollinen pidättämään palkasta työntekijän eläkemaksun ja palkansaajan työttömyysvakuutusmaksun. Lisäksi työnantaja perii palkanmaksun yhteydessä myös ammattiyhdistyksen jäsenmaksun, jos työntekijä on ammattiyhdistyksen jäsen.

Kaikki edellä mainitut maksut peritään myös **luontoiseduista,** joita ovat muun muassa autoetu, puhelinetu ja ateriaetu.

ESIMERKKI 13

Alle 53-vuotiaan henkilön palkka on 2 738,70 euroa kuukaudessa. Lisäksi hänellä on puhelinetu, jonka verotusarvo on 20 euroa kuukaudessa. Palkansaaja kuuluu ammattijärjestöön, jonka jäsenmaksu on 1,1 % varsinaisen palkan ja luontoisetujen yhteismäärästä. **Laske henkilön nettopalkka kuukaudessa, kun hänelle vahvistettu ennakonpidätysprosentti on 34 %.**

Rahapalkka		2 738,70 €
Puhelinetu		20,00 €
Veronalainen ansio		2 758,70 €
Ennakonpidätys	34 %	937,95 €
Työntekijän eläkemaksu	4,6 %	126,90 €
Työttömyysvakuutusmaksu	0,5 %	13,80 €
Ammattijärjestön jäsenmaksu	1,1 %	30,35 €
Maksetaan		1 649,70 €

Pääomatulojen verotus

Pääomatuloja ovat korkotulo, pörssiyhtiöstä saatu osinkotulo, vuokratulo, voitto-osuus, henkivakuutuksen tuotto, maa-aineksista saadut tulot ja kiinteän tai irtaimen omaisuuden luovutuksesta saatu voitto **(luovutusvoitto)** sekä muu sellainen tulo, jota varallisuuden voidaan katsoa kerryttäneen.

Pääomatulojen verotuksessa tuloista saadaan vähentää tulon hankkimisesta aiheutuneet kulut. Nettotulosta maksetaan voimassa olevan verokannan mukainen vero. Vuoden 2005 alusta alkaen pääomatulojen veroprosentti on ollut 28 prosenttia.

ESIMERKKI 14

Sijoitustilin korko on 3,5 % sijoitetusta määrästä vuodessa. Ville sijoitti kyseiselle tilille 3 000 euroa kalenterivuodeksi. Lisäksi hän myi saman vuoden aikana veneensä 24 000 eurolla. Ostaessaan veneen edellisenä vuonna hän oli maksanut siitä 22 500 euroa. **Kuinka paljon Villelle kertyi pääomatuloja yhteensä verojen maksun jälkeen?** Pääomaveroprosentti on 28.

Korkotulo (brutto) 3,5 % / 3 000 €	105,00 €
Vero 28 % / 105,00 €	29,40 €
Korkotulo (netto)	75,60 €
Luovutusvoitto veneestä (24 000 – 22 500) €	1 500,00 €
Vero 28 % / 1 500 €	420,00 €
Luovutusvoitto (netto)	1 080,00 €

Villen pääomatulot (netto) 75,60 € + 1 080,00 € = 1 155,60 €.

Korkotulosta perittävää pääomaveroa sanotaan **lähdeveroksi.** Jos pääoma on talletettu pankkiin, pankki perii veron ja tilittää sen valtiolle.

Kiinteän tai irtaimen omaisuuden myynnistä saatavaa luovutusvoittoa laskettaessa myyntihinnasta saadaan vähentää joko todellinen hankintameno tai hankintameno-olettama. Hankintameno-olettama on 20 prosenttia myyntihinnasta, jos omaisuus on omistettu alle 10 vuotta. Jos omaisuus on omistettu vähintään 10 vuotta, on hankintameno-olettama 40 prosenttia. Jos omaisuus on saatu perintönä tai lahjana, on verottajan vahvistama perintö- tai lahjaveroarvo hankintameno.

Verottaja käyttää luovutusvoiton veroa määrätessään joko todellista hankintamenoa tai hankintameno-olettamaa sen mukaan, kumpi on veron maksajalle edullisempi.

Oman asunnon myyntivoitto on muusta omaisuuden myynnistä poiketen verovapaata, jos asunnon omistaja on omistanut asunnon ja asunut siinä yhtäjaksoisesti vähintään kaksi vuotta.

ESIMERKKI 15

Päivi peri mummoltaan vuonna 1993 kesämökin, jolloin verottaja vahvisti mökin perintöveroarvoksi 120 000 markkaa. Myydessään mökin vuonna 2005 Päivi sai siitä 93 000 euroa. **Kuinka paljon Päivi joutui maksamaan luovutusvoitosta veroa?**

Koska perintöveroarvo oli vahvistettu markkoina, se on muutettava euroiksi jakamalla luvulla 5,94573.

$$\text{Perintöveroarvo} = \text{hankintameno} = \frac{120\,000}{5{,}94573}\ € = 20\,183\ €.$$

$$\text{Hankintameno-olettama} = 0{,}4 \cdot 93\,000\ € = 37\,200\ €.$$

Myyntivoitto lasketaan hankintameno-olettaman perusteella, koska se on myyjälle edullisempi:

$$\text{Myyntivoitto} = 93\,000\ € - 37\,200\ € = 55\,800\ €.$$

$$\text{Pääomavero} = 0{,}28 \cdot 55\,800\ € = 15\,624\ €.$$

Perintö- ja lahjaverotus

Perintö- ja lahjaverotuksessa noudatetaan seuraavia periaatteita (*lähde: Verohallitus*).

Perintönä tai testamentilla saadusta omaisuudesta on suoritettava perintöveroa, jos perinnönjättäjä tai perinnönsaaja taikka testamentinsaaja asui perinnönjättäjän kuolinhetkellä Suomessa. Perintöverotus toimitetaan perukirjan tai veroilmoituksen perusteella. Perunkirjoitus on toimitettava kolmen kuukauden kuluessa kuolemantapauksesta.

Perintöverotuksessa pesän varat arvostetaan käypään arvoon vainajan kuolinhetkellä. Käyvällä arvolla tarkoitetaan omaisuuden todennäköistä myyntihintaa. Veroa on suoritettava 3 400 euroa tai sitä suuremmasta perintöosuudesta.

Pesän varoista sekä perintöosuuksista voidaan tehdä eräitä vähennyksiä. Esimerkiksi hautaamisesta ja perunkirjoituksesta aiheutuneet kohtuulliset kustannukset saa vähentää pesän arvosta. Puolisovähennys on 6 800 euroa ja alaikäisyysvähennys 3 400 euroa.

Perintövero määräytyy omaisuuden arvon ja sukulaisuussuhteen nojalla 1.1.2002 lukien seuraavasti:

Verotettavan osuuden arvo (€)	Veron vakioerä osuuden alarajan kohdalla (€)	Vero-% ylimenevästä osasta
3 400–17 000	85	10
17 000–50 000	1 445	13
50 000–	5 735	16

Veroluokassa I asteikon mukainen vero
Veroluokassa II asteikon mukainen vero kaksinkertaisena
Veroluokassa III asteikon mukainen vero kolminkertaisena

Kuolinpesästä tulevien osuuksien saajat luetaan kolmeen veroluokkaan:

I perinnönjättäjän aviopuoliso, lapsi, aviopuolison lapsi, ottolapsi, isä, äiti, ottovanhemmat ja lapsen tai ottolapsen rintaperillinen sekä perinnönjättäjän kihlakumppani, jolle annetaan perintökaaren 8 luvun 2 §:ssä tarkoitettu avustus, tuloverolain 7 §:n 3 momentin tarkoittama avopuoliso

II perinnönjättäjän veli, sisar ja veli- tai sisarpuoli, veljen, sisaren ja veli- tai sisarpuolen jälkeläinen; sekä

III muut sukulaiset ja vieraat.

Verotettavan perintöosuuden arvo vahvistetaan täysin sadoin euroin siten, että ylimenevät eurot jätetään ottamatta huomioon.

Lahjaverotuksen pääperiaatteet ovat samat kuin perintöverotuksessa.

Lahjasta tai ennakkoperinnöstä veroilmoituksen tekee ja allekirjoittaa lahjan tai ennakkoperinnön saaja. Alaikäisen puolesta lahjaveroilmoituksen tekee hänen huoltajansa tai tuomioistuimen määräämä edunvalvoja. Lahjaveroilmoitus on tehtävä kolmen kuukauden kuluessa siitä, kun lahja on saatu. Lähtökohtaisesti vain lahjaverotuksessa vahvistettu verotusarvo voidaan vähentää omaisuuden hankintamenona myyntihinnasta, kun mahdollista luovutusvoittoa myöhemmin lasketaan. Kuitenkin esimerkiksi silloin, kun lahjaksi on saatu julkisesti noteerattuja arvopapereita alle 3 400 euron arvosta, voidaan vähennykseksi myyntihinnasta hyväksyä verotusarvo siitä huolimatta, ettei lahjaverotusta ole toimitettu.

Alle 3 400 euron arvoisista lahjoista ei veroilmoitusta tarvitse antaa, ellei sitä erikseen vaadita. Lahjaveroilmoitus on aina annettava, kun lahjan arvo on 3 400 euroa tai sen yli. Samoin lahjaveroilmoitus on annettava, jos on saanut samalta antajalta kolmen vuoden kuluessa muita lahjoja ja lahjojen yhteenlaskettu arvo nousisi 3 400 euroon. Kaupassa muodostuu lahja silloin, kun kauppahinta on kolme neljäsosaa tai vähemmän omaisuuden käyvästä arvosta.

Lahjan arvoksi katsotaan sen käypä arvo lahjoitushetkellä. Käyvällä arvolla tarkoitetaan omaisuuden todennäköistä myyntihintaa.

Lahjaveroasteikko ja veroluokat ovat samat kuin perintöverotuksessa ja myös verotettavan lahjan arvo vahvistetaan täysin sadoin euroin siten, että ylimenevät eurot jätetään ottamatta huomioon.

ESIMERKKI 16

Ukki lahjoittaa lapsenlapselleen 5 000 euroa tämän valmistuttua ammattikorkeakoulusta. **Kuinka paljon lapsenlapsi joutuu maksamaan saamastaan lahjasta veroa?**

Lapsenlapsi maksaa veroa I veroluokan mukaan, eli asteikon mukaisen veron.

Lahjavero = 85 € + 0,10 · (5 000 – 3 400) € = 245 €.

ESIMERKKI 17

Lapseton leski testamenttasi omaisuutensa veljenpojalleen. **Kuinka paljon tämä maksoi perinnöstä veroa, kun perinnön käypä arvo oli 39 200 €?**

Veljenpoika joutuu maksamaan veroa II veroluokan mukaan, eli asteikon mukaisen veron kaksinkertaisena.

Perintövero = 2 · [1 445 + 0,13 · (39 200 – 17 000)] € = 8 662 €.

ESIMERKKI 18

Iäkäs nainen, jolla ei ollut rintaperillisiä, testamenttasi asunto-osakkeensa marttayhdistykselle. Naisen kuoltua marttayhdistys pyysi paikalliselta verotoimistolta ennakkoratkaisun perintöverosta. Sen mukaan asunto-osakkeen käypä arvo kuolinhetkellä oli 95 000 euroa ja perintöveron määrä 38 805 euroa. Marttayhdistyksen mielestä ennakkopäätöksen mukainen vero on liian suuri. **Tarkista, onko verotoimiston ilmoittama perintöveron määrä oikea.**

Marttayhdistys maksaa perintöveroa **III** veroluokan mukaan, eli asteikon mukaisen veron kolminkertaisena.

$3 \cdot [5\,735 + 0{,}16 \cdot (95\,000 - 50\,000)]$ € = 38 805 €. Ennakkopäätöksen mukainen veron määrä on oikea.

ESIMERKKI 19

Isä myi pojalleen 250 000 euron arvoisen kiinteistön 150 000 eurolla. **Kuinka paljon poika joutui maksamaan kaupasta lahjaveroa?**

Kaupasta joudutaan maksamaan lahjaveroa, jos kauppahinta on enintään kolme neljäsosaa (75 %) käyvästä arvosta.

$0{,}75 \cdot 250\,000$ € = 187 500 €. Koska ostohinta oli 150 000 €, poika joutuu maksamaan lahjaveroa käyvän arvon ja kauppahinnan erotuksesta:

250 000 € – 150 000 € = 100 000 €. Vero määräytyy **I** veroluokan mukaan.

Lahjavero = $5\,735$ € + $0{,}16 \cdot (100\,000 - 50\,000)$ € = 13 735 €.

Arvonlisävero

Välillisiä veroja ovat mm. **arvonlisävero, valmisteverot** ja **autovero.** Näistä merkittävin on arvonlisävero.

Arvonlisävero on kulutusvero, joka maksetaan tavaran tai palvelun hankinnan yhteydessä. Yrittäjä tilittää myyntinsä mukaisen arvonlisäveron valtiolle kuukausittain. Yleinen arvonlisäveroprosentti on 22. Elintarvikkeista ja rehuista maksetaan 17 prosenttia arvonlisäveroa. Kirjat, lääkkeet, liikuntapalvelut, elokuvanäytökset, henkilökuljetukset, majoituspalvelut, kulttuuri- ja viihdetilaisuudet ja televisioluvat sisältävät arvonlisäveroa 8 prosenttia.

Arvonlisävero lasketaan hyödykkeen (tavaran tai palvelun) verottomasta myyntihinnasta. Kun kyseiseen hintaan lisätään arvonlisäveron osuus, saadaan (lopullinen) myyntihinta.

ESIMERKKI 20

Matti osti elintarvikkeita 87,50 eurolla. **a) Kuinka paljon ostettuun elintarvikemäärään sisältyy arvonlisäveroa? b) Kuinka monta prosenttia arvonlisävero on myyntihinnasta?**

a) Edellä olevan mukaan elintarvikkeista perittävä arvonlisävero on 17 prosenttia verottomasta myyntihinnasta, joka on siis perusarvo.

Veroton myyntihinta		100 %
Arvonlisävero (alv)		17 %
Myyntihinta	87,50 €	117 %

$$\text{alv} = \frac{17}{117} \cdot 87{,}50\ € = 12{,}71\ €$$

b) Lasketaan kuinka monta prosenttia 12,71 euroa on 87,50 eurosta.

$$\frac{12{,}71\ €}{87{,}50\ €} = 0{,}1453 = 14{,}53\ \%$$

Tarkistus: $0{,}1453 \cdot 87{,}50\ € = 12{,}71\ €$.

Esimerkin b-kohdan tulos on yleistettävissä.

Jos arvonlisävero on 17 % verottomasta myyntihinnasta, se on $\frac{17}{117} \cdot 100\ \% = 14{,}53\ \%$ lopullisesta hinnasta.

Sekä välittömästä että välillisestä verotuksesta on saatavissa runsaasti lisätietoa Verohallituksen Internet-sivuilta <www.vero.fi>. Sivuilla on muun muassa kätevä veroprosenttilaskuri, jonka avulla voi arvioida, tarvitseeko muutoksen verokortissa näkyvään ennakonpidätysprosenttiin tai kun tulot tai vähennykset ovat oleellisesti muuttuneet esimerkiksi työstä pois jäännin tai työhön menon vuoksi. Laskurilla voi arvioida veron tarpeen tavallisimmissa tapauksissa, esimerkiksi saadessaan palkkaa, erilaisia Kelan ja työttömyyskassojen maksamia etuuksia, opintorahaa tai eläkettä.

Arvonlisäveroa käsitellään tarkemmin hinnoittelun yhteydessä (ks. s. 211).

TEHTÄVIÄ

1 Trooppisten sademetsien lasketusta 2 miljardin hehtaarin pinta-alasta häviää joka vuosi noin 15 miljoonaa hehtaaria. Kuinka monta prosenttia sademetsistä häviää vuosittain?

2 Jätteitä kertyi Suomessa vuonna 2003 yhteensä 119 286 miljoonaa kiloa. Tästä määrästä hyödynnettyä aineskäyttöä oli 40 981 miljoonaa kiloa ja hyödynnettyä energiakäyttöä 5 730 miljoonaa kiloa. *(Lähde: Tilastokeskus).*

a) Kuinka monta prosenttia hyödynnetty energiakäyttö on koko jätemäärästä?

b) Kuinka monta prosenttia koko jätemäärästä hyödynnettiin?

3 Vuonna 2003 uusiutuvien energianlähteiden kulutus oli Suomessa 333 616 TJ ja vuonna 2004 se oli 372 447 TJ *(lähde: Tilastokeskus).*

a) Kuinka monta prosenttia uusiutuvien energianlähteiden kulutus kasvoi vuodesta 2003 vuoteen 2004?

b) Vuonna 2005 pyrittiin vähentämään uusiutuvien energianlähteiden kulutusta. Kuinka monta prosenttia kulutusta pitäisi pystyä vähentämään vuoden 2004 tasosta, jotta päästäisiin takaisin vuoden 2003 tasolle?

4 Energian kokonaiskulutus energianlähteittäin jakautui seuraavasti (1 000 toe): öljy 8 949, ydinenergia 5 684, hiili 5 263, maakaasu 3 893, metsäteollisuuden jäteliemet 3 752 ja muut 7 973. Määritä kokonaiskulutuksen prosenttiosuudet. *(Lähde: Energiakatsaus 4/2005.)*

5 Kasvihuonekaasupäästöt olivat vuonna 2003 lähteittäin (milj. t CO_2-ekv.) seuraavat:

Energiaperäiset päästöt	73,0
Maatalous	5,4
Teollisuusprosessit	3,4
Jätteiden käsittely	2,7
Muut	1,0

(*lähde: Tilastokeskus.*)

Määritä eri lähteiden prosenttiosuudet.

6 Ympäristönsuojelumenot olivat vuonna 2002 Suomessa 1 031,7 miljoonaa euroa ja vuotta myöhemmin 1089,2 miljoonaa euroa *(lähde: Tilastokeskus).*

a) Kuinka monta prosenttia ympäristönsuojelumenot kasvoivat vuodesta 2002 vuoteen 2003?

b) Jos ympäristönsuojelumenot kasvavat vuonna 2004 absoluuttisesti yhtä paljon kuin edellisenä vuonna, mitkä tulevat olemaan vuoden 2004 ympäristösuojelumenot?

c) Jos ympäristönsuojelumenot kasvavat vuonna 2004 suhteellisesti yhtä paljon kuin edellisenä vuonna, mitkä ovat vuoden 2004 ympäristönsuojelumenot?

7 Joka vuosi Suomeen kantautuu muista maista 150 000 tonnia rikkiä. Suomen rikkipäästöistä, jotka ovat 100 000 tonnia, laskeutuu Suomen alueelle 25 %. Kuinka monta prosenttia Suomeen laskeutuvasta rikistä on peräisin Suomesta?

8 Henkilö maksoi tuloistaan veroa 17 621 euroa. Mikä oli verotettavan tulon määrä, kun verokanta oli 43,8 %?

9 Kauppias lupasi antaa digikamerasta 15 prosentin alennuksen, mutta laski epähuomiossa alennuksen ja hinnan yhteen ja sai tulokseksi 368 euroa. Mikä olisi ollut oikea alennettu hinta?

10 A, B ja C jakavat saamansa palkkion keskenään siten, että A saa 28 %, B saa 39 % ja C saa 462 euroa. Määritä A:n ja B:n osuudet.

11 a) Tuotteen hintaa korotettiin 9 %, ja se on nyt 119,90 euroa. Laske alkuperäinen hinta.

b) Tuotteen hintaa korotettiin 16 % eli 62 eurolla. Laske uusi hinta.

c) Tuotteen hintaa alennettiin 6 %, ja se on nyt 112,80 euroa. Laske alkuperäinen hinta.

12 Kellon hinnasta annettiin alennusta 25 %. Mikä oli kellon alennettu hinta, kun alennusta annettiin 18,50 euroa?

13 Sormus myydään 30 prosentin alennuksella hintaan 182 euroa. Kuinka monta euroa alennus on?

14 Tuotteen hintaa alennetaan 11 %. Kuinka monta prosenttia näin saatua hintaa olisi korotettava, jotta päästäisiin alkuperäiseen hintaan?

15 Kuinka monta prosenttia 120 euron hintaa on korotettava, jotta uudesta hinnasta voidaan antaa 15 prosentin alennus ja hinnaksi jää 127,50 euroa?

16 Eräänä vuonna tehtaan kapasiteetista oli käytössä 76 % ja seuraavana vuonna 88 %. Mikä oli tehtaan kapasiteetti, kun tuotanto kasvoi 19 920 kappaleella?

17 Tehtaan kokonaiskustannukset muodostuvat kiinteistä kustannuksista ja muuttuvista kustannuksista. Kun tehtaan kapasiteetista on käytössä 85 %, muuttuvat kustannukset ovat yhteensä 53 125 euroa. Mitkä ovat kokonaiskustannukset, kun kiinteät kustannukset ovat 12 500 euroa ja koko kapasiteetti on käytössä?

18 Asiakas tilaa tehtaalta 1 600 kappaletta autonrenkaita. Tehtaan pitämän tilaston mukaan tiedetään, että valmistetuista renkaista keskimäärin 3 prosenttia on viallisia. Kuinka monta rengasta on valmistettava, jotta asiakkaalle todennäköisesti voidaan toimittaa 1 600 virheetöntä rengasta?

19 Internet-liittymiä oli vuoden 2004 alussa 2 349 000 ja vuotta myöhemmin 2 573 000 *(lähde: Tilastokeskus).*

a) Jos Internet-liittymien määrä kasvaa absoluuttisesti saman määrän vuodessa, kuinka monta Internet-liittymää on vuoden 2010 alussa?

b) Jos Internet-liittymien määrä kasvaa suhteellisesti saman määrän vuodessa, kuinka monta Internet-liittymää on vuoden 2010 alussa?

20 Auton hinta oli ostettaessa 26 900 euroa. Vuotta myöhemmin sen hinnaksi arvioitiin 22 500 euroa.

a) Kuinka monta prosenttia auton arvo aleni vuodessa?

b) Jos auton arvo alenee suhteellisesti saman verran vielä kahden seuraavan vuoden aikana, mikä on auton arvioitu hinta silloin?

21 Pyydät kiinteistönvälittäjää myymään asuntosi. Toimeksiannosta kiinteistönvälittäjä perii 4 prosentin palkkion laskutetusta kauppahinnasta. Jos haluat kiinteistönvälittäjälle maksamasi palkkion jälkeen saada nettohinnaksi 120 000 euroa, mikä summa on asetettava asunnon kauppahinnaksi?

22 Haluat ostaa kiinteistönvälittäjän kautta omakotitalon. Joudut maksamaan kauppahinnasta kiinteistönvälittäjälle 3 % ja varainsiirtoveroa valtiolle 4 %. Mikä on myyjän asettama kauppahinta, kun omakotitalo tulee maksamaan sinulle kuluineen 165 850 euroa?

23 Kirjan verottomaan myyntihintaan lisätään arvonlisäveroa 8 prosenttia.

a) Kuinka suuri on arvonlisävero euroina, kun kirjan verollinen myyntihinta on 49,90 euroa?

b) Mikä on kirjan verollinen myyntihinta, kun arvonlisävero on 3,41 euroa?

24 Suolakurkkuja valmistettaessa 900 grammaan suolaa lisätään vettä niin paljon, että liuoksen suolapitoisuudeksi tulee 15 %. Kuinka paljon vettä on lisättävä?

25 Kesämökin kaivon desinfioimiseen käytetään vetyperoksidia. Tätä varten apteekista ostetaan 750 ml 30-prosenttista vetyperoksidia. Kuinka paljon tähän määrään on lisättävä vettä, jotta liuoksen pitoisuudeksi tulee 5 %?

26 Tuotteen hintaa korotettiin aluksi 12 prosenttia ja näin saatua hintaa vielä 5 prosenttia eli 25,20 euroa.

a) Laske tuotteen lopullinen hinta.

b) Kuinka monta prosenttia hinta oli kaikkiaan noussut?

27 Tietokoneen arvosta voi tehdä vuosittain 30 prosentin poiston. Mikä on tietokoneen arvo kolmen vuoden kuluttua, kun sen ostohinta on 1 000 euroa?

28 Moottoriveneen arvo aleni 15 prosenttia vuodessa.

a) Mikä on moottoriveneen arvo kahden vuoden kuluttua, kun sen ostohinta on 5 600 euroa?

b) Mikä oli moottoriveneen ostohinta kaksi vuotta sitten, kun sen arvo nyt on 4 335 euroa?

29 Henkilö osti kolme vuotta vanhan auton 18 225 eurolla. Mikä oli ollut auton alkuperäinen hinta, kun myyjä kertoi auton arvon laskeneen vuosittain 10 prosenttia?

30 Puolue P sai vaaleissa 60 000 ääntä eli tasan 2 prosenttia annetuista äänistä. Seuraavissa vaaleissa puolueen P äänimäärä pysyi samana, mutta ääniä annettiin 5 prosenttia vähemmän kuin edellisissä vaaleissa. Kuinka monta prosenttiyksikköä ja mihin suuntaan puolueen P kannatus muuttui?

31 Yrityksen liikevaihto oli eräänä vuonna 12,5 miljoonaa euroa, josta markkinointikustannukset olivat 0,5 miljoonaa euroa. Seuraavana vuonna liikevaihto kasvoi 4 prosenttia ja markkinointikustannukset kasvoivat 20 prosenttia. Kuinka monta prosenttiyksikköä ja mihin suuntaan muuttui markkinointikustannusten osuus liikevaihdosta?

32 Ammattikorkeakouluissa opiskeli vuonna 2003 yhteensä 129 875 opiskelijaa, ja tutkintoja suoritettiin 20 588. Seuraavana vuonna opiskelijoita oli 131 919, ja tutkintoja suoritettiin 20 821. *(Lähde: Tilastokeskus.)*

a) Laske kuinka monta prosenttia kunakin vuonna suoritetut tutkinnot ovat opiskelijamäärästä.

b) Kuinka monta prosenttiyksikköä ja mihin suuntaan oli muutos vuodesta 2003 vuoteen 2004?

33 Huomattiin, että 5 prosentin nousu alkoholijuomien hinnoissa laski kulutusta 2 prosenttia. Kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan muuttuivat myyntitulot?

34 Teatterissa kävijöiden määrä alenee 15 %. Kuinka monta prosenttia pääsylippujen hintaa on korotettava, jotta myyntitulot a) pysyisivät ennallaan, b) nousisivat 2 %?

35 Asunnon vuokra on 10 prosenttia suurempi kuin sen yhtiövastike. Kuinka monta prosenttia vuokraa on korotettava, jotta se olisi 11 prosenttia suurempi kuin yhtiövastike, kun yhtiövastike nousee 12 prosenttia?

36 Mainoskulut olivat aikaisemmin 6 prosenttia kokonaiskustannuksista. Muut kulut kasvavat 5 prosenttia. Kuinka monta prosenttia mainoskuluja täytyy supistaa, kun kokonaiskulujen kasvu saa olla vain 2 prosenttia ja supistus tehdään mainoskuluista?

37 Valmistuskustannuksista raaka-aineen osuus on neljäsosa. Raaka-aineen hinta nousee 20 prosenttia. Kuinka monta prosenttia muita kustannuksia on pystyttävä pienentämään, jotta valmistuskustannukset a) pysyisivät ennallaan, b) nousisivat 5 prosenttia?

38 Kesämökin kustannusarvio oli 75 000 euroa. Rakennusaineiden osuus oli 50 000 euroa, työpalkat olivat 15 000 euroa ja loput koostuivat muista kustannuksista. Myöhemmin osoittautui, että kesämökin rakentaminen tuli 20 % arvioitua kalliimmaksi. Kuinka monta prosenttiyksikköä muuttui muiden kustannusten osuus, kun rakennusaineiden hinta oli 12 % arvioitua kalliimpi ja työpalkat olivat 85 % arvioidusta määrästä?

39 Perheen on tarkoitus ostaa 150 000 euroa maksava kiinteistö. Siitä joudutaan maksamaan varainsiirtoveroa 4 prosenttia. Omaa rahaa on 35 000 euroa, ja pankki lupaa lainata 80 prosenttia kiinteistön myyntihinnasta. Lainasta joudutaan maksamaan kuluja yhteensä 1,5 prosenttia.

a) Osoita laskennallisesti riittävätkö rahat.

b) Minkä hintaisen kiinteistön kyseisillä ehdoilla korkeintaan saa?

40 Törkeän rattijuopumuksen raja tieliikenteessä on 1,2 ‰. Veren alkoholipitoisuus saadaan likimäärin promilleina siten, että nautittu alkoholimäärä grammoina jaetaan miesten osalta luvulla 0,75 · paino ja naisten osalta luvulla 0,66 · paino. Kuinka monta neljän senttilitran annosta 40-prosenttista alkoholia henkilön on pitänyt vähintään nauttia yltääkseen tuohon rajaan, kun kyseessä on a) 70-kiloinen mies, b) 60-kiloinen nainen? Laskuissa oletetaan, että litra alkoholia painaa yhden kilogramman.

41 Auton arvo alenee 10 prosenttia vuodessa. Kuinka monen vuoden jälkeen auton jäännösarvo on ensimmäisen kerran vähemmän kuin a) puolet auton arvosta, b) ensimmäisen vuoden arvon aleneminen?

42 Yrityksessä, jossa aikaisemmin oli 40 tunnin työviikko, päätettiin lyhentää työaikaa 5 prosentilla. Kuinka monella prosentilla henkilökunnan työtehon on noustava, jotta tuotannon kokonaismäärä pysyisi ennallaan?

43 Palkansaajan verotettava ansiotulo valtion verotuksessa vuonna 2005 oli a) 13 330 euroa, b) 18 700 euroa, c) 45 620 euroa. Laske valtionveron määrä.

44 Palkansaajan verotettava vuositulo vuonna 2005 valtionverotuksessa oli 19 600 euroa ja kunnallisverotuksessa 18 120 euroa. Verovelvollisen kotikunnan kunnallisveroprosentti oli 18,5 %, kirkollisvero 1,5 % ja työntekijän sairausvakuutusmaksu 1,5 %. Laske palkansaajan ansiotuloveron kokonaismäärä vuoden 2005 verotuksessa.

45 Palkansaajan verotettava ansiotulo vuoden 2005 valtion ja kunnallisverotuksessa (molemmissa sama) oli a) 12 200 euroa, b) 16 350 euroa, c) 38 650 euroa. Kunnallisveron, kirkollisveron ja sairausvakuutusmaksun yhteismäärä oli 21,25 %. Laske ansiotuloveron kokonaismäärä.

46 Henkilön vuoden 2005 verokortissa on seuraavat merkinnät:

Verotiedot päätoimi:			
Perus-% 35	Lisä-% 48	Raja 36 000 €/vuosi	3 000 €/kuukausi

Merkinnät tarkoittavat, että henkilöltä pidätetään ennakkoa 35 prosenttia bruttotuloista kuukaudessa, jos bruttotulot ovat enintään 3 000 euroa kuukaudessa. Jos bruttotulo ylittää 3 000 euroa kuukaudessa, on veronpidätys 3 000 euroa ylittävältä osalta 48 prosenttia.

Henkilön kuukausipalkka on 2 980 euroa. Laske hänen nettopalkkansa kuukaudessa, kun hän kuuluu ammattijärjestöön, jonka jäsenmaksu on 1 % palkasta ja lisäksi bruttopalkasta pidätetään työntekijän eläkemaksu (4,6 %) ja työttömyysvakuutusmaksu (0,25 %).

47 Laske edellisen tehtävän henkilön nettopalkka kuukaudessa, jos hänen kuukausipalkkansa on 3 100 euroa ja hänellä on lisäksi autoetu, jonka verotusarvo on 426 euroa kuukaudessa.

48 Henkilön kuukausipalkka vuoden 2005 jokaisena kuukautena oli 2 500 euroa. Hänen ennakonpidätysprosenttinsa oli 30 ja vahvistettu verotettava vuositulo vuoden 2005 valtion verotuksessa 29 100 euroa ja kunnallisverotuksessa 28 800 euroa. Kuinka paljon hän lopullisen verotuksen valmistuttua joutuu maksamaan lisäveroa, kun hänen kotikuntansa kunnallisveron, kirkollisveron ja sairausvakuutusmaksun yhteismäärä on 21,5 %?

49 Laske pääomatulon vero seuraavissa tapauksissa, kun pääomatulon veroprosentti on 28.

Pääomatulo	**Tulonhankkimiskustannukset**
a) 1 350 €	–
b) 24 600 €	5 600 €
c) 53 600 €	29 200 €

Tulonhankkimiskustannukset vähennetään pääomatulosta ennen veron määräämistä.

50 Merjalla oli vuonna 2005 korkotuloja 256,50 euroa, vuokratuloja (brutto) sijoitusasunnosta 2 640 euroa ja myyntivoittoja 3 200 euroa. Sijoitusasunnon yhtiövastike oli 105 euroa kuukaudessa ja muut hoitokulut 20 euroa kuukaudessa. Kuinka paljon Merja maksoi pääomatuloistaan veroa, ja mitkä olivat hänen nettopääomatulonsa vuodelta 2005?

51 Erkki osti sijoitusasunnon maksaen siitä 46 000 euroa. Hän myi asunnon neljän vuoden kuluttua, jolloin hän sai siitä 62 000 euroa. Kuinka paljon Erkki joutui maksamaan luovutusvoitosta veroa, kun pääomatulon veroprosentti oli 28??

52 Sijoittaja osti vuonna 1992 kiinteistön maksaen siitä 420 000 markkaa. Hän myi kiinteistön vuonna 2005 tehtyään siihen 24 000 euroa maksaneen peruskorjauksen 125 000 eurolla. Kuinka paljon sijoittaja joutui maksamaan omaisuuden luovutusvoitosta veroa, kun peruskorjauskulut saa vähentää myyntihinnasta?

53 Henkilö peri a) isältään, b) sedältään 22 000 euroa. Kuinka paljon perintöveroa hän joutui perinnöstään maksamaan?

54 Puolison kuoltua vaimo peri häneltä 37 000 euron omaisuuden. Kuinka paljon vaimo joutui maksamaan perintöveroa, kun puolisovähennys on perintöverotuksessa 6 800 euroa?

55 Isän kuoltua hänen neljä täysi-ikäistä poikaansa perivät koko hänen omaisuutensa, joka koostui 120 000 euron arvoisesta asunto-osakkeesta, 15 210 euron pankkitalletuksista ja muusta omaisuudesta, jonka arvo oli 7 000 euroa.

a) Kuinka paljon perintöveroa perinnöstä yhteensä jouduttiin maksamaan?

b) Kuinka paljon perintöä kukin poika sai perintöverojen maksamisen jälkeen?

56 Paavo peri mummoltaan 105 000 euron omaisuuden. Hän päätti kuitenkin luopua perinnöstään kahden täysi-ikäisen lapsensa eduksi.

a) Kuinka paljon Paavon lapset yhteensä joutuvat maksamaan perintöveroa?

b) Kuinka paljon Paavon lasten maksama perintövero yhteensä on pienempi kuin olisi ollut Paavon maksama perintövero?

57 Isä ja äiti myivät pojalleen kesämökin 45 000 euron hintaan. Verotoimisto arvioi kesämökin käyväksi arvoksi 75 000 euroa. Kuinka paljon poika joutui maksamaan kesämökin ostosta lahjaveroa, ja kuinka paljon kesämökki tuli hänelle veroineen maksamaan?

58 Yrittäjä myi 1 500 kappaleen osake-erän a) pojalleen, b) serkulleen hintaan 10 000 euroa. Myyntipäivänä osakkeen kurssiarvo (= käypä arvo) oli 11,20 euroa kappaleelta. Kuinka paljon lahjaveroa valtio peri osakekaupasta?

59 Lapseton yrittäjä testamenttasi asuntonsa yrittäjäyhdistykselle. Yrittäjän kuoltua verotoimisto vahvisti asunnon käyväksi arvoksi 150 000 euroa. Yrittäjäyhdistys maksoi verotoimiston vahvistaman perintöveron. Sen jälkeen yhdistys myi asunnon hintaan 172 000 euroa. Kuinka paljon yrittäjäyhdistys kaikkiaan sai rahaa asunnosta?

60 Vanhemmat lahjoittavat tyttärelleen kolme kertaa 5 000 euroa siten, että lahjoitusten väli on yli kolme vuotta. Kuinka paljon tytär joutuu yhteensä maksamaan saamistaan lahjoituksista lahjaveroa?

61 DVD-soittimen myyntihinta on 215 euroa. a) Kuinka paljon soittimen hintaan sisältyy arvonlisäveroa? b) Kuinka monta prosenttia arvonlisävero on myyntihinnasta?

62 Kirjan hinta on 36,50 euroa. a) Kuinka paljon siihen sisältyy arvonlisäveroa? b) Kuinka monta prosenttia arvonlisävero on myyntihinnasta?

63 Tuotteen myyntihinta on a) 4,50 euroa, b) 29,90 euroa, c) 398 euroa. Määritä arvonlisäveron määrä käyttäen yleistä arvonlisäprosenttia 22.

64 Sijoita prosenttiluvut 7 %, 13 %, 20 %, 27 %, 33 %, 40 %, 47 %, 53 % ja 60 % 3x3-ruudukkoon siten, että ruudukossa kaikkien rivien ja sarakkeiden summa on 100 prosenttia.

2 Indeksit

2.1 Käsitteitä

Indeksit ovat tosiasiallisesti prosenttilukuja, vaikka indeksiä osoittavien lukujen perässä ei olekaan prosenttimerkkiä ja prosenttilukujen asemesta puhutaan **indeksipisteistä.** Indeksien avulla seurataan esimerkiksi hintojen, palkkojen ja yleisesti taloudellisen toimeliaisuuden muutoksia.

Usein indeksit liittyvät aikasarjoihin eli ajan mukana muuttuviin suureisiin. Yhden havaintosarjan muuttaminen indeksiksi käy helposti valitsemalla jokin havaintosarjan luvuista perusarvoksi ja merkitsemällä sitä luvulla 100. Muut arvot lasketaan sitten prosentteina perusarvosta. Monet käytännön indekseistä ovat kuitenkin ryhmäindeksejä, kuten kuluttajahintaindeksi, tukkuhintaindeksi ja rakennuskustannusindeksi. Ryhmäindeksiin vaikuttavat yleensä monet eri osatekijät. Niitä voi olla jopa useita satoja.

Indekseihin liittyy joitakin vakiintuneita merkintätapoja. Jos esimerkiksi vuoden 2005 arvo valitaan indeksin perusarvoksi, se merkitään seuraavasti: 2005=100. Jos halutaan tarkemmin osoittaa, että perusarvo on vuoden 2005 tammikuu, merkitään 2005:1=100 tai 2005 I=100. Tavaksi on myös tullut esittää indeksit joko kokonaislukuina tai yhden desimaalin tarkkuudella.

Indeksilukuja käytetään pääasiassa osoittamaan suhteellisen muutoksen suuntaa ja suuruutta. Esimerkiksi kuluttajahintaindeksin arvo 107,8 ilmaisee kuluttajahintojen nousseen 7,8 % perusajankohtaan nähden. Kahdesta peräkkäisestä indeksiluvusta ei kuitenkaan yleensä ilman laskutoimitusta nähdä keskinäisen muutoksen suuruutta.

2.2 Hinta- ja määräsuhde

Yksinkertaisin indeksi muodostetaan peräkkäisistä samaan asiakokonaisuuteen liittyvistä suureen arvoista. Siinä peräkkäiset suureen arvot lasketaan prosentteina perusarvoksi valitusta suureen arvosta. Jos tarkasteltavat arvot kuvastavat hintojen kehitystä, puhutaan **hintasuhteesta.** Jos arvot taas kuvastavat määrän eli volyymin kehitystä, puhutaan **määräsuhteesta.**

Hinta- ja määräsuhde määritellään seuraavasti.

$$I_n(P) = \frac{p_n}{p_0} \cdot 100$$

$$I_n(Q) = \frac{q_n}{q_0} \cdot 100$$

Kaavoissa
p_0 = perusajankohdan hinta
p_n = vertailuajankohdan hinta
q_0 = perusajankohdan määrä
q_n = vertailuajankohdan määrä.

Hinta- ja määräsuhteiden laskeminen voi olla erityisen hyödyllistä silloin, kun absoluuttiset muutokset näyttävät pieniltä. Suhteelliset muutokset voivat siitä huolimatta osoittautua jopa yllättävän suuriksi.

ESIMERKKI 1

Oheisessa taulukossa *(lähde: Tilastokeskus)* on tietoja lääkäreiden, sairaanhoitajien ja lähihoitajien lukumääristä vuosilta 1995–2003. **Määritä lukumäärien muutosta kuvaavat indeksiluvut, kun vuotta 1995 pidetään perusajankohtana.**

Vuosi	1995	2000	2001	2002	2003
Lääkäreitä	14 141	15 905	16 247	16 272	16 443
Sairaanhoitajia	49 141	59 053	59 927	60 894	61 265
Lähihoitajia	36 382	30 210	29 275	28 342	27 239

Jaetaan kunkin ryhmän osalta muut luvut perusajankohdaksi valitun vuoden 1995 luvuilla ja kerrotaan osamäärät sadalla. Tällöin saadaan taulukko:

Vuosi	1995	2000	2001	2002	2003
Lääkäreitä	100,0	112,5	114,9	115,1	116,3
Sairaanhoitajia	100,0	120,2	121,9	123,9	124,7
Lähihoitajia	100,0	83,0	80,5	77,9	74,9

Taulukosta nähdään muun muassa, että lääkäreiden määrä on lisääntynyt kyseisenä ajanjaksona 16,3 %, sairaanhoitajien määrä on lisääntynyt 24,7 % ja lähihoitajien määrä on vähentynyt 25,1 %.

2.3 Ryhmäindeksi

Pyrittäessä selvittämään esimerkiksi elektroniikkatuotteiden hintojen yleistä kehitystä, kohdataan monia vaikeuksia. Hintasuhteet voidaan aluksi laskea erikseen esimerkiksi digikameroille, kannettaville tietokoneille ja matkapuhelimille. Jos jokaisen elektroniikkatuotteen hinta on noussut samassa ajassa suhteellisesti saman verran, kuvastavat yhden tuotteen hintasuhteet koko elektroniikkatuotteiden ryhmän hintakehitystä. Käytännössä asianlaita on harvoin näin.

Tietysti voidaan laskea esimerkiksi eri tuotteiden hintasuhteiden keskiarvot, mutta tällöin edellytetään, että jokaisen tuotteen merkitys kokonaisuuden kannalta olisi yhtä suuri. Jos näin ei ole, tuotteiden hintasuhteita on jollakin tavalla painotettava. Tällöin joudutaan pohtimaan vastausta kysymykseen, miten painot tulisi valita.

Ryhmäindeksi lasketaan eräänlaisena painotettuna keskiarvona. Eniten käytetty on Laspeyresin hintaindeksi. Siinä painoina käytetään perusajankohdan määriä.

Laspeyresin hintaindeksi määritellään seuraavasti.

$$I_n = \frac{\sum_i p_{ni} \cdot q_{0i}}{\sum_i p_{0i} \cdot q_{0i}} \cdot 100$$

Kaavoissa
$p_{0i} = i$:nnen tuotteen perusajankohdan hinta
$p_{ni} = i$:nnen tuotteen vertailuajankohdan hinta
$q_{0i} = i$:nnen tuotteen perusajankohdan määrä.

Monet käytännön indekseistä, niin hinta- kuin määräindeksitkin, ovat Laspeyres-tyyppisiä indeksejä, mutta painot ovat edellistä monimutkaisempia. Painoina voivat toimia hyödykkeiden kulutetut tai tuotetut määrät tai sitten tuotteen rahallinen merkitys kokonaisuuden kannalta.

ESIMERKKI 2

Tarkastellaan elektroniikkatuotteiden hintojen kehitystä oheisen taulukon perusteella.

Tuote	Vuosi 1		Vuosi 2
	p_1	q_1	p_2
Digikamera	261	83	295
Kannettava tietokone	1 267	175	1 146
Matkapuhelin	172	284	149

Määritä Laspeyresin hintaindeksin avulla, kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan elektroniikkatuotteiden hinnat olivat keskimäärin muuttuneet vuodesta 1 vuoteen 2.

$$I = \frac{295 \cdot 83 + 1146 \cdot 175 + 149 \cdot 284}{261 \cdot 83 + 1267 \cdot 175 + 172 \cdot 284} \cdot 100 = 91{,}5$$

Hintojen laskun havaitaan olleen vuodessa keskimäärin 8,5 %.

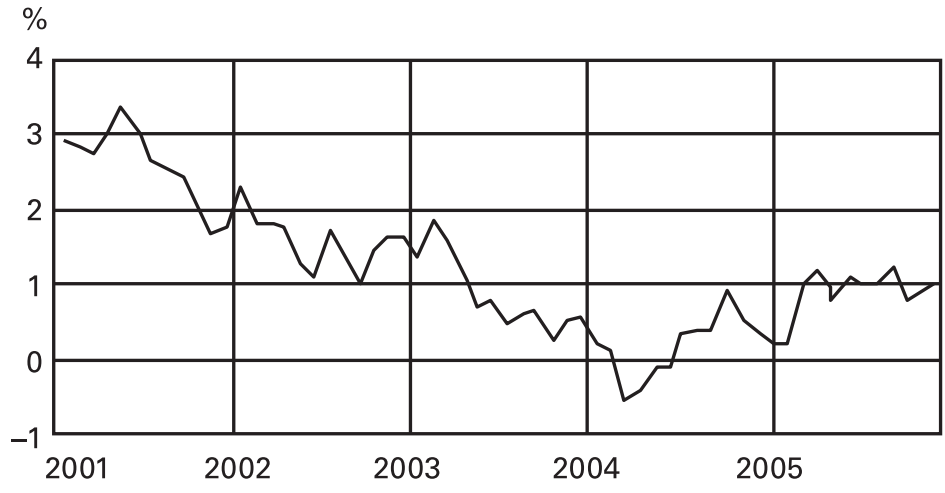
Tilastokeskus laskee pääosan Suomessa julkaistuista indekseistä. Useimmat Tilastokeskuksen laskemista indekseistä uusitaan keskimäärin viiden vuoden välein. Uusiminen tarkoittaa indeksiin vaikuttavien uusien hyödykkeiden mukaan ottamista, vanhojen hyödykkeiden korvaamista uusilla tai niiden poistamista sekä painojen uudelleen arviointia.

Kuluttajahintaindeksi (2000=100)	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Kokonaisindeksi	100,0	102,6	104,2	105,1	105,3	106,2
Elintarvikkeet ja alkoholittomat juomat	100,0	104,4	107,4	108,1	108,9	109,2
Alkoholijuomat ja tupakka	100,0	101,8	103,6	104,7	93,5	91,8
Vaatetus ja jalkineet	100,0	100,9	100,0	99,8	100,0	99,4
Asuminen, vesi, sähkö, kaasu ja muut polttoaineet	100,0	103,0	103,4	104,8	106,2	109,2
Kalusteet, kotitalouskoneet ja yleinen kodinhoito	100,0	102,4	103,9	104,4	105,0	105,6
Terveys	100,0	102,3	107,3	110,7	113,0	115,2
Liikenne	100,0	100,9	102,1	102,0	103,0	105,7
Viestintä	100,0	99,8	100,4	97,0	88,9	78,8
Kulttuuri ja vapaa-aika	100,0	103,1	105,3	106,5	108,3	108,0
Koulutus	100,0	103,3	106,6	113,0	119,2	123,9
Ravintolat ja hotellit	100,0	102,3	104,7	107,7	108,8	110,8
Muut tavarat ja palvelut	100,0	104,4	105,5	106,3	108,1	109,1

(Lähde: Tilastokeskus.)

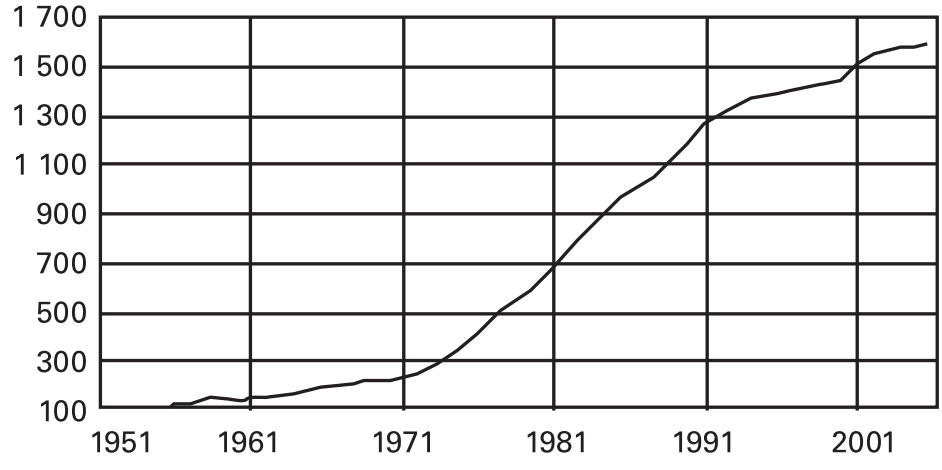
Tärkein kaikkia kansalaisia koskeva indeksi on **kuluttajahintaindeksi (KHI).** Se kuvaa Suomessa asuvien kotitalouksien Suomesta ostamien tavaroiden ja palvelusten hintakehitystä. Kuluttajahintaindeksin laskemisessa käytetään Laspeyresin hintaindeksikaavaa, jolloin painorakenne perustuu kansantalouden tilinpidon tietoihin yksityisestä kulutuksesta. Tällöin siis hintoja painotetaan niiden kulutusosuuksilla.

Tilastokeskuksen haastattelijat keräävät kuluttajahintaindeksiä varten noin 50 000 hintatietoa noin 500 hyödykkeestä lähes 3 000 liikkeestä ja 100 paikkakunnalta eri puolilta Suomea kunkin kuukauden puolivälissä. Lisäksi noin 1 000 hintatietoa kerätään keskitetysti. Kuluttajahintaindeksin painoina käytettävät kulutusosuudet ovat perusajankohdalta.



Kuluttajahintojen vuosimuutos 1/2001–12/2005 *(lähde: Tilastokeskus)*.

Suomessa kuluttajahintojen muutoksia on seurattu vuodesta 1921 lähtien, aluksi **elinkustannusindeksin** ja nykyisin kuluttajahintaindeksin avulla. Elinkustannusindeksin pisteluvut lasketaan edelleen, vaikka kuluttajahintaindeksi on korvannut sen.



Elinkustannusindeksin 1951:10 = 100 vuosikeskiarvot 1951–2005 *(lähde: Tilastokeskus)*.

Indeksit jaetaan usein kolmeen ryhmään: **hinta-, määrä- ja kustannusindekseihin. Tukkuhintaindeksi** mittaa kaupan tukkuportaassa raaka-aineiden, tuotantohyödykkeiden sekä kulutus- ja investointitavaroiden ostohinnan kehitystä. **Rakennuskustannusindeksi** kuvaa rakennuskustannusten kehitystä. **Teollisuuden tuottajahintaindeksi** mittaa Suomessa valmistettujen teollisuustavaroiden hintakehitystä niiden lähtiessä tehtaalta. **Kotimarkkinoiden perushintaindeksi** puolestaan kuvaa Suomessa käytettyjen tavaroiden hintakehitystä niiden lähtiessä markkinoille. Edellä mainittujen indeksien kehitystä voi seurata esi-

merkiksi Tilastokeskuksen julkaisemasta **Suomen Tilastollisesta vuosikirjasta.** Tilastokeskuksen verkkosivuilta <www.tilastokeskus.fi> tai <www.stat.fi> löytyy eniten käytettyjä indeksejä. Eräät elinkeinoelämän tutkimuslaitokset ja lehdet julkaisevat myös säännöllisesti indeksitietoja.

Indeksit (2000 = 100)	Pisteluku 12/2005	Muutos-%	
		11/2005 – 12/2005	12/2004 – 12/2005
Teollisuuden tuottajahintaindeksi, yhteensä	96,1	0,0	3,6
Vientihintaindeksi	89,5	0,3	3,8
Tuontihintaindeksi	106,5	0,5	9,9
Kotimarkkinoiden perushintaindeksi	105,5	0,2	5,3
Tukkuhintaindeksi	103,4	0,2	5,2

Hintaindeksien kuukausi- ja vuosimuutokset joulukuussa 2005 *(lähde: Tilastokeskus)*.

2.4 Perusajankohdan laskennallinen muuntaminen

Valmiiksi laskettujen indeksien perusajankohtaa voidaan joutua muuntamaan esimerkiksi sen vuoksi, että kahta indeksisarjaa voitaisiin verrata keskenään. Muuntaminen tehdään siten, että kukin alkuperäinen indeksiluku jaetaan uuden perusajankohdan indeksiluvulla ja saatu osamäärä kerrotaan sadalla. Tulokset esitetään yleensä samalla tarkkuudella kuin lähtöarvot.

ESIMERKKI 3

Halutaan verrata, kuinka kuluttajahintaindeksi ja rakennuskustannusindeksi ovat kehittyneet 2000-luvun alussa. Tilastokeskuksen julkistamista tiedoista saadaan oheinen taulukko *(lähde: Tilastokeskus)*.

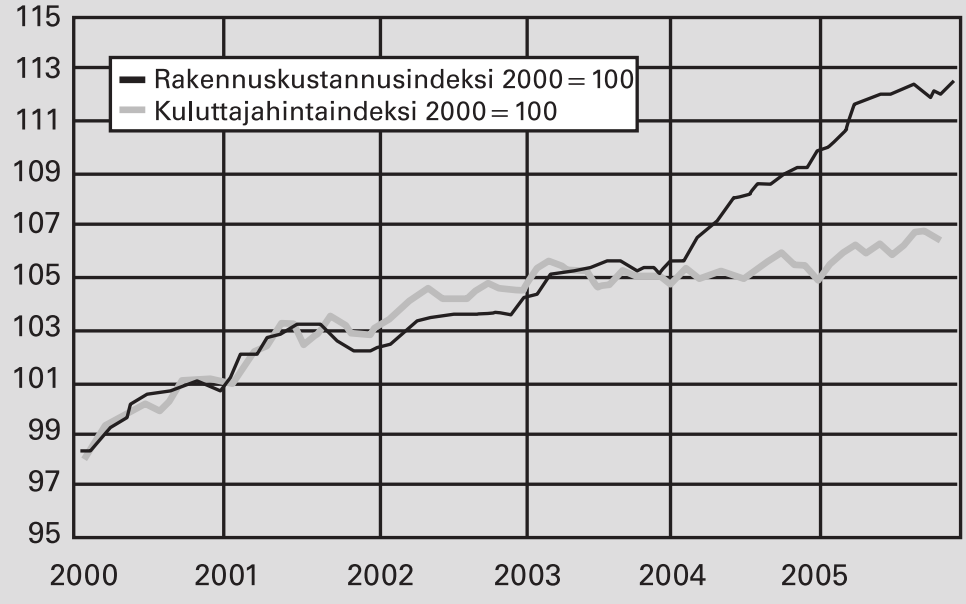
Vuosi	2000	2001	2002	2003	2004
Kuluttajahintaindeksi (2000=100)	100,0	102,6	104,2	105,1	105,3
Rakennuskustannusindeksi (1995=100)	108,2	111,4	112,2	114,3	117,1

Muunnetaan rakennuskustannusindeksin perusajankohtaa siten, että uudeksi perusajankohdaksi tulee vuosi 2000.

Jaetaan rakennuskustannusindeksin arvot vuoden 2000 indeksillä ja kerrotaan osamäärät sadalla. Näin saadaan seuraavat tulokset:

Vuosi	2000	2001	2002	2003	2004
Kuluttajahintaindeksi (2000=100)	100,0	102,6	104,2	105,1	105,3
Rakennuskustannusindeksi (muunnettu, 2000=100)	100,0	103,0	103,7	105,6	108,2

Vertailun tuloksen voi esittää myös kuviona.



Rakennuskustannusindeksi 2000=100 ja kuluttajahintaindeksi 2000=100 *(lähde: Tilastokeskus)*.

2.5 Indeksien käyttö

Indeksien avulla pidetään mm. palkat, eläkkeet ja vakuutusmaksut ajan tasalla. Indeksien avulla voidaan laskea palkkojen **reaalisia muutoksia.** Työehtosopimuksiin voidaan liittää myös **indeksiehto:** jos indeksi nousee ennalta asetetun rajan yli, palkkoja, eläkkeitä tms. nostetaan sovitulla tavalla.

ESIMERKKI 4

Huvilavakuutuksen vakuutusmäärä oli sidottu rakennuskustannusindeksiin. Vakuutusmäärä oli aiemmin 41 315 €, jolloin rakennuskustannusindeksi oli 117,6. **Mikä oli vakuutusmäärä vuotta myöhemmin, kun rakennuskustannusindeksi oli 119,1?**

Lasketaan, kuinka paljon indeksi oli noussut ja muunnetaan vakuutusmäärää suhteellisesti saman verran.

$$\frac{119{,}1}{117{,}6} = 1{,}012755$$

Uusi vakuutusmäärä: $1{,}012755 \cdot 41\,315\ € = 41\,842\ €$

Tehtävä voidaan ratkaista myös verrannon avulla. Vakuutusmäärät suhteutuvat kuten vastaavat indeksit:

$$\frac{41\,315\ €}{x\ €} = \frac{117{,}6}{119{,}1}$$

josta $x\ € = 41\,842\ €$

ESIMERKKI 5

Henkilön nettopalkka oli 1 519 €, ja kuluttajahintaindeksi oli 105,3. Vuotta myöhemmin kuluttajahintaindeksi oli noussut arvoon 106,2 ja nettopalkka 1 552 euroon. **Kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan henkilön reaaliansio oli muuttunut?**

Lasketaan aluksi, mikä nettopalkka olisi myöhempänä ajankohtana, jos se olisi seurannut täsmälleen indeksin mukaista kehitystä.

$$\frac{106{,}2}{105{,}3} \cdot 1519\ € = 1532\ €$$

Koska todellinen nettopalkka on enemmän kuin indeksillä muunnettu palkka, on tapahtunut reaalista kasvua.

$$\frac{1552\ €}{1532\ €} = 1{,}013$$

Reaalipalkan kasvu on noin 1,3 %.

ESIMERKKI 6

Kuluttajahintaindeksi nousi arvosta 105,3 arvoon 107,8. **Kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan kuluttajan elintaso muuttui, kun hänen nettopalkkansa a) ei noussut, b) nousi 3,5 %?**

Merkitään nettopalkkaa ennen indeksin nousua a eurolla. Jos palkka olisi seurannut indeksien mukaista kehitystä, olisi se myöhemmin

$$\frac{107{,}8}{105{,}3} \cdot a\ € = 1{,}0237a\ €.$$

a) Koska nettopalkka todellisuudessa ei noussut lainkaan, elintaso aleni.

$$\frac{a\ €}{1{,}0237a\ €} = 0{,}977$$

0,977 – 1 = –0,023. Elintaso aleni 2,3 %. Tämä tarkoittaa sitä, että samalla rahamäärällä saadaan vähemmän tavaroita ja palveluja kuin aikaisemmin. Tällöin rahan **ostovoima** on laskenut.

b) Nettopalkka nousi 3,5 % eli arvoon 1,035 a €.

$$\frac{1{,}035a\ €}{1{,}0237a\ €} = 1{,}01$$

1,011 – 1 = 0,011. Elintaso nousi 1,1 %.

Edellä käytetty tapa antaa matemaattisesti oikean tuloksen elintason eli rahan ostovoiman muutokselle. Yleistä on kuitenkin, että palkkojen nousua seuraa hintojen nousu. Hintatason yleistä nousua, joka johtaa rahan arvon heikkenemiseen, sanotaan **inflaatioksi.**

Kuluttajahintaindeksiä käytetään yleisenä inflaation mittarina useilla eri talouden aloilla. Inflaatiota mitataan kuluttajahintaindeksin (12 kuukauden) muutosprosentilla. Edellisessä esimerkissä

$$\frac{107{,}8}{105{,}3} = 1{,}0237$$

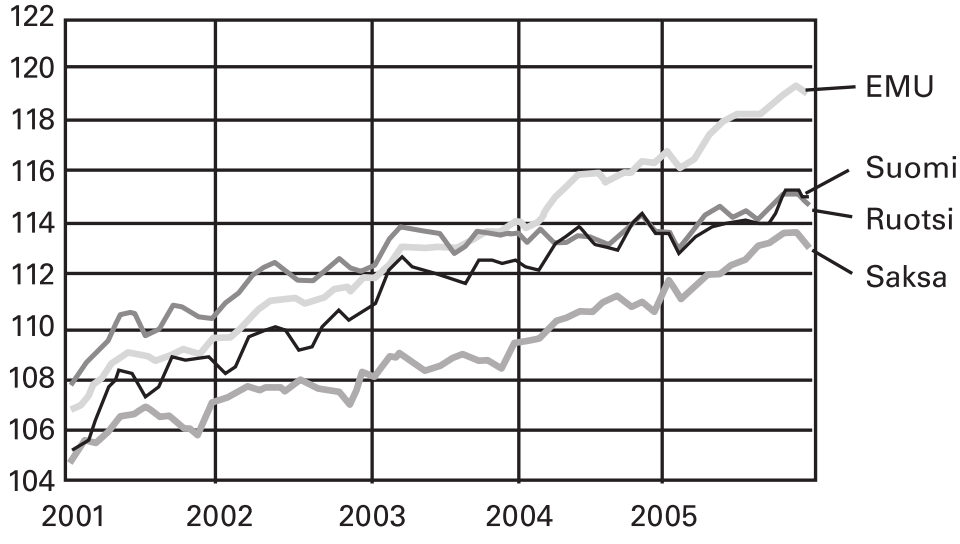
joten inflaatio on 2,4 %.

Ostovoiman alenemista osoittava prosenttiluku ei siis ole sama kuin inflaatioprosentti.

Inflaation vastakohta on **deflaatio.** Niinpä kuluttajahintojen yleistä laskua, joka johtaa rahan arvon vahvistumiseen, sanotaan deflaatioksi. Def-

laatioprosentti lasketaan kuluttajahintaindeksistä samalla tavalla kuin inflaatioprosentti.

Tilastokeskus laskee inflaatiota myös toisella tavalla, EMU-maiden yhdenmukaistetun kuluttajahintaindeksin mukaisesti. Tällöin suomalaisen kuluttajahintaindeksin hintakorista on poistettu hinnat, jotka eivät ole kansainvälisesti vertailukelpoisia. Suomalainen kuluttajahintaindeksi mittaa kuitenkin suomalaisten elämisen kustannuksia edelleen paremmin kuin EMU-maiden **yhdenmukaistettu kuluttajahintaindeksi.**



Yhdenmukaistettu kuluttajahintaindeksi 1996=100 Suomessa, Ruotsissa, Saksassa ja EMU-alueella *(lähde: Tilastokeskus)*.

2.6 Deflatointi ja inflatointi

Omasta kodista haaveilevat nuoret ovat usein sitä mieltä, että heidän omat vanhempansa olivat onnekkaita, kun pystyivät ostamaan asuntonsa aikanaan halvalla. Mielikuvaa vääristää se, että rahan arvo on samanaikaisesti muuttunut. Vertailukelpoiset luvut saadaan jakamalla eri ajankohtien hinnat P_n vastaavien ajankohtien indeksillä I_n ja kertomalla jokainen osamäärä vertailuajankohdan indeksillä I_0.

$$P\,(vertailukelpoinen) = \frac{P_n}{I_n} \cdot I_0$$

Jos vertailuajankohdaksi valitaan ensimmäinen mukaan tuleva ajankohta, toimenpidettä sanotaan **deflatoinniksi.** Jos vertailuajankohdaksi valitaan viimeinen mukaan tuleva ajankohta, toimenpidettä sanotaan

inflatoinniksi. Jos halutaan korostaa, että alkuperäisiin rahamääriin ei ole tehty mitään muutoksia, käytetään sanontaa ’käypiin hintoihin’.

ESIMERKKI 7

Vanhemmat ostivat rivitalon vuonna 1973 ja maksoivat siitä 103 500 mk. **Muunna hinta vuoden 2005 rahaksi käyttäen elinkustannusindeksiä.** Vuoden 1973 elinkustannusindeksi oli 283 ja vuonna 2005 se oli 1 594. Lisäksi tiedetään, että 1 € = 5,94573 mk.

Muunnetaan aluksi markat euroiksi.

$$\frac{103\,500 \text{ mk}}{5{,}94573} = 17\,407 \text{ €}$$

Muunnetaan seuraavaksi vuoden 1973 raha vuoden 2005 rahaksi.

$$\frac{17\,407 \text{ €}}{283} \cdot 1594 = 98\,045 \text{ €}$$

Asunnon hinta vuoden 2005 rahana on siis lähes 100 000 €.

TEHTÄVIÄ

1 Tuulivoimalla tuotettiin sähköenergiaa (GWh) Suomessa vuosina 1995–2004 *(lähde: Energiakatsaus 4/2005)* seuraavan taulukon mukaisesti:

Vuosi	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Tuulivoima (GWh)	11	11	17	23	49	77	70	63	92	120

Määritä tuulivoimalla tuotetun sähköenergian määräsuhteet, kun vuosi 1995 valitaan perusvuodeksi.

2 CO_2-päästöt (Mt) olivat Suomessa vuosina 1995–2004 *(lähde: Energiakatsaus 4/2005)* seuraavan taulukon mukaiset:

Vuosi	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Päästöt (Mt)	55,3	60,5	59,5	56,1	55,4	54,1	59,2	61,7	69,6	65,4

Määritä CO_2-päästöjä kuvaavat määräsuhteet, kun vuosi 1995 valitaan perusvuodeksi. Laadi (esimerkiksi Excelillä) samaan koordinaatistoon kuvaajat alkuperäisestä aikasarjasta ja indekseistä. Mitä voit päätellä kuvaajista?

3 Kaukolämmön hinta (€/MWh) kuluttajatyypeittäin oli kunkin vuoden heinäkuun alussa seuraavan taulukon mukainen *(lähde: Energiakatsaus 4/2005):*

Vuosi	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Pientalo	38,7	41,2	42,6	44,0	44,5	46,7
Rivitalo	36,3	39,4	40,6	41,1	41,9	43,4
Kerrostalo, pieni	34,5	37,2	38,2	38,6	38,9	40,7
Kerrostalo, suuri	31,6	34,1	35,3	35,3	36,3	38,2

Määritä kaukolämmön hintaa kuvaavat indeksiluvut kuluttajatyypeittäin, kun vuotta 2000 pidetään perusajanjaksona. Tutki, missä kuluttajatyypissä hinnannousu on ollut suhteellisesti suurinta ja missä pienintä koko tarkasteluajanjaksolla.

4 Tutki Kuluttajahintaindeksiä (KHI). a) Selvitä, mikä osaindeksi on noussut eniten ja mikä laskenut eniten vuodesta 2000. b) Minä vuonna kokonaisindeksi on noussut suhteellisesti eniten?

5 Eräiden elintarvikkeiden kulutus oli Suomessa henkeä kohti vuonna 2003 alla olevan taulukon mukainen *(lähde: MMM:n Tietopalvelukeskus).* Taulukosta käyvät ilmi myös tuotteiden keskihinnat vuosina 2003 ja 2004 *(lähde: Tilastokeskus).*

Tuote	Vuosi 2003		Vuosi 2004
	p_0	q_0	p_1
Maito (€/l)	0,71	139,8	0,71
Voi (€/kg)	4,86	5,9	4,92
Juusto (€/kg)	10,35	16,7	10,65

Määritä Laspeyresin hintaindeksin avulla, kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan taulukossa mainittujen maitotaloustuotteiden hinnat olivat keskimäärin muuttuneet vuodesta 2003 vuoteen 2004.

6 Vertaa Elinkustannusindeksiä (EKI) ja Kuluttajahintaindeksiä (KHI) toisiinsa. Elinkustannusindeksin arvot vuosilta 2000–2005 saat alla olevasta taulukosta *(lähde: Tilastokeskus).*

Vuosi	2000	2001	2002	2003	2004	2005
EKI	1501	1539	1563	1577	1580	1594

Päättele vertailun tuloksesta, mittaavatko EKI ja KHI kuluttajien tavaroista ja palveluista maksamien hintojen kehitystä samalla tavalla.

7 Vakuutusmaksu ja vakuutusmäärä on sidottu rakennuskustannusindeksiin. Vuonna 2004 vakuutusmaksu oli 89,84 euroa, vakuutusmäärä oli 19 531 euroa ja rakennuskustannusindeksi oli 108,2. Määritä vuoden 2005 vakuutusmaksu ja vakuutusmäärä, kun rakennuskustannusindeksi oli 112,7.

8 Eläkkeen suuruus kuukaudessa oli 1 234 euroa. Eläkkeen suuruus on sidottu kuluttajahintaindeksiin siten, että eläkkeeseen tulee puolet kuluttajahintaindeksin noususta. Määritä eläkkeen uusi määrä, kun kuluttajahintaindeksi oli aikaisemmin 105,3 ja se on myöhemmin 106,2.

9 Huoneiston vuokra on sidottu kuluttajahintaindeksiin. Vuonna 2004 vuokra oli 326,75 euroa kuukaudessa.

a) Määritä kuukausivuokra vuonna 2005.

b) Määritä kuukausivuokra vuonna 2006, jos kuluttajahintaindeksi on silloin 108,1.

c) Mikä pitäisi indeksin olla vuonna 2006, jotta vuokraa jouduttaisiin maksamaan 340 euroa kuukaudessa?

10 Kotivakuutuksen vakuutusmäärä ja vakuutusmaksu on sidottu kuluttajahintaindeksiin. Vuonna 2004 vakuutusmaksu oli 158,41 euroa. Mikä oli vakuutusmäärä vuonna 2005, kun vakuutusmaksu on 0,24 % vakuutusmäärästä?

11 Kuluttajahintaindeksi nousi arvosta 105,6 arvoon 108,8. a) Kuinka monta prosenttia aleni rahan ostovoima? b) Määritä inflaatioprosentti.

12 Ostovoima heikkeni 3,0 %. Kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan muuttuivat hinnat?

13 Inflaatio on 2,3 %. Kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan ostovoima muuttui?

14 Henkilön nettopalkka vuonna 2004 oli 2 174 euroa. Vuotta myöhemmin nettopalkka oli 2 249 euroa. Kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan henkilön reaaliansio oli muuttunut?

15 Henkilön nettopalkka nousee 5,4 % ja hinnat nousevat 1,3 %. Kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan henkilön reaaliansio muuttuu?

16 Kuluttajahintaindeksi nousee arvosta 104,8 arvoon 109,1 ja samalla henkilön nettopalkka nousee 3,2 %. Kuinka monta prosenttia ja mihin suuntaan henkilön reaaliansio muuttui?

17 Henkilön nettopalkka vuonna 2004 on 2 477 euroa. Mikä pitäisi nettopalkan olla seuraavana vuonna, jotta reaalista kasvua olisi tullut 2,5 %?

18 Yrityksen liikevaihto oli eräänä vuonna 74,8 milj. euroa ja seuraavana vuonna 79,7 milj. euroa. Kuluttajahintaindeksit olivat vastaavina aikoina 112,3 ja 115,4.

a) Määritä inflaatioprosentti.

b) Kuinka monta prosenttia reaalinen liikevaihto oli noussut tai laskenut, kun inflaatio otetaan huomioon?

19 Ansiotasoindeksi vuonna 2004 oli 116,8. Mikä oli ansiotasoindeksi seuraavana vuonna, kun tiedetään, että palkkaan oli tullut 2,5 %:n reaalinen nousu?

20 Kuluttajahintaindeksi laski arvosta 106,2 arvoon 105,4. Määritä deflaatioprosentti.

21 Bruttokansantuote (Bkt) käyvin hinnoin vuosina 2000–2004 on oheisen taulukon mukainen *(lähde: Tilastokeskus)*.

Vuosi	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**
Bkt (mrd. €)	130,9	136,5	140,9	143,8	149,7

a) Muunna bruttokansantuote vuoden 2000 rahaksi.

b) Muunna bruttokansantuote vuoden 2004 rahaksi.

Käytä muunnoksessa kuluttajahintaindeksiä.

3
Valuutat

Ihmiset, tavarat ja rahat ylittävät valtioiden rajoja jatkuvasti. Valuutan avulla tapahtuvasta kaupasta on kysymys esimerkiksi silloin, kun kiinalainen yritys ostaa matkapuhelinjärjestelmän Suomesta. Valuuttakauppaa on sekin, kun suomalainen matkailija vaihtaa eurojaan Ruotsin kruunuiksi. Globaalissa taloudessa kaikki tapahtumat vaikuttavat kaikkeen yli valtio- ja valuuttarajojen.

Valuutalla tarkoitetaan euroalueen ulkopuolisen maan rahaa. Euroopan unionin jäsenmaista euroalueeseen kuuluvat Alankomaat, Belgia, Espanja, Irlanti, Italia, Itävalta, Kreikka, Luxemburg, Portugali, Ranska, Saksa ja Suomi. Nämä maat vaihtoivat kansalliset valuuttansa 1.1.2002 euroon. Muissa EU:n jäsenvaltioissa on vielä käytössä kansalliset valuutat, mutta lähivuosina moni näistäkin valtioista vaihtanee valuuttansa euroon. Laskelmissa euroa merkitään symbolilla € ja sen sadasosaa senttiä lyhenteellä **snt**. Kansainvälisessä rahaliikenteessä valuutoilla on kolmikirjaimiset lyhenteet. Euron lyhenne on **EUR.**

Euroon siirtyneiden maiden rahayksiköt muunnettiin euroiksi vuonna 1999 vahvistetuilla **muuntokertoimilla,** jotka osoittivat euron arvon kansallisena rahayksikkönä. Suomessa muuntokerroin oli 5,94573, eli 1 euro = 5,94573 markkaa.

Euroalueen maiden välisessä kaupassa valuuttojen arvoihin liittyviä riskejä ei enää ole. Euroalueella liikkuvan on nykyisin myös helppo vertailla tavaroiden ja palvelujen hintoja. Euroalueen ulkopuolisessa kaupankäynnissä ja kyseisissä maissa liikuttaessa joudutaan tarkastelemaan euron ja kohdemaan valuutan välistä arvoa. Kun euroja muunnetaan toiseksi valuutaksi tai toisia valuuttoja muunnetaan euroiksi, käytetään **valuuttakursseja,** jotka **Euroopan keskuspankki** (EKP) ilmoittaa eli **noteeraa** jokaisena arkipäivänä.

3.1 Valuuttakurssit

Pankki tai muu valuutan vaihtoon erikoistunut yritys ostaa ja myy ulkomaan valuuttaa. Jotta kauppaa voidaan tehdä, on tiedettävä ostettavan tai myytävän valuutan arvo. Se selviää valuuttakursseista. Valuuttakurssit voidaan määritellä kahdella tavalla:

– Ilmoitetaan, kuinka paljon yksi kotimaan rahayksikkö maksaa ulkomaan valuuttana. Tätä sanotaan epäsuoraksi noteeraukseksi.

– Ilmoitetaan, kuinka paljon yksi ulkomaan valuuttayksikkö maksaa kotimaan valuuttana (suora noteeraus).

Euroopan keskuspankki käyttää epäsuoraa noteerausta, eli se ilmoittaa, kuinka paljon **yksi euro on ulkomaan valuuttana** (1 EUR = x valuuttayksikköä).

Käytettävä valuuttakurssi määräytyy tilanteen mukaan. **Tilivaluutan** kursseja käytetään kansainvälisessä kaupassa ja muussa maksuliikenteessä. Monet pankit ja valuuttaa vaihtavat yritykset antavat oman edullisen tarjouksensa, jos vaihdettavan valuutan määrä on vähintään 40 000 euroa.

Setelikursseja käytetään, kun vaihdetaan seteleitä (enintään 20 000 euroa). Matkasekkejä vaihdettaessa käytetään yleensä tilivaluutan kursseja.

Aikaisemmin valuutan vaihdon yhteydessä perittiin yleisesti vaihtopalkkioita, mutta kilpailun kiristyttyä niistä on valuuttakaupassa joissakin tapauksissa luovuttu.

EURO		(1 EUR = *x*)			
		TILIVALUUTTAKURSSIT		SETELIKURSSIT	
	Muut maat	Pankki myy	Pankki ostaa	Pankki myy	Pankki ostaa
AUD	Australia, dollari	1,5907	1,6187	1,5587	1,6647
BGN	Bulgaria, lev			1,8559	2,0459
CAD	Kanada, dollari	1,3953	1,4077	1,3404	1,4315
CHF	Sveitsi, frangi	1,5445	1,5533	1,5119	1,5812
CYP	Kypros, punta	0,5532	0,5932	0,5484	0,5985
CZK	Tsekki, koruna	28,974	29,574	27,804	30,754
DKK	Tanska, kruunu	7,4392	7,4762	7,2958	7,6019
EEK	Viro, kruunu	15,5216	15,7716	15,0306	16,0966
GBP	Iso-Britannia, punta	0,68335	0,68795	0,66795	0,69905
HKD	Hong Kong, dollari	9,0009	9,2609	8,5765	9,4297
HUF	Unkari, forintti	252,18	254,58	242,23	266,05
ISK	Islanti, kruunu	70,29	75,29	68,69	75,79
JPY	Japani, jeni	140,09	140,99	136,04	144,94
LTL	Liettua, litas	3,43	3,47	3,33	3,58
LVL	Latvia, lati	0,6931	0,6991	0,6741	0,7181
NOK	Norja, kruunu	7,85680	7,90480	7,71630	8,05580
NZD	Uusi-Seelanti, dollari	1,6975	1,7275		
PLN	Puola, zloty	3,9418	4,0058	3,7838	4,1538
RUB	Venäjä, rupla	31,7275	36,2275	30,7496	36,5258
SEK	Ruotsi, kruunu	9,5585	9,6225	9,4026	9,7888
SGD	Singapore, dollari	1,9928	2,0128	1,8968	2,0878
THB	Thaimaa, baht	48,053	49,053	45,453	50,953
TRY	Turkki, liira			1,4981	1,7101
USD	Yhdysvallat, dollari	1,1744	1,1808	1,1471	1,2033
CNY	Kiina, yuan			9,0874	9,9438

Euroopan keskuspankin valuuttakurssit 21.11.2005.

3.2 Valuutan muunnokset

Pankki ostaa ulkomaanvaluuttaa ostokurssilla ja myy sitä myyntikurssilla. Kuten edellä olevasta valuuttakurssitaulukosta huomataan, epäsuorassa noteerauksessa ostokurssi on suurempi kuin myyntikurssi.

Tutustutaan seuraavien esimerkkien avulla valuutanvaihtolaskelmiin.

ESIMERKKI 1

Kuinka monta Ruotsin kruunua on 2 750 euroa tilivaluutan myyntikurssin mukaan?

Kurssilistasta havaitaan, että Ruotsin kruunun tilivaluutan myyntikurssi on 9,5585. Se tarkoittaa, että 1 EUR = 9,5585 SEK.

2 750 € = 2 750 · 9,5585 SEK = 26 285,90 SEK.

Eurojen vaihtaminen ulkomaan valuutaksi

Eurot muunnetaan muuksi valuutaksi kertomalla euromäärä valuuttakurssilla.

ESIMERKKI 2

Matkailija palaa Englannista ja vaihtaa säästyneet 85 puntaa euroiksi. **Kuinka paljon hän saa, kun pankki perii valuutan vaihdosta palkkiota 3,50 euroa?**

Käytetään setelien ostokursseja, koska pankki ostaa matkailijalta ulkomaan valuuttaa.

1 EUR = 0,69905 GBP, eli

$$1\ \text{GBP} = \frac{1}{0{,}69905}\ \text{EUR}$$

$$85\ \text{GBP} = \frac{85}{0{,}69905}\ \text{EUR} = 121{,}60\ \text{EUR}$$

Valuutanvaihtolaskelma

85 GBP	121,60 EUR
Palkkio	3,50 EUR
Asiakas saa	118,10 EUR

Ulkomaan valuutan vaihtaminen euroiksi

Ulkomaan valuuttana ilmoitettu rahamäärä muunnetaan euroiksi jakamalla se valuuttakurssilla.

ESIMERKKI 3

Liisa ja Lasse ovat lähdössä viikon lomamatkalle Floridaan Yhdysvaltoihin. He ovat itse varanneet periltä hotellin, jonka vuorokausihinta on 85 USD. Matkaan kuuluu kaksi päiväretkeä, joiden hinta yhdeltä henkilöltä on 30 USD/retki. Lisäksi he kumpikin arvelevat tarvitsevansa käyttövaroiksi 50 USD/päivä. **Kuinka paljon dollareita heidän on vaihdettava pankista ja kuinka monta euroa he joutuvat maksamaan?** Pankin vaihtopalkkio on 3,50 euroa.

Hotellihuone 7 vrk à 85 USD	595 USD
Retket 2 henkilöä, 2 retkeä à 30 USD	120 USD
Käyttövarat 2 henkilöä, 7 vrk à 50 USD	700 USD
Tarve yhteensä	1 415 USD

Pankki myy Liisalle ja Lasselle dollarit, joten käytetään setelien myyntikurssia.
1 EUR = 1,1471 USD

$$1\,415\ \text{USD} = \frac{1\,415}{1{,}1471}\ \text{EUR} = 1\,233{,}55\ \text{EUR}$$

Valuutanvaihtolaskelma

1 415 USD	1 233,55 EUR
Palkkio	3,50 EUR
Asiakas maksaa	1 237,05 EUR

ESIMERKKI 4

Veka Ky maksaa tanskalaiselle tavaran toimittajalle 25 500 Tanskan kruunun laskun. **Kuinka paljon Veka Ky joutuu maksamaan laskusta euroina, kun pankki perii valuutanvaihdosta palkkiota 3,50 euroa?**

Käytetään tilivaluuttakursseja, koska lasku maksetaan suoraan tanskalaiselle tilille. Kurssilistasta valitaan myyntikurssi, koska pankki myy Veka ky:lle Tanskan valuuttaa.
1 EUR = 7,4392 DKK

$$25\,500\ \text{DKK} = \frac{25\,500}{7{,}4392}\ \text{EUR} = 3\,427{,}80\ \text{EUR}$$

Valuutanvaihtolaskelma

25 500 DKK	3 427,80 EUR
Palkkio	3,50 EUR
Asiakas maksaa	3 431,30 EUR

3.3 Valuutat ja ulkomaankauppa

Valuuttakurssit muuttuvat valuuttojen kysynnän ja tarjonnan perusteella hieman lähes päivittäin. Jo muutaman viikon ajanjaksolla kokonaismuutos voi olla useita prosentteja. Tämä aiheuttaa riskejä ulkomaan kauppaa käyville yrityksille. Riskeihin voidaan varautua monin eri tavoin. Valuuttakursseihin liittyvää riskinhallintaa ei kuitenkaan käsitellä tässä yhteydessä.

Jos euron valuuttakurssi nousee, sanotaan, että euro vahvistuu kyseiseen valuuttaan nähden. Vastaavasti euron valuuttakurssin laskiessa euro heikkenee kyseiseen valuuttaan nähden.

Euroalueen ulkopuolisen maan valuuttaa voidaan muuttaa myös kyseisen valtion keskuspankin päätöksellä. Jos valuutan ulkoista arvoa suhteessa muihin valuuttoihin alennetaan, puhutaan **devalvaatiosta.** Vastaavasti **revalvaatio** tarkoittaa valuutan ulkoisen arvon korottamista suhteessa muihin valuuttoihin. Käytännössä devalvaatio näkyy tuontihintojen nousuna ja vientihintojen alenemisena, joten devalvaatio parantaa maan omien tuotteiden kilpailukykyä kansainvälisessä kaupassa.

Teoriassa myös euro on mahdollista devalvoida tai revalvoida, mutta siihen tarvittaisiin kaikkien euroalueen valtioiden hyväksyntä. Suomessa devalvaatiot olivat yleisiä ennen Suomen liittymistä EU:n jäseneksi.

ESIMERKKI 5

Öljyn tynnyrihinta ilmoitetaan dollareina. Lokakuun alussa 2005 öljy maksoi 63 Yhdysvaltain dollaria tynnyriltä. Dollarin kurssi oli tällöin 1,2200. Marraskuun lopussa 2005 öljyn tynnyrihinta oli 56 euroa ja dollarin kurssi 1,1700. **Kuinka monta prosenttia öljyn hinta oli tarkastelujaksolla muuttunut a) dollareina, b) euroina?**

a) Alennus dollareina saadaan suoraan tynnyrihintojen perusteella:

$i = \frac{56}{63} - 1 \approx -0{,}11$, eli öljyn dollarihinta aleni 11 %.

b) Muutetaan aluksi öljyn tynnyrihinnat euroiksi.

1.10.2005: $63\ \text{USD} = \frac{63}{1{,}2200}\ \text{EUR} = 51{,}65\ \text{EUR}$

30.11.2005: $56\ \text{USD} = \frac{56}{1{,}1700}\ \text{EUR} = 47{,}85\ \text{EUR}$

Alennus euroina: $i = \frac{47{,}85}{51{,}65} - 1 \approx -0{,}074$, eli öljyn hinta euroina aleni 7,4 %.

Öljyn hinnan aleneminen euroina vähemmän kuin dollareina johtui siitä, että tarkasteluajanjaksolla euron arvo heikkeni dollariin nähden.

Valuutan kurssimuutosten vaikutus hintoihin

Esimerkin 5 mukainen tapaus on yleistettävissä. Jos euro vahvistuu ulkomaan valuuttoihin nähden, tuontihinnat laskevat ja vientihinnat nousevat. Vastaavasti, jos euro heikkenee muihin valuuttoihin verrattuna, tuontihinnat **nousevat** ja **vientihinnat laskevat.**

ESIMERKKI 6

Suomalaisen yrityksen maksettavaksi erääntyy 39 000 Sveitsin frangin lasku. **Kuinka paljon a) euroina, b) prosentteina yritys voittaa tai häviää, jos frangin kurssi laskee arvosta 1,5300 arvoon 1,4200?**

a) Lasketaan laskun loppusumma euroina molemmissa tapauksissa.

$$39\,000 \text{ CHF} = \frac{39\,000}{1{,}5300} \text{ EUR} \approx 25\,490 \text{ EUR}$$

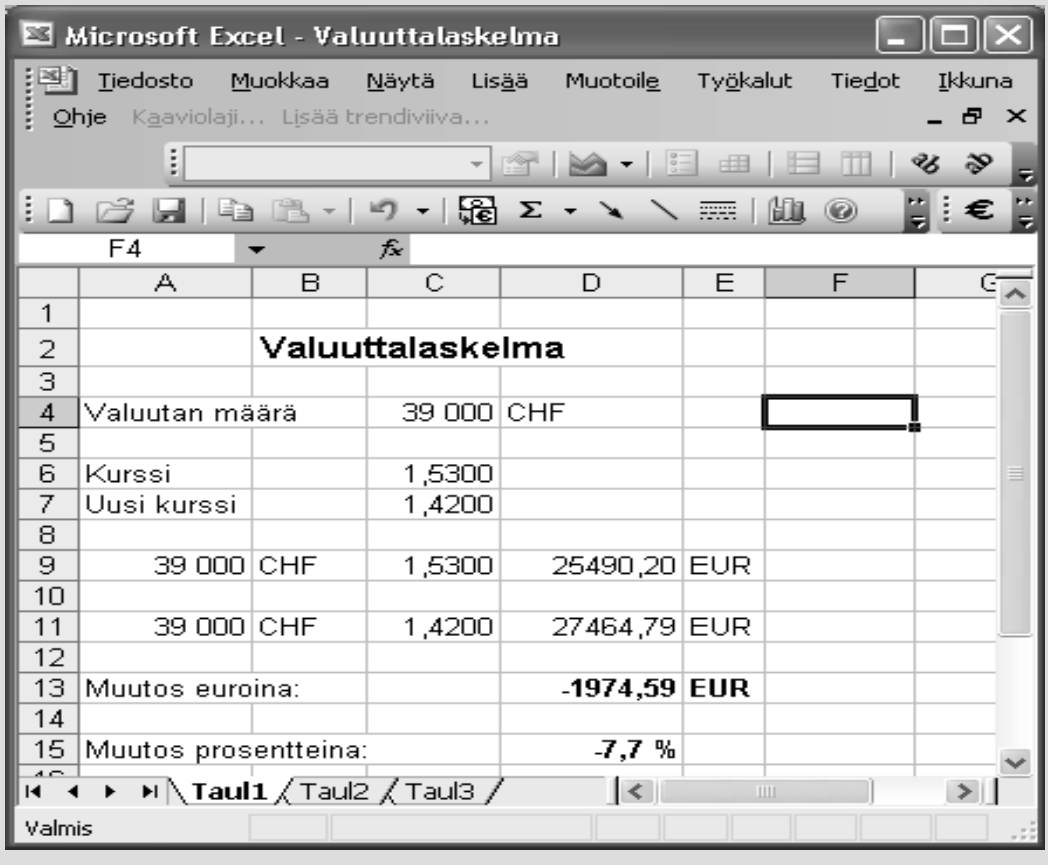
$$39\,000 \text{ EUR} = \frac{39\,000}{1{,}4200} \text{ EUR} \approx 27\,465 \text{ EUR}$$

Erotus –1 975 EUR

Yritys kärsii 1 975 euron kurssitappion.

b) $i = \frac{1\,975}{25\,490} = 0{,}077$ **eli kurssitappio on 7,7 %.**

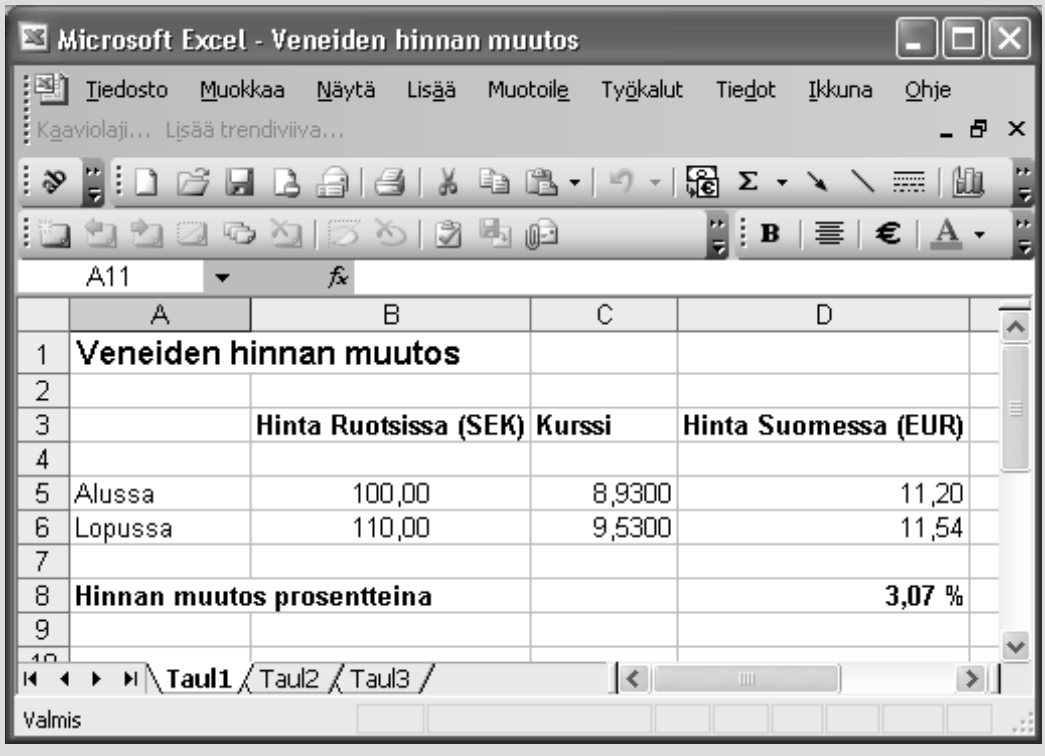
Varsinkin monimutkaiset valuuttalaskelmat kannattaa tehdä taulukkolaskentaohjelman avulla. Seuraavassa on edellinen esimerkki laskettuna Excelin avulla. Excelillä on helppoa kokeilla mm. valuuttakurssien muutosten vaikutusta tulokseen.



ESIMERKKI 7

Yritys tuo veneitä Ruotsista. Ruotsalainen veistämö on korottanut vuoden aikana veneidensä hintoja keskimäärin 10 %. Saman vuoden aikana Ruotsin kruunun kurssi on muuttunut 8,9300 kruunusta 9,5300 kruunuun ja suomalaisten veneiden hinnat nousseet keskimäärin 3 %. **Onko ruotsalaisten veneiden kilpailukyky Suomen markkinoilla parantunut vai huonontunut?**

Lasketaan tehtävä Excelin avulla. Koska kyseessä on veneiden keskimääräinen hinta eikä yksittäisen mallin hinta, merkitään keskihintaa Ruotsissa aluksi luvulla 100. Veistämö on vuoden aikana korottanut hintoja keskimäärin 10 %, joten uusi hinta on 110. Saadaan seuraava laskelma:

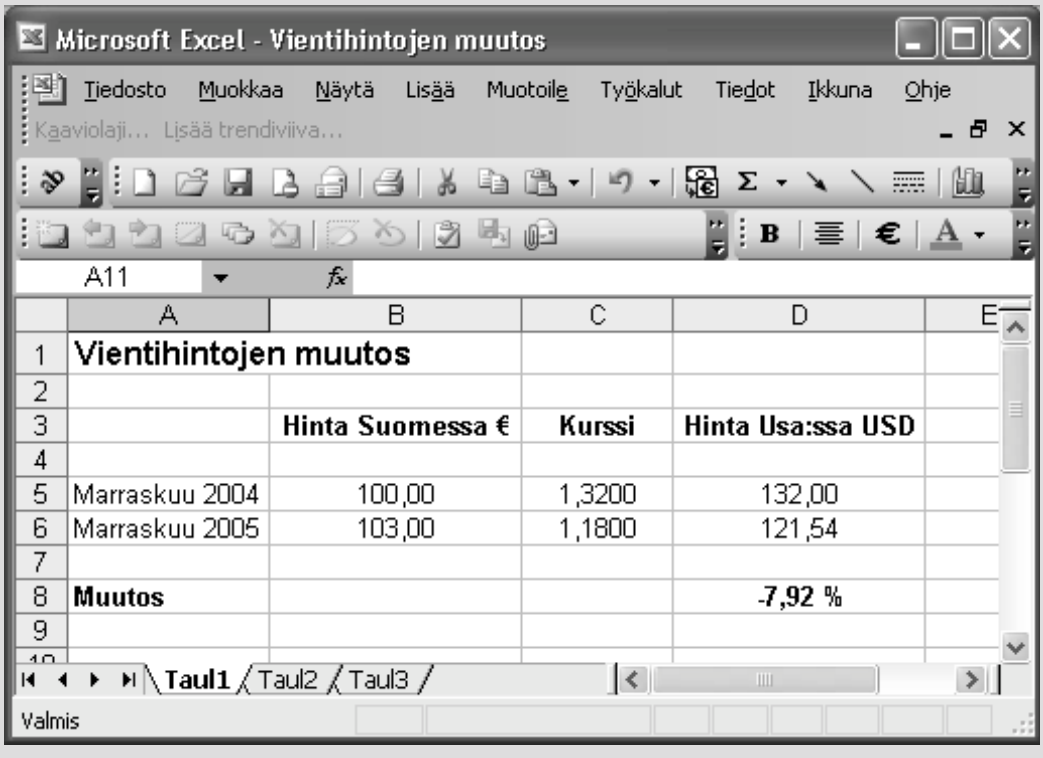


Koska suomalaisten veneiden hinnat olivat nousseet 3 %, oli ruotsalaisten veneiden kilpailukyky Suomen markkinoilla pysynyt käytännössä ennallaan, vaikka ruotsalaisen veneveistämön hinnat olivat nousseet huomattavasti enemmän kuin suomalaisten veneiden hinnat. Tämä johtuu siitä, että Ruotsin kruunun kurssi oli vuoden aikana selvästi heikentynyt.

ESIMERKKI 8

Yhdysvaltain dollarin kurssi oli vuoden 2004 marraskuussa 1,3200 ja vuotta myöhemmin 1,1800. **Kuinka monta prosenttia suomalaisen yrityksen valmistamien tuotteiden vientihinta Yhdysvaltoihin muuttuu, kun tarkasteluajanjakson aikana yrityksen valmistamien tuotteiden hinta on Suomessa noussut 3 %?**

Oletetaan, että suomalaisen tuotteen myyntihinta tehtaalla oli 100 euroa marraskuussa 2004. Siten marraskuussa 2005 myyntihinta oli 103 euroa. Saamme seuraavan laskelman:



	A	B	C	D
1	**Vientihintojen muutos**			
2				
3		**Hinta Suomessa €**	**Kurssi**	**Hinta Usa:ssa USD**
4				
5	Marraskuu 2004	100,00	1,3200	132,00
6	Marraskuu 2005	103,00	1,1800	121,54
7				
8	**Muutos**			**-7,92 %**
9				

Tuotteiden vientihinta laskee 7,9 %.

Koska vientihinta laski euron selvän heikkenemisen seurauksena, yrityksen valmistamien tuotteiden kilpailukyky Yhdysvaltain-markkinoilla parani selvästi marraskuun 2004 ja marraskuun 2005 välisenä aikana.

ESIMERKKI 9

Edellisessä esimerkissä mainitun yrityksen kilpailukyky Yhdysvaltain-markkinoilla oli jo ennen euron heikkenemistä niin hyvä, että se pystyi siirtämään euron heikkenemisestä saamansa hyödyn tuotteidensa hintoihin. **Kuinka monta prosenttia yritys voi korottaa valmistamiensa tuotteiden euromääräistä hintaa, jotta tuotteiden hinta Yhdysvaltain-markkinoilla pysyisi ennallaan?**

Marraskuussa 2005 hinta voi edelleen olla 132 dollaria. Koska dollarin kurssi oli tällöin 1,1800, voi uusi euromääräinen hinta olla

$$\frac{132}{1{,}1800}\ € \approx 111{,}90\ €.$$

Näin yritys saattoi marraskuun 2004 ja marraskuun 2005 välisenä aikana korottaa valmistamiensa tuotteiden hintaa 11,9 % ilman, että tuotteiden kilpailukyky Yhdysvaltain-markkinoilla heikkeni.

Oman valuutan heikkenemisen seuraukset eivät aina ole vientiä harjoittavalle yritykselle pelkästään positiivisia. Jos yrityksellä on paljon valuuttavelkoja, voi oman valuutan heikkenemisestä saatava hyöty pahimmassa tapauksessa olla pienempi kuin ulkomaisen velan kasvu.

TEHTÄVIÄ

Käytä kirjassa olevan kurssilistan (ks. s. 50) mukaisia valuuttakursseja ellei tehtävässä ole ilmoitettu toisin. Jos mahdollista, käytä tehtäviä ratkaistessasi myös Exceliä.

1 Kuinka monta dollaria on a) 1 euro, b) 10 euroa, c) 100 euroa, d) 300 euroa setelien myyntikurssin mukaan?

2 Kuinka paljon Iso-Britannian puntia saa henkilö, joka vaihtaa pankissa a) 500 euroa, b) 1 250 euroa, c) 3 000 euroa? Käytä setelikursseja.

3 Matkailija haluaa vaihtaa pankissa 450 euroa a) Tanskan kruunuiksi, b) Kanadan dollareiksi, c) Sveitsin frangeiksi. Kuinka paljon hän saa valuuttaa, kun pankin palkkio on 3,50 euroa?

4 Kuinka monta euroa on a) 1 NOK, b) 1 GBP, c) 10 SEK, d) 100 EEK setelien ostokurssin mukaan?

5 Kuinka monta prosenttia Yhdysvaltain dollarin ostokurssi on suurempi kuin myyntikurssi, jos käytetään a) tilivaluuttakursseja, b) setelikursseja?

6 Muunna euroiksi tilivaluuttakursseja käyttäen a) 52 500 NOK, b) 250 000 EEK, c) 13 200 CAD, d) 145 000 CHF. Pankin vaihtopalkkio on 3,50 euroa.

7 Lasse teki lomamatkan Ruotsiin ja Norjaan. Hän vaihtoi valuuttaa yhteensä 950 eurolla, josta 600 eurolla hän hankki Ruotsin kruunuja ja lopuilla Norjan kruunuja. Molemmista vaihdoista perittiin 3,50 euron palkkio. Kuinka paljon hän sai kumpaakin valuuttaa?

8 Matti Mäki on lähdössä lomamatkalle Thaimaahan ja aikoo vaihtaa yhteensä 1 500 euroa Thaimaan bahteiksi ja Yhdysvaltain dollareiksi. Matti haluaa saada 800 Yhdysvaltain dollaria. Kuinka monta bahtia (THB) hän saa, kun molempien valuuttojen vaihdosta peritään toimitusmaksua 3,50 €?

9 Kun Matti palaa lomaltaan, hänellä on jäljellä 200 USD ja 2 000 THB. Lomamatkan aikana dollarin ostokurssi on laskenut 1,1000 euroon, ja bahtin ostokurssi on nyt 48,500. Kuinka paljon Matti saa valuutat vaihtaessaan euroja, kun vaihdon yhteydessä peritään taas toimitusmaksua 3,50 euroa molemmista vaihdoista?

10 Yrityksen valuuttatulot olivat erään kuukauden aikana seuraavat:

Valtio	Valuuttatulot
Ruotsi	120 000 SEK
Englanti	65 000 GBP
Japani	850 000 JPY
Yhdysvallat	40 000 USD

Pankki perii vaihtopalkkiota 0,5 prosenttia euromääräisestä loppusummasta. Kuinka paljon yritys saa valuuttatuloja euroina?

11 Yritys on myynyt ulkomaille tavaraa 52 000 euron arvosta. Kuinka paljon se saa ulkomaan valuuttaa, jos laskutusvaluutta on a) Ruotsin kruunu, b) Yhdysvaltain dollari, c) Japanin jeni, d) Viron kruunu? Valuutanvaihtopalkkiota ei peritä. Käytä tilivaluutan myyntikursseja.

12 Matkatoimisto Loistolomat maksaa hotellimaksuja kansainväliselle hotelliketjulle yhteensä 250 000 euroa. Ketjun yhdysvaltalaisille hotelleille menee maksuista 135 000 euroa, ja loput maksuista menevät ketjun kanadalaisille hotelleille. Kuinka monta Yhdysvaltain ja Kanadan dollaria kummankin maan hotellit saavat, kun käytetään tilivaluuttakursseja? Pankki ei peri vaihtopalkkiota.

13 Yritys tuo maahan tavaraa Japanista ja Sveitsistä. Tammikuussa tuontilaskuja maksettiin 420 000 000 Japanin jenin ja 1 750 000 Sveitsin frangin arvosta. Kuinka paljon rahaa laskujen maksamiseen tarvittiin euroina? Pankki ei peri vaihtopalkkiota.

14 Kuinka monta prosenttia enemmän 35 000 euron arvoinen auto maksaa Suomessa kuin 195 000 kruunun arvoinen auto Ruotsissa, jos kruunun kurssi on 9,5000?

15 Olet lähdössä viikon (7 vrk) kaupunkilomalle Kööpenhaminaan. Hotelli maksaa 480 Tanskan kruunua vuorokaudelta. Lisäksi tarvitset käyttövaroja keskimäärin 750 kruunua vuorokaudessa. Kuinka paljon Tanskan kruunuja sinun on vaihdettava pankissa, ja kuinka paljon summa on euroina? Pankki perii vaihtopalkkiota 3,50 euroa.

16 Yritys tuo veneitä Norjasta Suomeen. Erään venemallin hinta on vuoden alussa 450 000 Norjan kruunua. Vuoden lopussa sama vene maksaa 4,5 % enemmän. Samaan aikaan Norjan kruunun kurssi on Suomessa muuttunut 8,1000:sta 7,9000:een. Kuinka monta prosenttia venemallin tuontihinta on muuttunut vuoden aikana?

17 Yrityksellä on velkaa 250 000 Yhdysvaltain dollaria ja saatavia 400 000 Ruotsin kruunua. Kuinka suuri on yrityksen nettovelka euroina? Ohje: Velat muunnetaan euroiksi käyttämällä myyntikurssia ja saatavat käyttäen ostokurssia.

18 Suomalaisella yrityksellä on 120 000 Englannin punnan tilivelka. Kuinka monta prosenttia velan arvo euroina muuttuu, jos Englannin punnan kurssi muuttuu 0,6850:sta 0,7150:aan?

19 Maahantuoja osti autoja Japanista. Laskun loppusumma oli 215 000 000 JPY. Lasku oli päivätty 15.4., jolloin Japanin jenin myyntikurssi oli 139,50. Yritys maksoi laskun 30.4., jolloin myyntikurssi oli 141,15. Kuinka suuri oli yrityksen kurssivoitto euroina ja prosentteina?

20 Suomalainen matkailija osti lomamatkallaan Turkista kultakorun, jonka hinta oli 520 Turkin liiraa. Hän maksoi ostoksensa Visa-luottokortilla. Luottokorttiyhtiö laskutti asiakasta euromääräisellä laskulla. Kuinka paljon kultakoru tuli matkailijalle maksamaan euroina, kun luottokorttiyhtiö käyttää setelien myyntikurssia ja laskuttaa lisäksi 2 euroa toimitusmaksua ja 2,5 % provisiota laskun loppusummasta?

21 Dollarin kurssi on vuoden 2005 aikana laskenut Suomessa arvosta 1,3000 arvoon 1,1700. Kuinka monta prosenttia on muutoksen vaikutus a) suomalaisen hyödykkeen hintaan yhdysvaltalaisen ostajan kannalta, b) yhdysvaltalaisen hyödykkeen hintaan suomalaisen ostajan kannalta?

22 Inflaatio on vuoden aikana Suomessa 1,8 % ja Kanadassa 2,7 %. Samaan aikaan Kanadan dollarin eurokurssi laskee arvosta 1,6300 arvoon 1,4000. Kuinka monta prosenttia muutokset vaikuttavat

a) tuontihintoihin Kanadasta Suomeen (EUR)

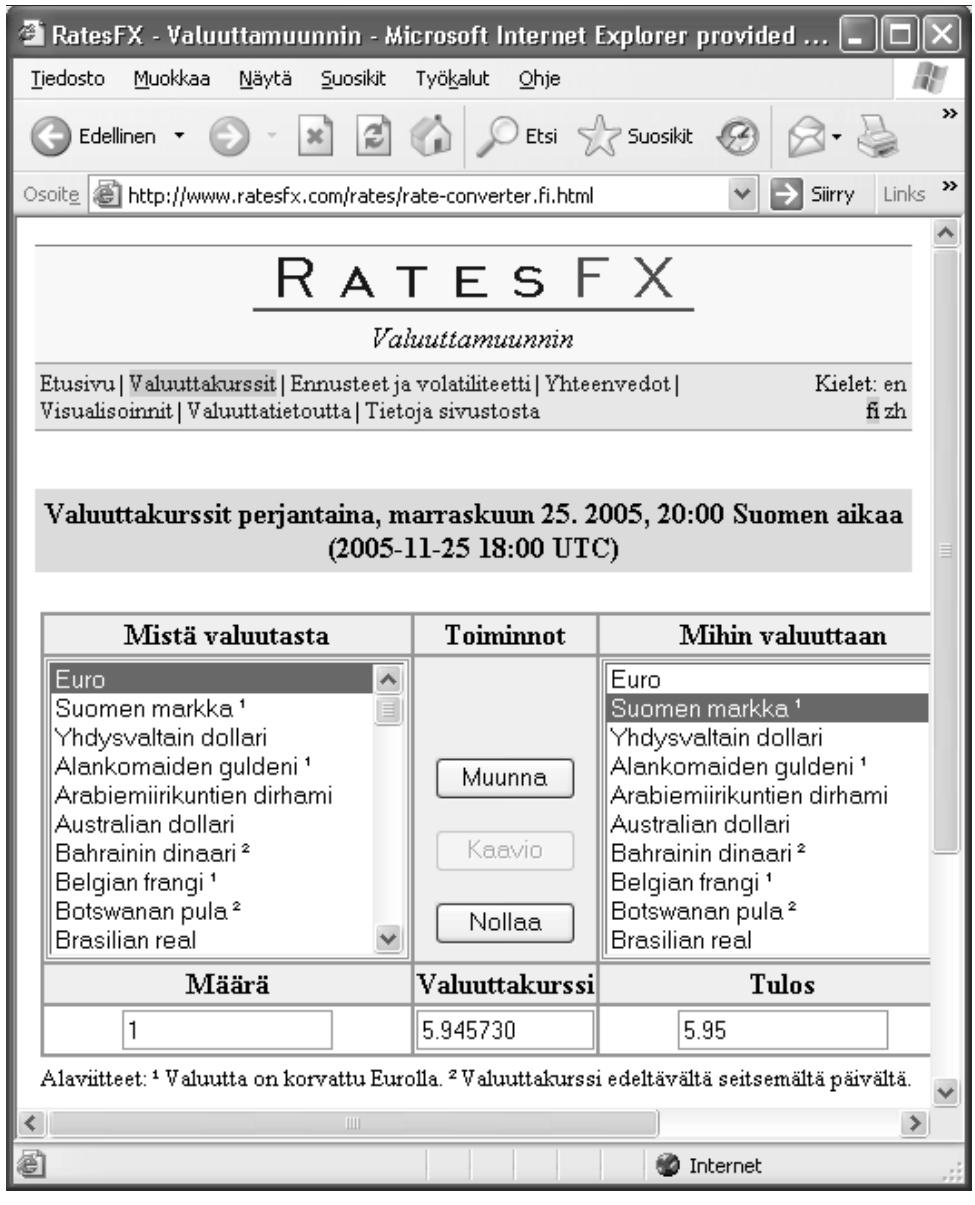
b) vientihintoihin Suomesta Kanadaan (CAD)?

c) Pohdi, miten muutokset vaikuttavat kanadalaisten tuotteiden kilpailukykyyn Suomen-markkinoilla ja toisaalta suomalaisten tuotteiden kilpailukykyyn Kanadan-markkinoilla.

23 Kuinka monta prosenttia muuttuu suomalaisen tuotteen hinta ulkomaisen ostajan kannalta, jos kotimaiset hinnat nousevat 6,5 % ja valuuttakurssit laskevat 4,2 %?

24 Valuuttakurssit nousevat Suomessa vuoden aikana 8 %. Kuinka monta prosenttia vientiä harjoittavan yrityksen tulisi tuotantokuluja alentamalla laskea euromääräisiä hintojaan, jotta sen valmistamien tuotteiden kilpailukyky ulkomaan markkinoilla säilyisi ennallaan?

25 Internetissä osoitteessa <http://www.ratesfx.com/rates/rate-converter.fi.html> on valuutanvaihtolaskin (ks. myös kuva s. 62). Tutustu laskimen toimintaan ja laske sen jälkeen sen avulla tehtävät 16–19.


RatesFX - Valuuttamuunnin - Microsoft Internet Explorer provided ...
Tiedosto Muokkaa Näytä Suosikit Työkalut Ohje
Edellinen Etsi Suosikit
Osoite http://www.ratesfx.com/rates/rate-converter.fi.html
Siirry Links
RATESFX
Valuuttamuunnin
Etusivu | Valuuttakurssit | Ennusteet ja volatiliteetti | Yhteenvedot | Visualisoinnit | Valuuttatietoutta | Tietoja sivustosta
Kielet: en fi zh
Valuuttakurssit perjantaina, marraskuun 25. 2005, 20:00 Suomen aikaa (2005-11-25 18:00 UTC)
Mistä valuutasta
Toiminnot
Mihin valuuttaan
Euro
Suomen markka ¹
Yhdysvaltain dollari
Alankomaiden guldeni ¹
Arabiemiirikuntien dirhami
Australian dollari
Bahrainin dinaari ²
Belgian frangi ¹
Botswanan pula ²
Brasilian real
Muunna
Kaavio
Nollaa
Määrä
Valuuttakurssi
Tulos
1
5.945730
5.95
Alaviitteet: ¹ Valuutta on korvattu Eurolla. ² Valuuttakurssi edeltävältä seitsemältä päivältä.
Internet

4
Korkolasku

4.1 Peruskäsitteitä

Rahoitusmarkkinoilla välitetään yksityisten ihmisten ja yhteisöjen säästöjä toisten käyttöön korvausta vastaan. Korvauksen suuruuteen ja siten rahan hintaan vaikuttaa korkokanta eli korko.

Peruskorko on Suomen Pankin määräämä hallinnollinen korko. Sen mukaan puolestaan määräytyvät edelleen joidenkin luottojen ja talletusten korot. Peruskoron merkitys on kuitenkin vähentynyt viitekorkona, sillä uusien luottojen **viitekorkoina** käytetään yhä enemmän markkinakorkoja. Peruskorko **ohjauskorkona** vaikuttaa kuitenkin välillisesti yleiseen korkotasoon.

Valtiovarainministeriö vahvistaa peruskoron kesä- ja joulukuussa seuraavaksi puoleksi kalenterivuodeksi kerrallaan. Peruskorko on vahvistamista edeltävien kolmen kalenterikuukauden aikana julkaistujen 12 kuukauden euriborkorkojen keskiarvo pyöristettynä lähimpään prosenttiyksikön neljäsosaan. Peruskorko oli vuoden 2006 alussa 2,5 %.

Peruskoron ohella ohjauskorkona käytetään myös **repoa.** Repo on yleisesti ottaen myyntikauppa, johon sisältyy sopimus omaisuuden takaisinostokaupasta tiettyyn hintaan ja tiettynä päivänä. Reposopimuksia käytetään pääsääntöisesti rahan lainaamiseen, jolloin repokorko on lainanantajan saama korvaus lainatapahtumasta.

Euriborkorko (Euro Interbank Offered Rate) on euroalueen rahamarkkinoiden yleisin viitekorko. Euribor on sijoitustodistusten korkonoteerauksista laskettu viitekorko. Euribor lasketaan kahta toisistaan hieman poikkeavaa menetelmää käyttäen. **Euribor 360**:ssa käytetään korko-

jakson todellisia kalenteripäiviä, mutta vuodessa on 360 korkopäivää. **Euribor 365**:ssä käytetään korkojakson todellisia kalenteripäiviä ja vuodessa on 365 korkopäivää.

Rahaa lainattaessa tai talletettaessa sovitaan koron lisäksi myös laina-aika. Lyhyiden luottojen ja talletusten laina-aika on korkeintaan yksi vuosi. Tätä varten euriborkorkokin lasketaan erikseen yhdelle viikolle sekä 1, 3, 6 ja 12 kuukaudelle. Tavallisimpia ovat kolmen ja 12 kuukauden ajat. Jos luoton viitekoroksi valitaan esimerkiksi kolmen kuukauden euriborkorko, sitoo pankki luoton hinnan tuohon korkoon aina kolmen kuukauden ajaksi kerrallaan, ja korko tarkistetaan kolmen kuukauden välein.

Primekorot ovat suomalaisten pankkien viitekorkoja. Primekorko on pankkiryhmäkohtainen viitekorko, jonka muutoksista pankki päättää viranomaisten kanssa sovittujen periaatteiden mukaisesti.

Eonia (Euro OverNight Index Average) on yön-yli-lainojen viitekorko.

Laina-aika voi periaatteessa olla minkä pituinen tahansa. Lyhimmät laina-ajat kestävät vain illasta seuraavaan aamuun. Näitä yön-yli-luottoja käyttävät lähinnä vain pankit ja yritykset. Laina-ajan toista ääripäätä edustavat ikuiset luotot.

Korko euroina on korvaus luotosta tai talletuksesta. Siten korko on luoton tai talletuksen euromääräinen hinta. Siihen vaikuttavat korkokannan ohella luoton tai talletuksen suuruus ja korkoaika.

Talletuskorosta joudutaan maksamaan lähdeveroa. **Lähdevero** on vuoden 2005 alusta lähtien ollut 28 prosenttia koron määrästä. Korkotulon lähdeverotus koskee vain luonnollisten henkilöiden ja kuolinpesien saamia korkotuloja. Pankkitalletuksista pankki perii suoraan valtiolle menevän lähdeveron.

Jos maksuja ei maksa viimeistään eräpäivänä, peritään ylimenevältä ajalta **viivästyskorkoa.** Suomen Pankki ilmoittaa viivästyskoron määrittämisessä käytettävän viitekoron. Viivästyskorko on viitekorko lisättynä korkolain mukaisella 7 prosenttiyksiköllä. Viivästyskorko oli vuoden 2006 alussa 9,5 prosenttia.

Korko-sanalle on vakiintunut kaksi eri merkitystä. Yhtäältä se on synonyymi sanalle korkokanta (siis prosenttiluvulle), mutta kaupallisissa ja lakiteksteissä sanaa korkokanta käytetään entistä harvemmin. Toisaalta korko-sanalla tarkoitetaan euromääräistä talletukselle saatavaa tai luotosta maksettavaa hintaa. Korko-sanan kahdesta merkityksestä ei käytännössä kuitenkaan yleensä ole mitään haittaa. Jos on perusteltua aihetta olettaa, että sekaannusta voi syntyä, käytetään prosenttiluvusta nimeä korkokanta tai joskus korkoprosentti.

Korkokantojen tai yleisemmin rahoitus- ja rahamarkkinoiden kehitystä voi seurata päivälehdistä, talouselämän monista julkaisuista ja Internetistä, esimerkiksi Suomen Pankin osoitteesta <www.suomenpankki.fi> tai Rahoitustarkastuksen osoitteesta <www.rahoitustarkastus.fi>.

4.2 Korkolaskun perustapaukset

Tässä luvussa tarkastellaan tapauksia, joissa korkoaika on korkeintaan yhden korkojakson mittainen. Tällöin puhutaan **yksinkertaisesta korkolaskusta.** Kun korkoaika on yli korkojakson mittainen, joudutaan käyttämään **koronkorkolaskua.** Sitä käsitellään perusteellisesti luvussa 5.

Korko maksetaan viimeistään tietyn jakson eli korkojakson päättyessä. Usein korkojakso on vuosi, mutta se voi olla esimerkiksi puoli vuotta, neljännesvuosi tai yksi kuukausi. Esimerkiksi pankki maksaa yleensä talletuksille korkoa kerran vuodessa mutta perii luotosta korkoa vähintään kaksi kertaa vuodessa. Korkolaskussa luottoa tai talletusta, jolle korko lasketaan, sanotaan **pääomaksi.**

Peruskaava

Korkokanta ilmoittaa koron määrän prosentteina pääomasta yhden korkojakson ajalta. Jos korkoaika on korkojaksoa lyhyempi, on korko suoraan verrannollinen korkoaikaan.

Merkitään pääomaa k:lla, korkokantaa p:llä ja korkoaikaa päivinä d:llä. Tällöin korkojakson korko r pääomalle on $r = k \cdot \frac{p}{100}$. Jos aika on d päivää, niin koroksi tulee se osa korkojakson korosta, joka d päivää on

korkojaksosta. Jos korkojakso on vuosi ja vuodessa on 365 korkopäivää, saadaan koron kaavaksi seuraava.

$$r = k \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{d}{365}$$

Korkokannan p desimaalimuotoa on tapana merkitä i:llä, eli $i = \frac{p}{100}$.
Jos d päivää muunnetaan suurempaan laatuun vuosiksi ja sitä merkitään t:llä, niin korkolaskun peruskaava saa seuraavan muodon.

$$r = k \cdot i \cdot t$$

Kaavassa
$r =$ korko euroina
$k =$ pääoma
$i =$ korkokanta desimaalimuodossa
$t =$ aika vuosina ($0 \leq t \leq 1$).

Korkoaika

Korkoajan laskemisessa on käytössä jopa kolme toisistaan poikkeavaa tapaa. Nykyään eniten käytössä olevassa **englantilaisessa** tavassa korkoaika lasketaan todellisten kalenteripäivien mukaan ja vuodessa on siten 365 korkopäivää. **Ranskalaisessa** tavassa korkoaika lasketaan myös todellisten kalenteripäivien mukaan, mutta vuodessa on 360 korkopäivää. Kun korkopäiviä lasketaan **poimintamenetelmällä,** luoton tai talletuksen alkamispäivää ei lasketa aikaan mukaan, mutta sen sijaan korkoajan viimeinen päivä lasketaan.

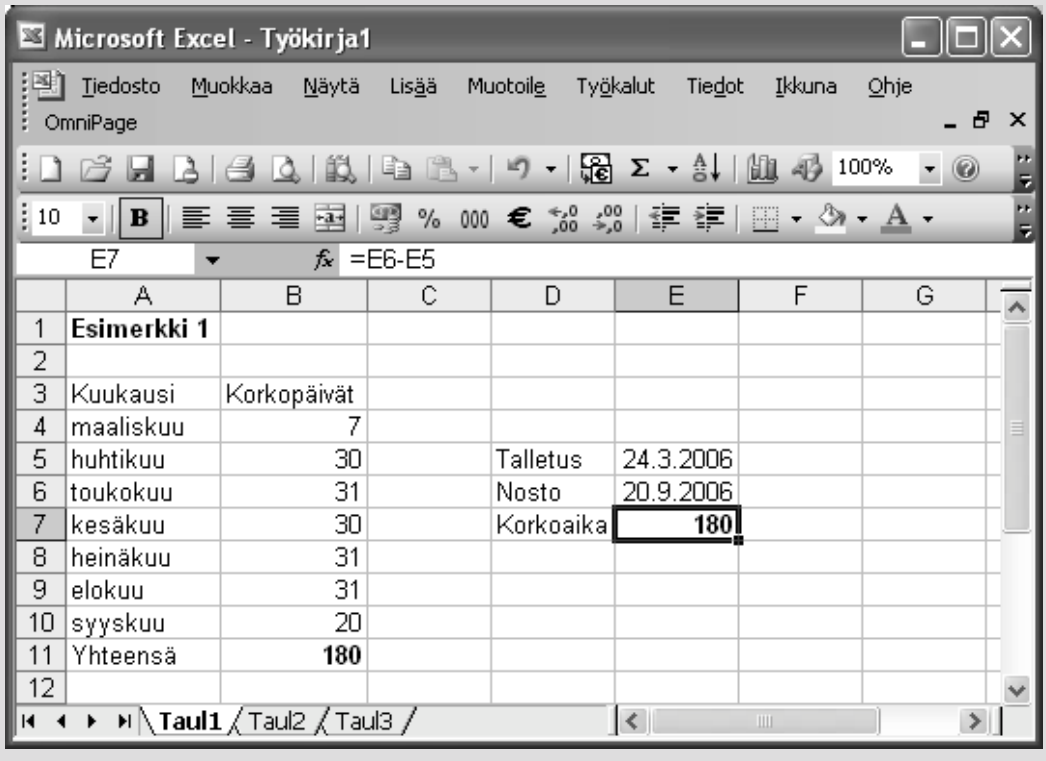
Saksalaisen tavan mukaan laskettaessa jokaiseen kuukauteen lasketaan 30 korkopäivää, jolloin vuodessa on 360 korkopäivää. Saksalaisen tavan mukaan laskettaessa 31. päivä muunnetaan 30. päiväksi. Kahden päivämäärän välinen aika lasketaan esimerkiksi siten, että myöhäisemmästä päivämäärästä vähennetään aikaisempi päivämäärä. Saksalaista tapaa käytetään esimerkiksi osamaksukaupoissa. Lisäksi saksalaista tapaa joudutaan käyttämään, jos ei tiedetä tarkkoja päivämääriä, esimerkiksi kun puhutaan yleisesti kolmen kuukauden koron laskemisesta.

Seuraavissa esimerkeissä korkoajan laskemisessa käytetään englantilaista tapaa, ellei toisin mainita tai täsmällinen ajanmääritys puuttuu.

ESIMERKKI 1

Henkilö talletti 24.3. lottovoitosta saamansa 73 000 euroa pankkiin 2 %:n tilille. **Kuinka paljon hän voi nostaa rahaa auton ostoa varten lopettaessaan tilin 20.9.?** Lähdevero on 28 %.

Korkoajan voi laskea poimimalla kunkin kuukauden kalenteripäivät. Helpommin korkoajan saa lasketuksi Excelillä, sillä Excel tuntee kalenterin ja siten myös karkausvuodet. Kun korkoaikaa lasketaan Excelillä, voidaan joutua muotoilemaan solujen arvoja. Laskettaessa esimerkiksi solun E7 arvoa, saadaan erotukseksi 28.6.1900. Valitsemalla Muotoile-valikosta kohta Solut… ja sieltä edelleen Luokka: Yleinen, saadaan tulokseksi päivien lukumäärä 180.



	A	B	C	D	E	F	G
1	**Esimerkki 1**						
2							
3	Kuukausi	Korkopäivät					
4	maaliskuu	7					
5	huhtikuu	30		Talletus	24.3.2006		
6	toukokuu	31		Nosto	20.9.2006		
7	kesäkuu	30		Korkoaika	**180**		
8	heinäkuu	31					
9	elokuu	31					
10	syyskuu	20					
11	Yhteensä	**180**					
12							

Sijoitetaan lähtöarvot peruskaavaan, jolloin saadaan koroksi

$$r = 73\,000 \cdot 0{,}02 \cdot \frac{180}{365}\ € = 720\ €.$$

Korosta joudutaan kuitenkin maksamaan lähdeveroa 28 %.
Seuraavaksi lasketaan veron määrä: $0{,}28 \cdot 720\ € = 201{,}60\ €$.
Nettokorko on siten: $720\ € - 201{,}60\ € = 518{,}40\ €$.
Tiliä lopetettaessa voidaan nostaa: $73\,000\ € + 518{,}40\ € = 73\,518{,}40\ €$.

Nettokorko voidaan laskea myös siten, että aluksi määritetään lähdeveron huomioon ottava nettokorkokanta: $0{,}72 \cdot 2\ \% = 1{,}44\ \%$. Nettokorkokantaa käyttäen saadaan suoraan nettokoroksi

$$r = 73\,000 \cdot 0{,}0144 \cdot \frac{180}{365}\ € = 518{,}40\ €.$$

Huomautus Vaikka nettokorkokannan käyttö on kätevää, niin käytännössä laskentatavasta riippuen pyöristykset saattavat aiheuttaa pientä eroavuutta. Tämä johtuu siitä, että pankki pyöristää valtiolle tilitettävän lähdeveron alaspäin lähimpään 10 senttiin.

Peruskaavasta voidaan ratkaista aika t: $t = \frac{r}{k \cdot i}$. Jos aika halutaan ilmoittaa suoraan korkopäivinä d, kerrotaan kaavan oikea puoli korkojakson päivien lukumäärällä: englantilaisessa tavassa luvulla 365, ranskalaisessa ja saksalaisessa tavassa luvulla 360. Siten englantilaisen tavan mukaan laskettaessa korkoaika päivinä saadaan seuraavasta kaavasta.

$$d = 365 \cdot \frac{r}{k \cdot i}$$

Jos laskennalliseksi korkoajaksi ei tule kokonaislukua, on tapana pyöristää korkoaika ylöspäin kokonaisluvuksi.

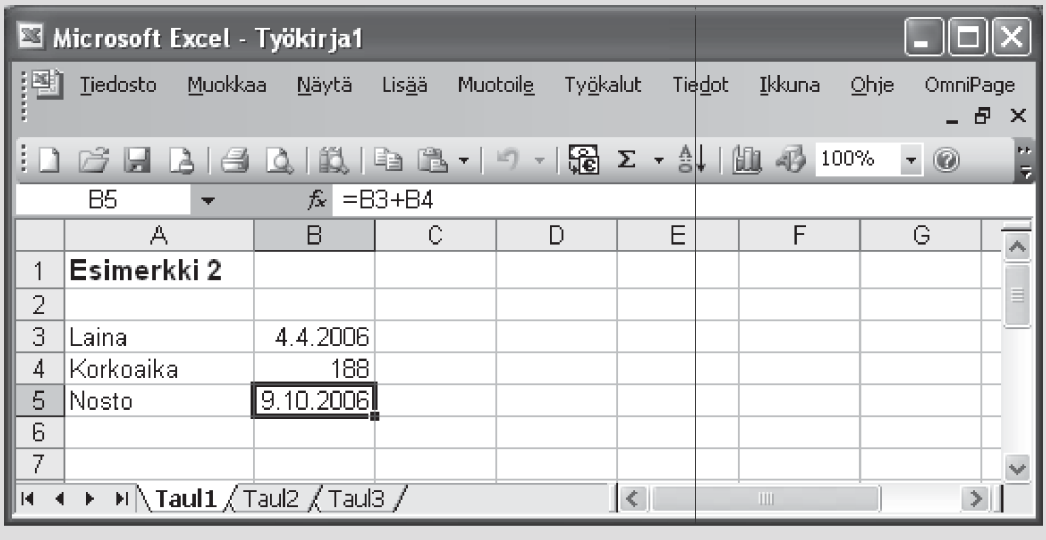
ESIMERKKI 2

Yritys lainasi 4.4. toiselle yritykselle myyntivoittojaan 450 000 euroa 4,32 prosentin korolla. **Milloin laina korkoineen on 460 000 euroa, kun käytetään englantilaista tapaa?**

Korkoa pitää saada 10 000 €. Korkoaika on siten

$$d = 365 \cdot \frac{10\,000\ €}{450\,000\ € \cdot 0{,}0432} = 188.$$

Lasketaan päivämäärä Excelillä:



Vastaus: lokakuun 9. päivänä.

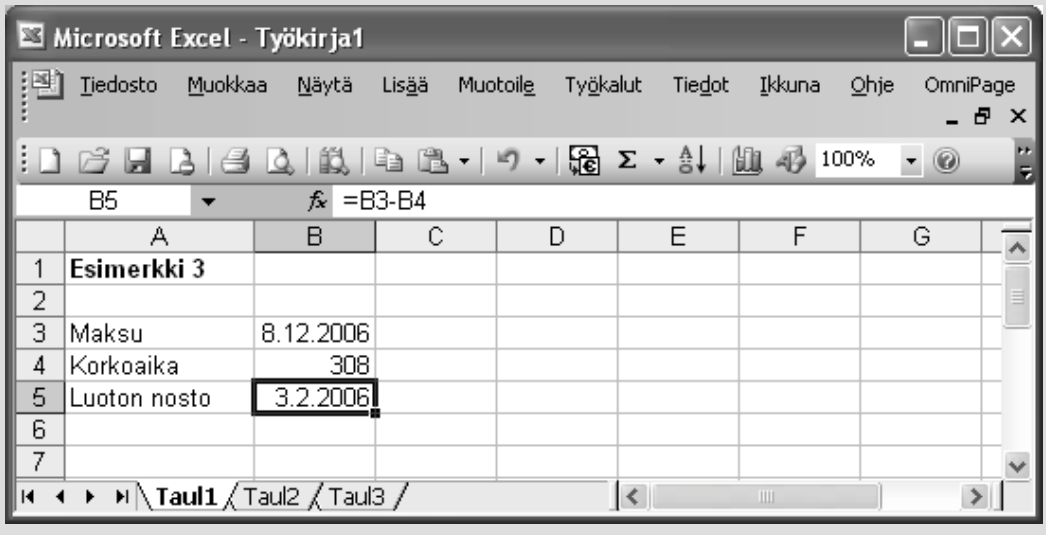
ESIMERKKI 3

Minä päivänä 12 500 euron lyhytaikainen luotto oli otettu, kun se maksettiin takaisin 8.12. 13 000 eurolla? Luoton korkokanta on 4,75 %.

Korko on 500 €. Korkoaika päivinä on

$$d = 365 \cdot \frac{500\ €}{12\,500\ € \cdot 0{,}0475} = 308.$$

Lasketaan luoton noston päivämäärä Excelillä:



Luotto oli otettu helmikuun 3. päivänä.

Pääoma

ESIMERKKI 4

Luotonottaja tietää pystyvänsä maksamaan luotosta korkoa kuukaudessa 450 euroa. **Kuinka suuren luoton hän voi ottaa, kun luoton korkokanta on 5,13 %?** Luoton nostokuluja ei oteta huomioon.

Peruskaavasta voidaan ratkaista *k*: $k = \frac{r}{i \cdot t}$. Tässä tapauksessa on käytettävä saksalaista tapaa, koska korkoaika on ilmoitettu vain kuukausina.

$$k = \frac{450\ €}{0{,}0513 \cdot \frac{30}{360}} = 105\,263\ €$$

Korkokanta

ESIMERKKI 5

Sijoittaja ostaa 26.5. arvopapereita 35 000 eurolla ja myy ne 21.12. samana vuonna 41 000 eurolla. **Minkä korkokannan mukaan hän sai sijoitukselleen tuottoa, kun pääomavero myyntivoitosta on 28 %?**

Nettotuotto: 0,72 · (41 000 € – 35 000 €) = 4 320 €. Lasketaan seuraavaksi korkoaika Excelillä, jolloin tulokseksi saadaan 209 päivää.

Peruskaavasta voidaan ratkaista i: $i = \frac{r}{k \cdot t}$. Sijoitetaan arvot korkokannan kaavaan:

$$i = \frac{4320\ €}{35\,000\ € \cdot \frac{209}{365}} = 0{,}216.$$

Vastaus: 21,6 %.

ESIMERKKI 6

Pankkiin talletetaan 16.1. 2,20 %:n tilille 1 500 euroa. Tili lopetetaan ja sinne kertyneet varat nostetaan samana vuonna 6.11. **Minkä korkokannan mukaan pääoma olisi tuottanut korkoa, jos englantilaisen tavan asemesta olisi käytetty ranskalaista tapaa?** Lähdevero on 28 %.

Lasketaan aluksi nettokorkokanta: 0,72 · 2,20 % = 1,584 %. Excelin avulla korkoajaksi saadaan 294 päivää.

Lasketaan nettotuotto englantilaista tapaa käyttäen.

$$r = 1\,500 \cdot 0{,}01584 \cdot \frac{294}{365}\ € = 19{,}14\ €$$

Lasketaan nyt, minkä nettokorkokannan mukaan ranskalainen tapa tuottaa saman koron euroina.

$$i = \frac{19{,}14\ €}{1\,500\ € \cdot \frac{294}{360}} = 0{,}01562$$

Nettokorkokannasta päästään bruttokorkokantaan: $\frac{0{,}01562}{0{,}72} = 0{,}0217$. Ranskalaisen tavan mukainen korkokanta on 2,17 %.

Tehdään vielä tarkistus. Nettokorkokanta: 0,72 · 2,17 % = 1,5624 %.

$$r = 1\,500 \cdot 0{,}015624 \cdot \frac{294}{360}\ € = 19{,}14\ €$$

4.3 Kasvanut pääoma

Kun korko lisätään pääomaan, sanotaan summaa kasvaneeksi pääomaksi ja sitä merkitään K:lla. Kasvanut pääoma on siis seuraavan kaavan mukainen.

$$K = k + r = k + k \cdot i \cdot t$$

Ottamalla viimeisestä lausekkeesta yhteinen tekijä ja vaihtamalla tulontekijöiden järjestystä, saadaan lopullinen kaava.

$$K = (1 + i \cdot t) \cdot k$$

Kaavassa
K = kasvanut pääoma
k = pääoma
i = korkokanta desimaalimuodossa
t = aika vuosina ($0 \leq t \leq 1$).

ESIMERKKI 7

Henkilö tallettaa 24.2. puolen vuoden 2,15 %:n määräaikaistilille perinnöksi saamansa 65 000 euroa. **Määritä kasvanut pääoma talletusajan päättyessä.** Lähdevero on 28 %.

Nettokorkokanta on 0,72 · 2,15 % = 1,548 %. Talletus on nostettavissa puolen vuoden kuluttua eli 24.8. Korkopäivät saadaan kätevästi Excelillä, jolloin ajaksi saadaan 181 päivää.

Talletusajan päättyessä voidaan nostaa

$$K = (1 + 0{,}01548 \cdot \frac{181}{365}) \cdot 65\,000\ € = 65\,498{,}96\ €.$$

4.4 Diskonttaus

Kasvaneen pääoman kaavasta voidaan johtaa tärkeä diskonttauskaava ratkaisemalla kaavasta alkuperäinen pääoma.

$$k = \frac{K}{1 + i \cdot t} = (1 + i \cdot t)^{-1} \cdot K$$

Kaavassa

k = alkuperäinen pääoma

K = kasvanut pääoma

i = korkokanta desimaalimuodossa

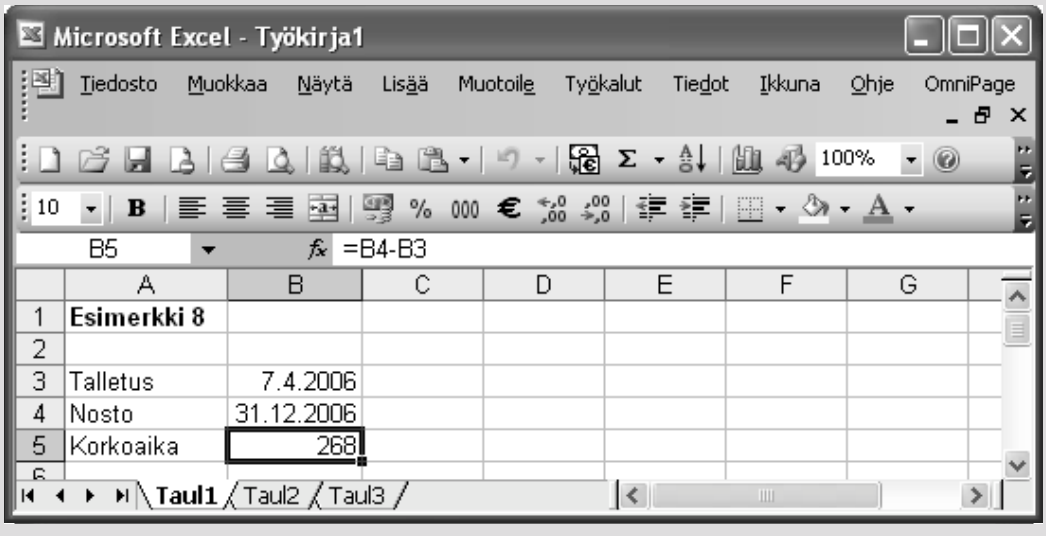
t = aika vuosina ($0 \leq t \leq 1$).

Alkuperäistä pääomaa sanotaan myös **nykyarvoksi** tai **diskontatuksi arvoksi** ja kasvanutta pääomaa **tulevaksi arvoksi.** Diskontatun arvon laskemista edellä olevaa kaavaa käyttäen sanotaan **eurooppalaiseksi diskonttaukseksi.**

ESIMERKKI 8

Kuinka paljon rahaa on 7.4. talletettava 1,85 %:n pankkitilille, jotta vuoden vaihteessa koron maksamisen jälkeen tilillä olisi 10 000 euroa? Lähdevero on 28 %.

Nettokorkokanta on 0,72 · 1,85 % = 1,332 %. Korkopäivät saadaan Excelillä.



Sijoitetaan arvot kaavaan.

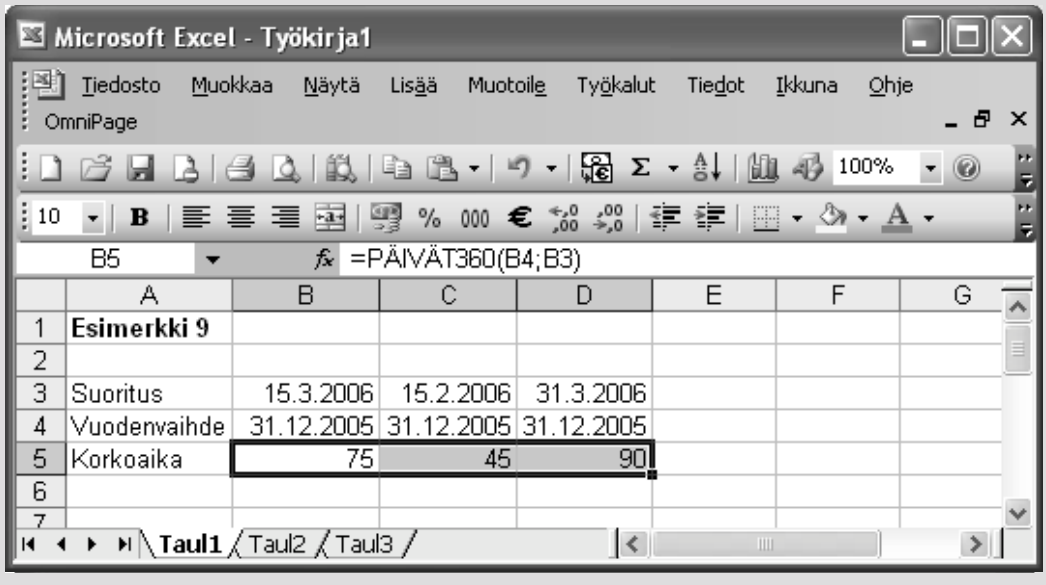
$$k = \frac{10\,000\ €}{1 + 0{,}01332 \cdot \frac{268}{365}} = 9\,903{,}15\ €$$

Talletus 7.4. on 9 903,15 €.

ESIMERKKI 9

Yrityksellä on vuodenvaihteessa korottomia velkoja ja saamisia seuraavasti: velkoja 30 000 euroa per. 15.3. ja saamisia 15 000 euroa per. 15.2. ja 20 000 euroa per 31.3. **Mikä on vuodenvaihteessa velkojen ja saamisten laskennallinen määrä, kun ne muunnetaan nykyarvoksi eurooppalaisen diskonttauksen mukaisesti 9,5 %:n korkokantaa käyttäen?** Käytetään poikkeuksellisesti saksalaista tapaa, niin opitaan päivien laskeminen Excelillä tässäkin tapauksessa.

Lasketaan aluksi suorituksiin kuluvat ajat Excelillä. Saksalaisen tavan mukainen päivien lukumäärä saadaan lasketuksi valitsemalla funktioluokaksi Kalenteri ja funktioksi PÄIVÄT360.



	A	B	C	D	E	F	G
1	**Esimerkki 9**						
2							
3	Suoritus	15.3.2006	15.2.2006	31.3.2006			
4	Vuodenvaihde	31.12.2005	31.12.2005	31.12.2005			
5	Korkoaika	75	45	90			
6							
7							

Lasketaan velkojen ja saamisten diskontatut arvot vuoden vaihteessa eli saadaan **maksuvirtojen nykyarvo.**

Velat:

$$k = (1 + 0{,}095 \cdot \frac{75}{360})^{-1} \cdot 30\,000\ € = 29\,417{,}77\ €$$

Saatavat:

$$k_1 = (1 + 0{,}095 \cdot \frac{45}{360})^{-1} \cdot 15\,000\ € = 14\,823{,}97\ €$$

$$k_2 = (1 + 0{,}095 \cdot \frac{90}{360})^{-1} \cdot 20\,000\ € = 19\,536{,}02\ €$$

Saatavat yhteensä: 14 823,97 € + 19 536,02 € = 34 359,99 €

Saatavat – velat: 34 359,99 € – 29 417,77 € = 4 942,22 €

Mainittakoon, että englantilaisen tavan käyttö antaa erotukseksi 4 931,66 €.

4.5 Keskikorkokanta

Usein joudutaan laskemaan sijoitusten tai velkojen keskimääräistä korkokantaa. Keskikorkokannalla tarkoitetaan sitä kiinteää korkokantaa, jota käyttämällä saadaan sama korko kuin soveltamalla alkuperäisiä korkokantoja alkuperäisiin pääomiin alkuperäisinä korkoaikoina.

ESIMERKKI 10

Yrityksen pitkäaikaisluottojen määrät ja korkokannat olivat eräänä vuonna seuraavat:

Luoton määrä	Korkokanta
25 000,00 €	5,35 %
38 700,00 €	6,12 %
120 000,00 €	4,82 %

Määritä luotoista maksettu keskikorkokanta.

Lasketaan aluksi vuoden korot yhteensä.

$0{,}0535 \cdot 25\,000\ € + 0{,}0612 \cdot 38\,700\ € + 0{,}0482 \cdot 120\,000\ € = 9\,489{,}94\ €$

Seuraavaksi lasketaan koko luottokanta.

$25\,000\ € + 38\,700\ € + 120\,000\ € = 183\,700\ €$

Keskikorkokannaksi saadaan

$$i = \frac{9\,489{,}94\ €}{183\,700\ €} = 0{,}05166.$$

Keskikorkokanta on 5,17 %.

Samaan tulokseen päästään laskemalla korkokantojen luoton määrillä painotettu keskiarvo.

$$p\% = \frac{25\,000 \cdot 5{,}35 + 38\,700 \cdot 6{,}12 + 120\,000 \cdot 4{,}82}{25\,000 + 38\,700 + 120\,000}\% = 5{,}166\%$$

Tarkistetaan tulos laskemalla vuoden korko yhteensä käyttämällä kaikissa lainoissa korkokantana keskikorkokantaa.

$0{,}05166 \cdot 25\,000\ € + 0{,}05166 \cdot 38\,700\ € + 0{,}05166 \cdot 120\,000\ € = 9\,489{,}94\ €$

Edellä huomattiin, että keskikorkokanta oli mahdollista laskea painotettuna keskiarvona, missä painoina toimivat pääomat.

Keskikorkokannalle $\overline{p}$ voidaan johtaa kaavat:

$$\overline{p} = \frac{\sum_i k_i \cdot p_i}{\sum_i k_i}, \text{ jos korkoaika on vakio}$$

$$\overline{p} = \frac{\sum_i t_i \cdot p_i}{\sum_i t_i}, \text{ jos pääoma on vakio.}$$

Huomautus
Keskikorkokanta on aina pienimmän ja suurimman korkokannan välissä.

TEHTÄVIÄ

Seuraavissa tehtävissä käytetään englantilaista koronlaskutapaa ja lähdeverona 28 %, ellei toisin mainita tai tehtävässä muuta ilmene.

1 Laske seuraavien talletusten nettokorko.

	Pääoma (€)	Korkokanta (%)	Aika
a)	36 500	2,00	3.2.–23.6.
b)	29 200	2,50	23.3.–8.12.
c)	58 400	1,25	4.4.–26.9.
d)	20 000	2,40	3 kk

2 Laske pääoma seuraavissa tapauksissa.

	Korkokanta (%)	Aika	Nettokorko (€)
a)	2,00	7.4.–3.11.	302,40
b)	2,50	13.5.–31.12.	208,80
c)	3,50	20.5.–8.8.	604,80
d)	2,85	2 kk	171,00

3 Laske korkokanta seuraavissa tapauksissa.

	Pääoma (€)	Aika	Nettokorko (€)
a)	73 000	31.3.–28.8.	475,20
b)	27 375	10.1.–17.9.	337,50
c)	42 500	30.9.–12.12.	107,10
d)	10 000	9 kk	81,00

4 Laske korkoaika seuraavissa tapauksissa.

	Pääoma (€)	Korkokanta (%)	Nettokorko (€)
a)	15 000	1,75	75,60
b)	9 125	3,50	126,00
c)	21 900	5,00	270,00
d)	45 625	1,45	104,40

5 Asunnon myynnistä saadut 155 000 euroa talletetaan pankkiin 2,2 %:n tilille. Kuinka kauan rahoja on pidettävä tilillä, jotta niiden koroilla voisi tehdä 1 023 euroa maksavan lomamatkan? Käytä saksalaista tapaa.

6 Yritys A lainaa 7.4. yritykselle B 350 000 euroa. Korkokannaksi sovitaan 4,5 %, jonka perusteella yritys B maksoi myöhemmin A:lle 358 750 euroa. Milloin maksu suoritettiin?

7 Milloin 3,25 %:n tilille on talletettava 5 000 euroa, jotta vuoden vaihteessa koron maksamisen jälkeen voidaan nostaa korkoineen 5 100 euroa?

8 Kuinka paljon täytyy tallettaa puolen vuoden 1,96 %:n määräaikaistilille, jotta talletuksen erääntyessä tililtä voidaan nostaa 10 000 euroa? Käytä saksalaista tapaa.

9 Tilin saldo on vuoden vaihteessa 7 500 euroa. Kuinka paljon on toukokuun lopussa talletettava tilille lisää rahaa, jotta vuoden lopussa tilillä olisi koron maksamisen tapahduttua korkoineen 10 000 euroa? Tilin korkokanta on 1,83 %.

10 Henkilö A tallettaa 15.3. 1,76 %:n tilille 1 600 euroa. Kuinka paljon henkilön B on talletettava 20.7. 2,1 %:n tilille, jotta A ja B voivat nostaa vuoden lopussa koronmaksun jälkeen tileiltään saman summan rahaa?

11 Vuoden vaihteessa 1,85 %:n tilillä on rahaa 4 700 euroa. Milloin tilille on talletettava 3 500 euroa, jotta vuoden lopussa tilillä olisi koron maksamisen tapahduttua korkoineen 8 300 euroa?

12 Euribor 360 on 2,188 %. Mikä pitäisi Euribor 365:n olla, jotta se olisi matemaattisesti samanarvoinen kuin Euribor 360?

13 Luottokortin vuosikorko muodostuu 2,5 %:n viitekorosta, johon lisätään marginaalia 6,5 prosenttiyksikköä. Loppuosa muodostuu muista kuluista, jotka ovat 2 000 euron luotolle 52 euroa. Määritä 2 000 euron luoton vuosikorko prosentteina ja euroina.

14 Yritys maksaa 25 000 euron korottoman luoton 3 kuukautta ennen eräpäivää. Kuinka paljon yritys maksaa, kun maksua määrättäessä käytetään eurooppalaista diskonttausta ja diskonttokanta on 7,5 %?

15 Digitelevision voi ostaa joko käteisellä tai maksamalla käsirahaa 200 euroa, 200 euroa kuukauden kuluttua, 200 euroa kahden kuukauden kuluttua ja 300 euroa kolmen kuukauden kuluttua. Määritä digitelevision laskennallinen käteishinta diskonttaamalla, kun käytetään 6 %:n diskonttokantaa.

16 Kaivinkoneen ostaminen sovittiin maksettavaksi siten, että 3 kuukauden kuluttua maksetaan 40 650 euroa ja 9 kuukauden kuluttua 83 900 euroa. Mikä summa pitäisi maksaa a) heti, b) 6 kuukauden kuluttua, jos molemmat maksut haluttaisiin maksaa yhdellä kerralla ja laskemisessa sovelletaan eurooppalaista diskonttausta diskonttokannan ollessa 6,5 %?

17 Rahalaitosten luottokanta oli vuoden 200X lopussa yhteensä 104,0 mrd. euroa.

Luoton saaja	Luoton määrä (€)	Korko (%)
Yritysten luottokanta	37,1 mrd	5,12
Asuntoluotot	41,8 mrd	3,44
Muut luotot kotitalouksille	18,4 mrd	4,71
Muut luotot	6,7 mrd	4,99

Määritä luottojen keskikorkokanta.

18 Minkä korkokannan mukaan nettokorko on seitsemässä kuukaudessa 0,84 % pääomasta?

19 Missä ajassa nettokorko on prosentti pääomasta, kun korkokanta on 2,5 %?

20 Johda keskikorkokannan kaavat.

5 Koronkorkolasku

Koronkorkolasku auttaa ymmärtämään, että rahalla on aina aika-arvo. Miljoonan euron arvo muutaman vuoden kuluttua ei ole sama kuin sen arvo tänään. Niinpä rahamäärän lisäksi on tärkeää tietää, milloin suoritus tapahtuu. Koronkorkolaskuun liittyvät jaksolliset suoritukset ovat tärkeitä niin tavoitesäästämisessä kuin silloin kun lainoja maksetaan takaisin. Lisäksi koronkorkolaskun opit ovat keskeisiä mm. investointilaskelmia tehtäessä.

5.1 Lukujonot ja sarjat

Tarkastellaan aluksi lukujonoja. Näitä ovat esimerkiksi
a) 7, 63, –25, 611, 86, 999, –44,…
b) 2, 4, 6, 8, 10, 12,…
c) 3, 6, 12, 24, 48, 96,…

Kohdan a) lukujonoon ei näytä sisältyvän säännönmukaisuutta, mutta b)- ja c)-kohtien jonojen seuraavat luvut voidaan päätellä edellisestä: b)-kohdassa lisäämällä siihen luku 2 ja c)-kohdassa kertomalla edellinen luku luvulla 2. Kohdan b) lukujonoa sanotaan **aritmeettiseksi** jonoksi ja kohdan c) lukujonoa sanotaan **geometriseksi** lukujonoksi.

Monet koronkorkolaskun kaavoista pohjautuvat geometriseen lukujonoon ja siitä johdettuun geometriseen sarjaan ja sen osasummiin. Tämän vuoksi on aluksi tutustuttava geometrisiin lukujonoihin ja sarjoihin.

Lukujono on geometrinen, jos kahden peräkkäisen termin suhde on vakio. Siten lukujono

$u_1, u_2, u_3, \ldots u_n, \ldots$

on geometrinen, jos $\frac{u_{i+1}}{u_i} = q$ kaikilla i:n arvoilla.

ESIMERKKI 1

Geometrisiä lukujonoja ovat

1, 2, 4, 8, 16,... $(q = 2)$

1, 0,5, 0,25, 0,125, 0,0625,... $(q = 0{,}5)$

5, –15, 45, –135,... $(q = -3)$

Geometrisen lukujonon n. termille u_n voidaan johtaa kaava:
$u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

ESIMERKKI 2

Määritä lukujonon 1/9, 1/3, 1,... 7. termi.

Tutkitaan aluksi, onko kyseessä geometrinen lukujono. Tätä varten muodostetaan peräkkäisten termien suhde.

$1/3 : 1/9 = 3$ ja $1 : 1/3 = 3$

Peräkkäisten termien suhde todetaan vakioksi, joten lukujono on geometrinen. Siten geometrisen lukujonon *n*:nnen termin kaavan mukaan

$u_7 = 1/9 \cdot 3^{7-1} = 81.$

Kun geometrisen lukujonon termit lasketaan yhteen, saadaan **geometrinen sarja.** Geometrisen sarjan n. osasumma S_n saadaan siten, että geometrisen lukujonon n ensimmäistä termiä lasketaan yhteen. Geometrisen sarjan osasummalle S_n voidaan johtaa seuraavat kaavat:

$$S_n = u_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad \text{kun } q \neq 1 \qquad S_n = n \cdot u_1 \quad \text{kun } q = 1.$$

ESIMERKKI 3

Yritykselle aiheutui eräästä investoinnista kustannuksia 1,2 milj. euroa. Kustannusten arvioidaan tämän jälkeen kasvavan 10 % vuodessa. **Kuinka paljon kustannuksia arvioidaan kaikkiaan kertyvän viiden vuoden aikana?**

Peräkkäisten vuosien kustannukset muodostavat geometrisen lukujonon, jossa $q = 1{,}10$. Kustannusten summa on siten geometrisen sarjan osasumma.

$$S_5 = 1{,}2 \cdot \frac{1{,}10^5 - 1}{1{,}10 - 1} \text{ milj. €} = 7{,}3 \text{ milj. €}$$

Kustannuksia arvioidaan kertyvän yhteensä 7,3 milj. euroa.

5.2 Korkolaskun käsitteitä

Korkolasku on tapana jakaa yksinkertaiseen korkolaskuun ja koronkorkolaskuun. **Yksinkertaista korkolaskua** käytetään silloin, kun korkoaika on enintään yhden korkojakson mittainen. Jos korkoaika ylittää yhden korkojakson pituuden, tehtävä on jaettava osiin siten, että kerrallaan lasketaan korkeintaan yhden korkojakson korko. **Koronkorkolaskussa** tarkastellaan tapauksia, joissa korkoaika muodostuu useista korkojaksoista.

Korkojakso on yleensä yksi vuosi. Tällöin korkoaika vuosina on sama kuin korkojaksojen määrä. Korkojakso voi olla myös vuotta lyhyempi aika, esimerkiksi puoli vuotta, neljännesvuosi tai yksi kuukausi. Kun korkojakson pituus on puoli vuotta, korkojaksojen määrä saadaan kertomalla vuosina ilmoitettu korkoaika kahdella. Jos korkojakson pituus on neljännesvuosi, korkojaksojen lukumäärä on vastaavasti neljä kertaa korkoaika vuosina.

Korkokanta osoittaa yhden korkojakson koron prosentteina pääomasta.

Luonnollisesti eripituisia korkojaksoja vastaavat korkokannat on erotettava jollakin tavalla toisistaan. Kun korkojakson pituus on vuosi, merkitään korkokantaa ilmaisevan prosenttiluvun perään kirjaimet p.a. tai pa. *(per annum)*. Kun korkojakson pituus on puoli vuotta, on korkokantaa ilmaisevan prosenttiluvun perässä kirjaimet p.s. tai ps. *(per semester),* ja jos korkojakson pituus on neljännesvuosi, käytetään prosenttiluvun perässä kirjaimia p.q. tai pq. *(per quartal)*.

Kuukauden mittaiselle korkojaksolle ei ole omaa kansainvälistä kirjainlyhennettä. Tässä tapauksessa täytyy korkojakso ilmaista sanoin tai käyttää puolittain suomalaista merkintätapaa ’per kk’. Jos korkokantaa ilmaisevan prosenttiluvun jäljessä ei ole mitään kirjaimia, tarkoitetaan aina vuotuista korkokantaa.

5.3 Koronkorkolaskun perustapaukset

Koronkorkolaskun perustehtävänä on johtaa lauseke, jonka avulla voidaan määrittää **pääoman tuleva arvo** eli laskea kasvanut pääoma. Kaavan avulla yksittäistä pääomaa **siirretään ajassa eteenpäin.** Tällaista siirtämistä sanotaan **prolongoimiseksi.**

Peruskaava

Koronkorkolaskun peruskaava johdetaan aluksi siinä tapauksessa, että korkoaika on tasamäärä korkojaksoja. Myöhemmin tarkastellaan yleistä tapausta. Oletetaan siis, että alkuperäinen pääoma on k euroa, vuotuinen korkokanta p % ja korkoaika n vuotta. Vuotuisen korkokannan desimaalimuotoa merkitään i:llä.

Jos korkoaika t on enintään yhden korkojakson mittainen, niin kasvanut pääoma K saadaan edellisen luvun mukaisesti

$$K = k + r = (1 + i \cdot t) \cdot k.$$

Kun $t = 1$, saadaan kasvanut pääoma ensimmäisen vuoden lopussa kaavasta

$$K_1 = (1 + i) \cdot k.$$

Samalla tavalla kasvanut pääoma on toisen vuoden lopussa

$$K_2 = (1 + i) \cdot K_1.$$

Sijoitetaan K_1:n paikalle sen arvo edellisestä lausekkeesta.

$$K_2 = (1 + i) \cdot (1 + i) \cdot k = (1 + i)^2 \cdot k$$

Vastaavasti kasvanut pääoma on kolmannen vuoden lopussa

$$K_3 = (1 + i)^3 \cdot k$$

… ja n:nnen vuoden lopussa

$$K_n = (1 + i)^n \cdot k.$$

Lauseketta $(1 + i)^n$ merkitään $r_p^{\,n}$ tai lyhyemmin r^n, ja sitä sanotaan **koronkorkotekijäksi.** Se ilmoittaa, kuinka moninkertaiseksi pääoma kasvaa n:ssä korkojaksossa, kun yhden korkojakson korko on p %. Siis

$$K_n = r_p^{\,n} \cdot k.$$

Edellä olevan kaavan johtaminen sujuu yhtä helposti, vaikka korkojaksoksi valitaan puoli vuotta, neljännesvuosi tai yksi kuukausi. Jokaisessa tapauksessa korkoa laskettaessa korkojaksoa kuvaava aika $t = 1$ ja tuloksena on sama edellä johdettu kaava.

Koronkorkolaskun peruskaava voidaan esittää muodossa

$$K_n = (1 + i)^n \cdot k.$$

Kaavassa
K_n = kasvanut pääoma n:n korkojakson jälkeen
i = korkokanta desimaalimuodossa
n = korkojaksojen lukumäärä
k = pääoma.

ESIMERKKI 4

Kuinka suureksi 10 000 euron talletus kasvaa 5 vuodessa, kun korkokanta on a) 4 % pa., b) 2 % ps., c) 1 % pq., ja lähdevero on 28 %?

Määritetään aluksi nettokorkokannat:

0,72 · 4 % pa. = 2,88 % pa.

0,72 · 2 % ps. = 1,44 % ps.

0,72 · 1 % pq. = 0,72 % pq.

a) $K = 1{,}0288^5 \cdot 10\,000\ € = 11\,525{,}37\ €$

b) $K = 1{,}0144^{10} \cdot 10\,000\ € = 11\,536{,}99\ €$

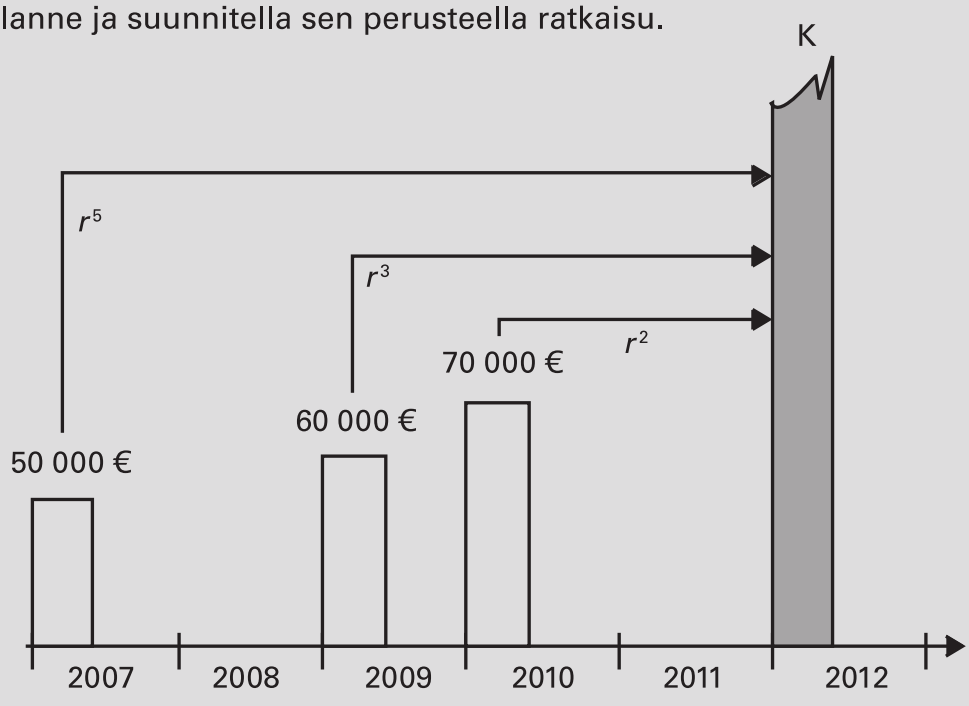
c) $K = 1{,}0072^{20} \cdot 10\,000\ € = 11\,542{,}88\ €$

Vertaa eri kohtien vastauksia keskenään ja mieti mistä ero johtuu.

ESIMERKKI 5

Vuoden 2007 alussa erääseen kohteeseen sijoitettiin 50 000 euroa, kahta vuotta myöhemmin sijoitettiin samaan kohteeseen 60 000 euroa lisää ja vuoden 2010 alussa vielä lisää 70 000 euroa. **Laske sijoitusten yhteinen arvo vuoden 2012 alussa, kun tuottoprosentiksi arvioidaan 4,5 % pa.**

Mallikuviosta on usein hyötyä. Piirretään siis aluksi mallikuvio ja merkitään siihen kaikki oleelliset tiedot. Kuviosta on sitten helppo hahmottaa koko tilanne ja suunnitella sen perusteella ratkaisu.



$K = r^5 \cdot 50\,000\,€ + r^3 \cdot 60\,000\,€ + r^2 \cdot 70\,000\,€$

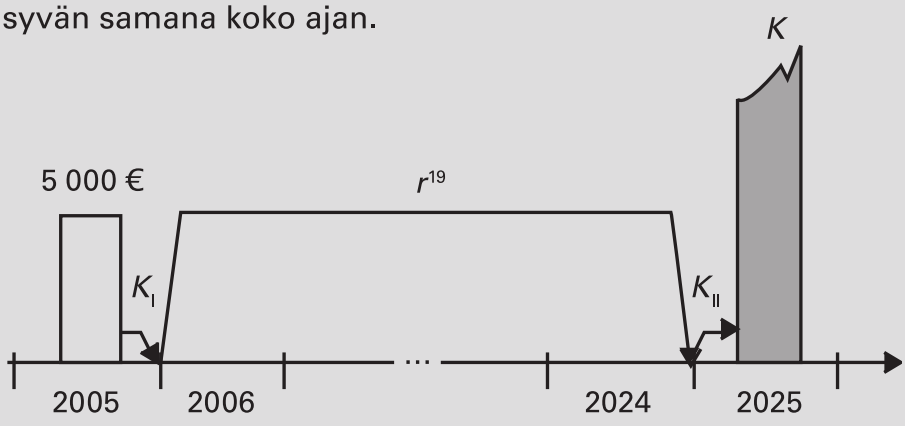
$K = 1{,}045^5 \cdot 50\,000\,€ + 1{,}045^3 \cdot 60\,000\,€ + 1{,}045^2 \cdot 70\,000\,€$

$K = 62\,309{,}10\,€ + 68\,469{,}97\,€ + 76\,441{,}75\,€ = 207\,220{,}82\,€$

$K \approx 207\,200\,€$

ESIMERKKI 6

Isä on tallettanut lapsen syntymäpäivänä 26.5.2005 korkeakorkoiselle tilille 5 000 euroa. **Kuinka paljon lapsi voi nostaa tililtään, kun hän lopettaa sen 20-vuotissyntymäpäivänään?** Tilin korkokanta on 2,5 %, ja korko lisätään pääomaan aina vuodenvaihteessa. Lähdevero on 28 % ja sen oletetaan pysyvän samana koko ajan.



Lähdeveron huomioonottava nettokorkokanta on 0,72 · 2,5 % = 1,8 %. Lasketaan aluksi tilin saldo vuoden 2005 lopussa. Koska korkoaika on tässä alle korkojakson, käytetään yksinkertaista korkolaskua. Aika 26.5.2005–31.12.2005 on 219 korkopäivää englantilaisen tavan mukaan laskettuna.

$$K_I = (1 + 0{,}018 \cdot \frac{219}{365}) \cdot 5\ 000\ € = 5\ 054\ €$$

Seuraavaksi lasketaan tilin saldo 31.12.2024:

$$K_{II} = 1{,}018^{19} \cdot 5\ 054\ € = 7\ 093{,}21\ €$$

Lopuksi lasketaan tilin saldo 26.5.2025, kun tiliä lopetetaan.

$$K = (1 + 0{,}018 \cdot \frac{146}{365}) \cdot 7\ 093{,}21\ € = 7\ 144{,}28\ €$$

Yksinkertainen korkolasku ja koronkorkolasku ovat samaa korkolaskua. Niinpä niitä voidaan yhdistellä korkotekijöiden avulla. Edellisen esimerkin tulos saadaan siten seuraavasti:

$$K = (1 + 0{,}018 \cdot \frac{219}{365}) \cdot 1{,}018^{19} \cdot (1 + 0{,}018 \cdot \frac{146}{365}) \cdot 5\ 000\ €$$

$K = 7\ 144{,}28$ €.

Diskonttaus

Koronkorkolaskun peruskaavasta voidaan johtaa kaava pääoman alkuarvolle eli diskontatulle arvolle. Kaavan avulla yksittäistä pääomaa **siirretään ajassa taaksepäin.** Tällaista siirtoa sanotaan diskonttaukseksi. **Diskonttausperiaatteen** mukaan eri aikoina tapahtuvia suorituksia vertaillaan laskemalla suoritusten nykyarvot.

Lähdetään liikkeelle koronkorkolaskun peruskaavasta, josta ratkaistaan alkuperäinen pääoma k.

Diskontatun arvon laskemiseksi käytetään seuraavaa kaavaa.

$$k = \frac{1}{(1+i)^n} \cdot K = (1+i)^{-n} \cdot K$$

Kaavassa
k = diskontattu arvo, nykyarvo
i = korkokanta desimaalimuodossa
n = korkojaksojen lukumäärä
K = tuleva arvo
$(1+i)^{-n} = v_p{}^n$ (tai lyhyemmin v^n) = diskonttaustekijä.

ESIMERKKI 7

Mikä pääoma kasvaa 10 000 euroksi 4 vuodessa, kun verollinen korkokanta on a) 3 % pa., b) 1,5 % ps., c) 0,75 % pq., ja lähdevero on 28 %.

Nettokorkokannat ovat seuraavat:

0,72 · 3 % pa. = 2,16 % pa.

0,72 · 1,5 % ps. = 1,08 % ps.

0,72 · 0,75 % pq. = 0,54 % pq.

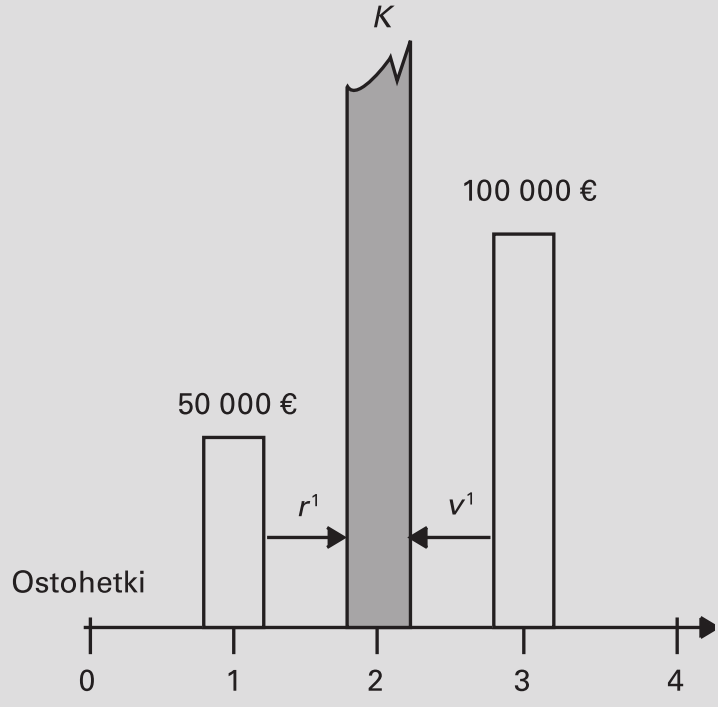
a) $k = 1{,}0216^{-4} \cdot 10\,000\ € = 9\,180{,}71\ €$

b) $k = 1{,}0108^{-8} \cdot 10\,000\ € = 9\,176{,}52\ €$

c) $k = 1{,}0054^{-16} \cdot 10\,000\ € = 9\,174{,}40\ €$

ESIMERKKI 8

Ostajan on määrä maksaa 50 000 euroa vuoden kuluttua ja 100 000 euroa kolmen vuoden kuluttua ostohetkestä. Myöhemmin myyjän kanssa sovitaan, että molemmat erät maksetaankin samanaikaisesti kahden vuoden kuluttua ostohetkestä. **Kuinka paljon tällöin on maksettava, kun laskentakorkokannaksi sovitaan 6 % pa.?**



$\text{Maksu} = r^1 \cdot 50\,000\,€ + v^1 \cdot 100\,000\,€$

$\text{Maksu} = 1{,}06 \cdot 50\,000\,€ + 1{,}06^{-1} \cdot 100\,000\,€$

$\text{Maksu} = 53\,000\,€ + 94\,339{,}62\,€ \approx 147\,340\,€$

Eriaikaisia maksuvaihtoehtoja vertailtaessa kaikki suoritukset on siirrettävä koronkorko- tai diskonttaustekijöiden avulla samaan **vertailuajankohtaan.** Tämä voi olla nykyhetki tai mikä tahansa muu hetki. Jos vertailuajankohtana on nykyhetki, saadaan maksuvaihtoehtojen **nykyarvo.** Vertailuajankohdaksi kannattaa yleensä valita nykyhetki, sillä myöhemmin suoritettavien maksujen arvo on helpointa käsittää tämän päivän rahana.

ESIMERKKI 9

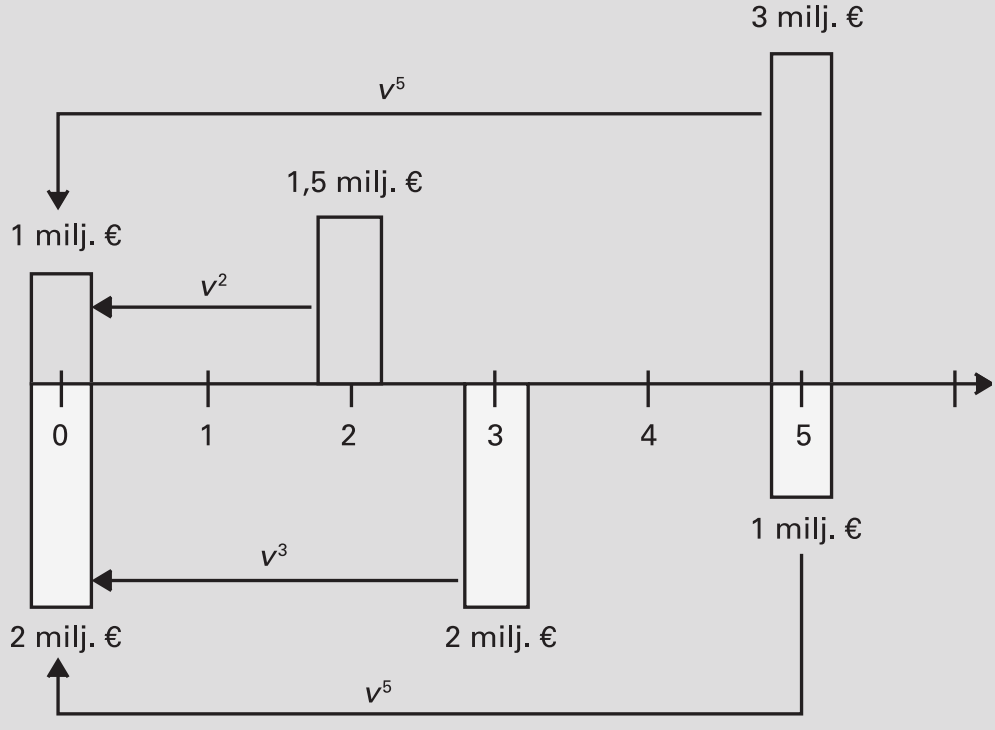
Yritys aikoo myydä omistamansa konepajan, josta se on saanut kaksi tarjousta.

Tarjous I: 5,5 milj. €, josta 1 milj. € maksetaan heti, 1,5 milj. € 2 vuoden kuluttua ja 3 milj. € 5 vuoden kuluttua

Tarjous II: 5,0 milj. €, josta 2 milj. € maksetaan heti, 2 milj. € 3 vuoden kuluttua ja 1 milj. € 5 vuoden kuluttua

Kumpi tarjous on myyjälle laskennallisesti edullisempi, kun laskentakorkokanta on 10 %?

Piirretään aluksi mallikuvio ja lasketaan molempien tarjousten nykyarvot.



I: Nykyarvo $= 1$ milj. € $+ 1{,}10^{-2} \cdot 1{,}5$ milj. € $+ 1{,}10^{-5} \cdot 3$ milj. € $= 4{,}10$ milj. €

II: Nykyarvo $= 2$ milj. € $+ 1{,}10^{-3} \cdot 2$ milj. € $+ 1{,}10^{-5} \cdot 1$ milj. € $= 4{,}12$ milj. €

Tarjous II on myyjälle nykyarvoltaan hieman edullisempi kuin tarjous I.

Tarjousten edullisuusjärjestys ei muuttuisi, vaikka vertailuajankohdaksi valittaisiin esimerkiksi hetki 5. Tällöin tarjousten tulevat arvot olisivat

Tarjous I: 6,60 milj. € $(= 1{,}10^5 \cdot 4{,}10$ milj. €)

Tarjous II: 6,64 milj. € $(= 1{,}10^5 \cdot 4{,}12$ milj. €)

Korkokanta

Koronkorkolaskun peruskaavasta voidaan johtaa lauseke myös korkokannalle.

$$K = (1+i)^n \cdot k \Leftrightarrow \frac{K}{k} = (1+i)^n$$

Ottamalla yhtälön molemmista puolista n:s juuri saadaan

$$\sqrt[n]{\frac{K}{k}} = 1+i \Leftrightarrow \sqrt[n]{\frac{K}{k}} - 1 = i$$

Korkokannan laskemiseen käytetään seuraavaa lauseketta.

$$i = \sqrt[n]{\frac{K}{k}} - 1 = \left(\frac{K}{k}\right)^{1/n} - 1$$

Kaavassa
i = korkokanta desimaalimuodossa
n = korkojaksojen lukumäärä
K = kasvanut pääoma
k = alkuperäinen pääoma.

ESIMERKKI 10

Sijoittaja sijoitti 10 000 euroa arvopapereihin. Viiden vuoden kuluttua hän sai niistä 15 000 euroa. **Minkä vuotuisen korkokannan mukaan hän sai sijoituksestaan nettotuottoa, kun pääomavero on 28 %?**

Lasketaan aluksi tuotosta maksettava pääomavero:
0,28 · (15 000 € – 10 000 €) = 1 400 €. Nettotuotto on siis 3 600 €, joten

$$i = \sqrt[5]{\frac{13\,600\ €}{10\,000\ €}} - 1 = 0{,}063.$$

Vuotuinen nettotuottoprosentti on 6,3 % pa.

ESIMERKKI 11

Vuoden 1999 lopussa maapallolla oli 6 000 miljoonaa ihmistä. Vuoden 2005 loppuun mennessä väkiluku kasvoi puolella miljardilla.

a) Kuinka monta prosenttia maapallon väkiluku kasvoi keskimäärin vuosittain?

b) Laadi ennuste maapallon väkiluvusta vuoden 2015 lopussa.

a) Lasketaan aluksi, kuinka monta prosenttia maapallon väkiluku kasvaa keskimäärin vuodessa.

$$i = \sqrt[6]{\frac{6\ 500\ \text{milj.}}{6\ 000\ \text{milj.}}} - 1 = 0{,}0134$$

Vuotuinen kasvu on keskimäärin 1,34 %.

b) $1{,}0134^{10} \cdot 6\ 500$ miljoonaa ihmistä $\approx 7\ 425$ miljoonaa ihmistä.

Ennuste: 7,4 miljardia ihmistä.

Reaalinen korkokanta

Edellä laskettua korkokantaa sanotaan **nimelliseksi korkokannaksi,** sillä sen laskemisessa ei oteta huomioon inflaation vaikutusta. Kun inflaatioprosentti on suuri, nimellinen korkokanta antaa tuloksesta virheellisen, epärealistisen vaikutelman. Jos nimellistä korkokantaa korjataan inflaation vaikutuksella, päädytään **reaaliseen korkokantaan.**

ESIMERKKI 12

Henkilö sijoitti 25 000 euroa erääseen kohteeseen. Kuuden vuoden kuluttua sijoituksen arvo oli 33 500 euroa. **Minkä a) nimellisen, b) reaalisen korkokannan mukaan sijoitukselle saatiin korkoa, kun inflaatio oli tuona aikana keskimäärin 1,9 % vuodessa ja tuotosta maksetaan pääomaveroa 28 %?**

a) Lasketaan aluksi tuotosta maksettava pääomavero:
$0{,}28 \cdot (33\,500\ € - 25\,000\ €) = 2\,380\ €$. Nettotuotto on siis 6 120 €, joten

$$i = \sqrt[6]{\frac{31\,120\ €}{25\,000\ €}} - 1 = 0{,}03717$$

Nimellinen korkokanta on 3,7 % pa.

b) Määritetään aluksi sijoituksen arvo kuuden vuoden kuluttua olettaen, että se olisi noussut täsmälleen inflaatiovauhtia.

$K = 1{,}019^6 \cdot 25\,000\ € = 27\,988{,}85\ €$

Koska sijoituksen todellinen arvo on tätä suurempi, sijoitukselle on saatu positiivista reaalista korkoa.

$$i = \sqrt[6]{\frac{31\,120\ €}{27\,988{,}85\ €}} - 1 = 0{,}01783$$

Reaalinen korkokanta on 1,8 % pa.

Reaaliselle korkokannalle voidaan johtaa seuraava kaava.

$$i_r = \frac{i_n - i_h}{1 + i_h}$$

Kaavassa
i_r = reaalinen korkokanta desimaalimuodossa
i_n = nimellinen korkokanta desimaalimuodossa
i_h = vuotuinen inflaatioprosentti desimaalimuodossa.

ESIMERKKI 13

Lasketaan edellinen esimerkki reaalisen korkokannan kaavaa käyttäen.

$$i_r = \frac{0{,}03717 - 0{,}019}{1{,}019} = 0{,}01783 = 1{,}8\,\%\,\text{pa.}$$

ESIMERKKI 14

Pankkitilille maksetaan korkoa 2 %. Samanaikaisesti vuotuinen inflaatio on 1,8 %. **Laske tilille talletettujen varojen reaalinen korkokanta, kun lähdevero on 28 %.**

Nettokorkokanta on 0,72 · 2 % = 1,44 %. Sijoitetaan arvot reaalisen korkokannan kaavaan:

$$i_r = \frac{0{,}0144 - 0{,}018}{1{,}018} = -0{,}0035.$$

Reaalinen korkokanta on –0,35 %.

Relatiivinen korkokanta

Sijoitusvaihtoehtoja vertailtaessa joudutaan korkojaksoihin liittyvää korkokantaa toisinaan muuttamaan toiseksi.

Korkokantoja sanotaan **relatiivisiksi,** jos korkokantojen suhde on sama kuin korkojaksoja vastaavien aikojen suhde.

ESIMERKKI 15

Korkokannat 3 % pa. ja 1,5 % ps. ovat toisiaan vastaavia relatiivisia korkokantoja. Tämä nähdään siitä, että kun korkokanta puolittuu, niin korkoaikakin puolittuu, ts. korkokanta ja korkoaika muuttuvat samaan suuntaan samassa suhteessa.

Huomautus Pankit ja rahoitusyhtiöt ilmoittavat luottojensa korot yleensä vuosikorkoina. Jos korkojakso on lyhyempi kuin yksi vuosi, korkokanta muunnetaan vastaamaan korkojaksoa relatiivisesti.

Relatiivinen korkokanta on helppo laskea, mutta valitettavasti se ei ole matemaattisesti oikea tapa muuntaa korkokantaa uutta korkojaksoa vastaavaksi. Tämä havaitaan helposti, kun otetaan pääomaksi esimerkiksi 100 000 euroa, korkoajaksi 5 vuotta ja korkokannaksi 4 % pa. Tällöin relatiivinen korkokanta puolen vuoden korkojaksoille on 2 % ps. Lasketaan kasvaneet pääomat viiden vuoden kuluttua.

$K_5 = 1{,}04^5 \cdot 100\,000 \text{ euroa} = 121\,665{,}29 \text{ euroa}$
$K_{10} = 1{,}02^{10} \cdot 100\,000 \text{ euroa} = 121\,899{,}44 \text{ euroa}$

Jos relatiivisen korkokannan käyttö olisi ollut matemaattisesti oikea tapa, olisivat kasvaneet pääomat olleet samoja. Koska näin ei käynyt, ei relatiivisen korkokannan käyttö ole matemaattisesti oikein. – Mikä sitten on matemaattisesti oikea tapa?

Konforminen korkokanta

Korkokannat ovat keskenään **konformisia,** jos niiden mukaan lasketut kasvaneet pääomat ovat yhtä suuria, kun korkoajat ovat samoja.

ESIMERKKI 16

Määritä, mikä on 2 % ps. vastaava vuotuinen konforminen korkokanta.
Olkoon 2 % ps. vastaava vuotuinen korkokanta desimaalimuodossa *i,* alkuperäinen pääoma *k* € ja korkoaika *n* vuotta. Tällöin määritelmän mukaisesti:

$(1 + 0{,}02)^{2n} \cdot k\,€ = (1 + i)^n \cdot k\,€.$

Jaetaan yhtälö aluksi puolittain (*k* €):lla ja otetaan sitten yhtälön molemmista puolista *n*:s juuri.

$1{,}02^2 = (1 + i)$, josta $i = 0{,}0404$

2 % ps. vastaava vuotuinen konforminen korkokanta on 4,04 % pa.

Konformisen korkokannan laskeminen

Jos *d*:n päivän korko on *p* % pääomasta, on sitä vastaava konforminen vuosikorko saksalaista tapaa käytettäessä

$$P_k\,\% = 100 \cdot ((1 + i)^{360/d} - 1)\,\%\ \text{pa.}$$

ESIMERKKI 17

Laske edellisen esimerkin tulos kaavan avulla.

$P_k\,\% = 100 \cdot (1{,}02^{360/180} - 1)\,\% = 4{,}04\,\%$ pa.

ESIMERKKI 18

Mikä on 0,85 % kuukausikorkoa vastaava vuotuinen konforminen korkokanta?

$P_k\,\% = 100 \cdot (1{,}0085^{360/30} - 1)\,\%$ pa. $= 10{,}69\,\%$ pa.

Huomaa, että vuotuinen konforminen korkokanta on suurempi kuin vuotuinen relatiivinen korkokanta: $12 \cdot 0{,}85\,\% = 10{,}20\,\%$.

Korkoaika

Toisinaan ollaan kiinnostuneita siitä, miten pitkän ajan kuluttua pääoma eli k euroa on kasvanut K euroksi. Tämäkin tehtävä saadaan ratkaistuksi peruskaavan avulla.

$$K = (1+i)^n \cdot k \Leftrightarrow \frac{K}{k} = (1+i)^n$$

Ottamalla logaritmit yhtälön molemmista puolista saadaan:

$$\log\frac{K}{k} = \log(1+i)^n \Leftrightarrow \log\frac{K}{k} = n \cdot \log(1+i).$$

Ratkaisemalla jälkimmäisestä yhtälöstä n saadaan korkoajalle kaava.

Kun alkuperäinen pääoma ja kasvanut pääoma tunnetaan, käytetään korkoajan laskemiseksi seuraavaa kaavaa.

$$n = \frac{\log\frac{K}{k}}{\log(1+i)}$$

Kaavassa
n = korkojaksojen lukumäärä
K = kasvanut pääoma
k = alkuperäinen pääoma
i = korkokanta desimaalimuodossa.

ESIMERKKI 19

Missä ajassa 2 500 euroa kasvaa 3 000 euroksi, kun laskentakorkokanta on 3,5 % pa.?

$$n = \frac{\log\frac{3\,000\ €}{2\,500\ €}}{\log 1{,}035} = 5{,}2998 \text{ v}$$

Aika = 5 v 4 kk.

(Palauta mieleen, kuinka desimaalilukuna esitetty aika muunnetaan vuosiksi ja kuukausiksi.)

ESIMERKKI 20

Rahoitusyhtiö rahoittaa kulutusluottokauppaa ja saa siitä korkoa 0,95 % kuukaudessa. **Missä ajassa rahoitusyhtiö kaksinkertaistaa kulutusluottokauppaan sijoittamansa rahavarat?**

$$n = \frac{\log \frac{2k\ €}{k\ €}}{\log 1{,}0095} = 73{,}3 \text{ kk}$$

Aika $\approx$ 6 vuotta 1 kk.

TEHTÄVIÄ

1 Laske osasummat seuraavissa tapauksissa

a) $u_1 = 10000$, $q = 1{,}07$. Laske S_5.

b) $u_1 = 1{,}02^9$, $q = 1{,}014\ /1{,}02$. Laske S_{10}.

2 Pääoma 25 000 euroa kasvaa korkoa korolle 4 vuotta. Määritä kasvanut pääoma, kun laskentakorkokanta on a) 2,7 % pa., b) 0,75 % pq., c) 1,25 % ps., ja lähdevero on 28 %.

3 Sijoittaja uskoo saavansa 120 000 euroa sijoitukselleen korkoa 6 % pa. Laske sijoituksen nimellinen arvo 7 vuoden kuluttua.

4 Pääoma kasvoi 5 vuotta korkoa korolle 4 prosentin nettokorkokannan mukaan. Kuinka monta prosenttia pääoma kasvoi kaikkiaan noiden viiden vuoden aikana?

5 Vuonna 2006 henkilön vuosipalkka oli 35 900 euroa ja inflaatio oli 1,75 %. Mikä olisi henkilön vuosipalkka vuonna 2010, jos palkka nousisi inflaatiovauhtia?

6 Kiinteistön hinta oli erään vuoden alussa 100 000 €.

a) Mikä on kiinteistön hinta 8 vuotta myöhemmin, kun inflaatiovauhti oli ensimmäiset 3 vuotta 3 % ja loput 5 vuotta 2 %? Kiinteistön hinta nousi 2 prosenttiyksikköä nopeammin kuin vastaava inflaatiovauhti.

b) Kuinka monta euroa kiinteistön hinta nousi viimeisen vuoden aikana?

7 Vuoden 2007 alussa sijoitetaan erääseen kohteeseen 25 000 euroa, vuotta myöhemmin sijoitetaan samaan kohteeseen 50 000 euroa lisää ja vuoden 2010 alussa vielä 20 000 euroa. Laske sijoitusten yhteinen arvo vuoden 2012 alussa, jos sijoitusten arvo nousee vuosittain keskimäärin 3 %.

8 Pankkitilille talletettiin 4.4.2006 15 000 euroa. Laske tilin saldo, kun tili lopetetaan 4.4.2010. Tilin korkokanta on 3,5 % ja korko liitetään pääomaan aina vuoden vaihteessa. Lähdevero on 28 %. Käytä englantilaista tapaa.

9 Lapsen syntymän jälkeen isovanhemmat tallettavat lapsen tilille vuodenvaihteessa rahasumman. Kuinka suuri summa on talletettava, jotta tilillä olisi korkoineen 20 vuoden kuluttua 10 000 euroa? Tilin korkokanta oli 8 ensimmäistä vuotta 3,5 %, mutta laski sen jälkeen yhden prosenttiyksikön. Lähdeveron oletetaan olevan koko ajan 28 %.

10 Säästövakuutuksen ehtojen perusteella luvataan maksaa 30 000 euroa 25 vuoden kuluttua. Mikä on säästösumman arvo tämän päivän rahana, jos keskimääräiseksi inflaatioksi arvioidaan 3 % vuodessa?

11 43-vuotias henkilö päättää lähteä maailmanympärysmatkalle 50-vuotissyntymäpäivänään. Kuinka paljon hänen on vähintään talletettava nyt pankkiin, jotta matkakassassa olisi matkalle lähdettäessä rahaa 5 000 euroa? Talletus tehdään 3,0 prosentin tilille, josta lähdevero on 28 %.

12 Varastorakennuksen kauppahinta sovittiin siten, että heti maksetaan 50 000 euroa ja kolmen vuoden kuluttua 40 000 euroa. Samalla sovittiin, että ostaja saa maksaa myöhemmin maksettavaksi sovitun hinnanosan ennen määräaikaa. Tällöin sovelletaan 8 prosentin laskentakorkokantaa. Määritä varastorakennuksen kauppahinta sopimuksentekohetkellä.

13 Vuonna 2000 bruttokansantuote oli Suomessa asukasta kohti 25 282 euroa.

a) Mikä oli bruttokansantuote viisi vuotta aikaisemmin, kun keskimääräinen vuosikasvu tuona aikana oli 6,1 %?

b) Mikä oli bruttokansantuote Suomessa vuonna 2004, kun keskimääräinen vuosikasvu 2000-luvulla oli 3,2 %?

14 100 000 € maksavan koneen nettohankintamenoa ennakoidaan ottamalla huomioon sen arvioitu jäännösarvo 20 000 euroa. Mikä on nettohankintameno, kun kone aiotaan pitää 7 vuotta ja korkokantana käytetään 5 % pa.?

15 Sijoitus kasvoi korkoa korolle kaksi vuotta 6 %:n mukaan, kolme vuotta 10 %:n mukaan ja vuoden 4 %:n mukaan. Mikä oli sijoituksen alkuarvo ja loppuarvo, kun sijoituksen arvo oli kolme vuotta sijoituksesta 123 596 euroa?

16 Mikä summa on talletettava 4.2.2007, jotta kuuden vuoden kuluttua tiliä lopetettaessa voitaisiin nostaa korkoineen 10 000 euroa? Tilin korkokanta on 3 % pa. ja korko lisätään pääomaan vuodenvaihteessa. Lähdevero on 28 %. Käytä englantilaista tapaa.

17 Vakuutusehtojen mukaan saat vakuutuksesta 25 vuoden kuluttua 50 000 euroa. Mikä on vakuutuksen arvo tämän päivän rahana, jos vuotuiseksi inflaatioksi lasketaan keskimäärin 2 %.

18 Lapsesi syntyessä talletat hänen tililleen tietyn summan, joka kasvaa korkoa korolle 2 % vuodessa. Kuinka paljon sinun on talletettava, jotta lapsi jäädessään eläkkeelle 65-vuotiaana voisi nostaa tililtään miljoona euroa. Oletetaan, että lähdevero on koko ajan 28 %.

19 Vuoden 2006 lopussa henkilö A tallettaa pankkiin 3,0 %:n tilille 20 000 euroa. Kuinka paljon henkilön B on sijoitettava vuoden 2008 lopussa 4,0 % tuottavalle sijoitustilille, jotta kummankin henkilön sijoituksen arvo vuoden 2010 lopussa olisi sama? Lähdevero on 28 %.

20 Käytetystä kauhakuormaajasta on tehty kolme ostotarjousta:

Tarjous I: 25 000 € heti, 20 000 € kahden vuoden ja 20 000 € kolmen vuoden kuluttua

Tarjous II: 20 000 € heti ja 50 000 € kolmen vuoden kuluttua

Tarjous III: 55 000 € käteisellä.

Aseta tarjoukset edullisuusjärjestykseen myyjän kannalta, kun laskentakorkokantana käytetään 10 %.

21 Yritys harkitsee ostavansa uuden koneen, jonka hankintahinta on 200 000 euroa. Koneen nettotuotot ovat kahden ensimmäisen vuoden aikana 75 000 euroa ja kahden seuraavan vuoden aikana 50 000 euroa. Onko investointi kannattava, jos laskentakorkokantana käytetään 8 %?

22 Kiinteistönvälittäjä on tarjonnut kesämökkitontista 20 000 euroa heti ja 20 000 euroa 3 vuoden kuluttua. Teet myyjälle kilpailevaa tarjousta ja tarjoat 30 000 euroa heti. Kuinka paljon sinun on lisäksi tarjottava vuoden kuluttua, jotta tarjouksesi nykyarvo olisi 5 000 euroa suurempi kuin kiinteistönvälittäjän tarjouksen nykyarvo? Laskentakorkokanta on 6 %.

23 Koronkorkolaskun peruskaavan tavoin voidaan johtaa kaava, jonka avulla määritetään pääoman jäännösarvo J eli peräkkäisten alennusten jälkeinen arvo. Tällöin kaavaan tulee lisäysprosentin asemesta vähennys- tai poistoprosentti. Johda jäännösarvopoiston kaava

$J_n = (1 - i)^n \cdot k.$

24 Koneen hankintahinta on 25 000 euroa. Määritä koneen kirjanpidollinen arvo viiden vuoden kuluttua, kun poisto on vuosittain 30 % jäännösarvosta.

25 Tietokoneen hinta laski keskimäärin 35 % vuodessa. Laske tietokoneen hinta 4 vuoden kuluttua hankinnasta, kun hankintahinta oli 10 000 euroa.

26 Timanttien arvo putosi useana vuonna peräkkäin keskimäärin 10 % vuodessa. Kuinka monta prosenttia 30 000 euron timanttierän arvo oli tuolloin muuttunut kolmen vuoden aikana?

27 Hotellihuone maksoi eräänä vuonna 87 euroa ja kolme vuotta myöhemmin 114 euroa. Kuinka monta prosenttia nousu oli keskimäärin vuoden aikana?

28 Vuonna 2000 Suomessa oli vanhuuseläkettä saavia 869 672 ja vuonna 2003 901 931. Kuinka monta prosenttia vanhuuseläkettä saavien lukumäärä oli noussut keskimäärin vuodessa?

29 Ajoneuvojen häkäpäästöt olivat Suomessa eräänä vuonna 283 tuhatta tonnia, ja 9 vuotta myöhemmin vastaava luku oli 308 tuhatta tonnia. Mikä on vuotuinen kasvuprosentti?

30 Asunnon hinta nousi kahdessa vuodessa 100 000 eurosta 120 000 euroon. Määritä keskimääräinen vuotuinen nousuprosentti.

31 Kuluttajahintaindeksi oli eräänä vuonna 103 ja neljä vuotta myöhemmin 127. Määritä keskimääräinen vuotuinen inflaatioprosentti.

32 Minkä korkokannan mukaan pääoma kaksinkertaistuu 5 vuodessa, kun korko lisätään pääomaan a) kerran vuodessa, b) kaksi kertaa vuodessa?

33 Velanmaksusta sovittiin, että velallinen maksaa velan 20 prosentilla lisättynä kahden vuoden kuluttua. Minkä vuotuisen korkokannan mukaan velallinen maksaa korkoa?

34 Kiinteistön hinnaksi sovitaan 100 000 euroa. Myyjä suostuu seuraavaan maksuehtoon: heti maksetaan 80 000 euroa ja kolmen vuoden kuluttua 30 000 euroa. Minkä vuotuisen korkokannan mukaan maksuehto oli laadittu?

35 Ajosuoritteiden määrä oli Suomessa eräänä vuonna 26 750 miljoonaa ajokilometriä ja yhdeksän vuotta myöhemmin vastaava luku oli 38 710 miljoonaa kilometriä.

a) Mikä on vuotuinen kasvuprosentti?

b) Laadi ennuste kaksi vuotta eteenpäin viimeisestä tilastotiedosta.

36 Erään vuoden lopussa talletettiin 10 000 euroa 2 %:n tilille 5 vuodeksi. Kahden vuoden kuluttua talletuksesta tilin korkokanta nousee 1,5 prosenttiyksikköä. Laske keskimääräinen vuotuinen tuottoprosentti. Lähdevero on 28 %.

37 Investoinnin uskotaan tuottavan nettokorkoa vuodessa 6 %. Mikä on tuoton reaalinen korkokanta, jos vuotuinen inflaatio on 2 %?

38 Velanmaksusta sovittiin, että velallinen maksaa velan 25 prosentilla lisättynä kolmen vuoden kuluttua. Minkä vuotuisen reaalisen korkokannan mukaan velallinen maksaa korkoa, kun inflaatioprosentti on keskimäärin 2,0 % vuodessa?

39 Velan reaaliseksi korkokannaksi tuli 3,2 %, kun inflaatio oli 2,0 %. Määritä velan nimellinen korkokanta.

40 Velan reaaliseksi korkokannaksi tuli 2,5 %, kun nimellinen korkokanta oli 4,4 %. Määritä inflaatioprosentti.

41 Erään vuoden alussa tehtiin 15 000 euron sijoitus. Kolme vuotta myöhemmin sijoituksen arvo oli 20 000 euroa. Kuinka monta prosenttia sijoituksen reaaliarvo oli noussut keskimäärin vuotta kohti, kun kuluttajahintaindeksin arvot vastaavina ajankohtina olivat 120 ja 135?

42 5 000 euron sijoitus kasvoi 10 000 euroksi 8 vuodessa. Mikä on arvioitu sijoituksen arvo 10 vuoden kuluttua sijoituksen tekemisestä?

43 Vuotuiset kalasaaliit ovat pienentyneet siten, että 10 vuotta sitten saaliit olivat 500 tonnia ja tänä vuonna ne ovat 350 tonnia. Määritä kalasaaliin vuotuinen prosentuaalinen pienentyminen.

44 Kiinteistön arvo laski kolmessa vuodessa 75 000 eurosta 62 500 euroon. Kuluttajahintaindeksi nousi samana aikana arvosta 113 arvoon 135. Kuinka monta prosenttia kiinteistön hinta reaalisesti laski keskimäärin vuodessa?

45 Kuinka pitkän ajan kuluttua 20 000 euron investointi kasvaa 30 000 euroksi, kun investoinnin oletetaan tuottavan vuosittain 6 % korkoa korolle?

46 Velkaa otettaessa sovittiin, että vuosittain kertynyt korko lisätään aina pääomaan, kunnes velka korkoineen maksetaan yhdellä kertaa. Kuinka pitkän ajan kuluttua velka koronkorkoineen on puolitoistakertainen, kun korkokannaksi sovitaan 6 % pa.?

47 Yrityksen myynti on nyt 15 000 kappaletta vuodessa. Myynnin arvioidaan kasvavan 10 % vuosittain, ja kannattavuusrajana pidetään 20 000 kappaleen myyntiä vuodessa. Kuinka monen vuoden kuluttua myynnin arvioidaan muuttuvan kannattavaksi?

48 Yrityksen tuotanto kaksinkertaistui 7 vuodessa. Kuinka pitkässä ajassa tuotanto kolminkertaistui alkuperäisestä määrästä, jos kasvu jatkui entisellään?

49 Pankki A tarjoaa talletukselle 4 prosentin koron, jos talletusaika on vähintään 3 vuotta. Pankki B tarjoaa koron pitkäaikaistalletukselle siten, että ensimmäisenä vuonna korko on 3 % ja sitä seuraavina vuosina 4,5 %. Kuinka pitkä talletusajan pitää vähintään olla, jotta pankin B tarjous olisi tallettajalle edullisempi kuin pankin A tarjous? Lähdevero on 28 %.

50 Auton arvo laskee ensimmäisenä vuonna 35 %, toisena vuonna 30 % ja sen jälkeen vuosittain 20 % jäännösarvosta. Kaksi vuotta vanha auto maksaa 9 100 euroa. Minkä ikäisen auton arvo on ensimmäisen kerran alle kymmenesosa sen alkuperäisestä hinnasta?

51 Yrityksen myyntivolyymi nousee vuosittain 6 % ja inflaatio on keskimäärin 5 % vuodessa. Kuinka pitkän ajan kuluttua myynnin euromääräinen arvo kaksinkertaistuu?

52 Määritä, mikä on 1,5 prosentin korkokantaa kuukaudessa vastaava vuotuinen konforminen korkokanta.

53 Määritä, mikä on 10 % pa. vastaava konforminen korkokanta, kun korko lisätään pääomaan puolivuosittain.

54 Olkoon korkokanta 5 % ps. Laske sitä vastaava a) relatiivinen, b) konforminen korkokanta, kun korkojakso on neljä kuukautta.

55 Osoita, että korkoaika voidaan laskea myös kaavalla

$n = \log_{1+i}(K / k).$

56 Johda reaalisen korkokannan kaava.

$$i_r = \frac{i_n - i_h}{1 + i_h}$$

5.4 Jaksolliset suoritukset

Erityisesti investointilaskelmien ja luottojen yhteydessä joudutaan tarkastelemaan tapauksia, joissa tuottoja ja kustannuksia eli suorituksia tulee usean vuoden aikana. Suorituksia tulee tavallisesti vuoden aikana useita. Niistä muodostuu maksuvirta.

Periaatteessa koronkorko- ja diskonttaustekijöiden avulla voidaan kaikki eri aikoina tapahtuvat suoritukset aina siirtää johonkin tiettyyn vertailuajankohtaan. Säännönmukaisesti tapahtuvien suoritusten osalta voidaan löytää tarkoituksenmukaisempiakin keinoja.

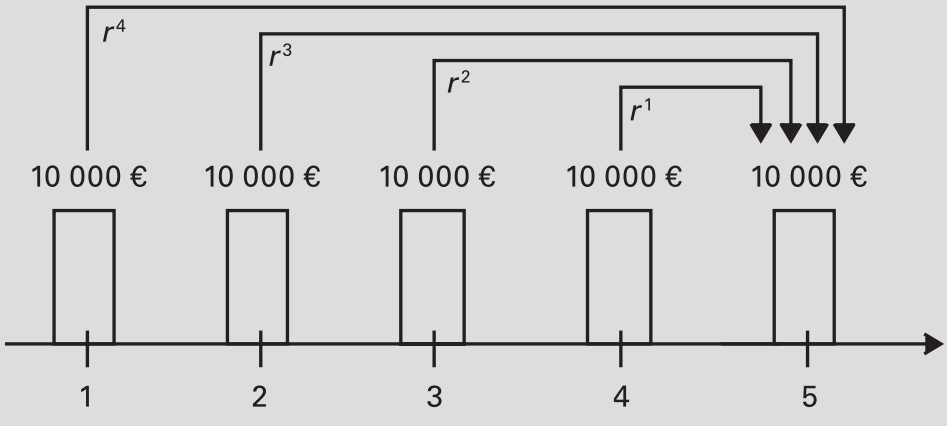
Jaksollisilla suorituksilla tarkoitetaan keskenään yhtä suuria, tasaisin välein tapahtuvia maksuja.

Jaksollisten suoritusten loppuarvo

Jaksollisten suoritusten loppuarvolla tarkoitetaan kaikkien suoritusten yhteistä arvoa korkoineen välittömästi viimeisen suorituksen tapahduttua.

ESIMERKKI 21

Yritys lahjoittaa oppilaskunnan stipendirahastoon joka vuosi 10 000 € yhteensä viisi kertaa. Varat sijoitetaan tilille, jonka korkokanta on 1,8 %. **Kuinka paljon tilillä on rahaa välittömästi viimeisen suorituksen tapahduttua?**



Siirretään kaikki lahjoitukset koronkorkotekijällä hetkeen 5 ja lasketaan näin saatujen rahamäärien summa.

$10\,000\,€ + 1{,}018 \cdot 10\,000\,€ + \ldots + 1{,}018^4 \cdot 10\,000\,€$
$= (1 + 1{,}018 + \ldots + 1{,}018^4) \cdot 10\,000\,€$

Sulkulauseke muodostaa geometrisen sarjan osasumman.

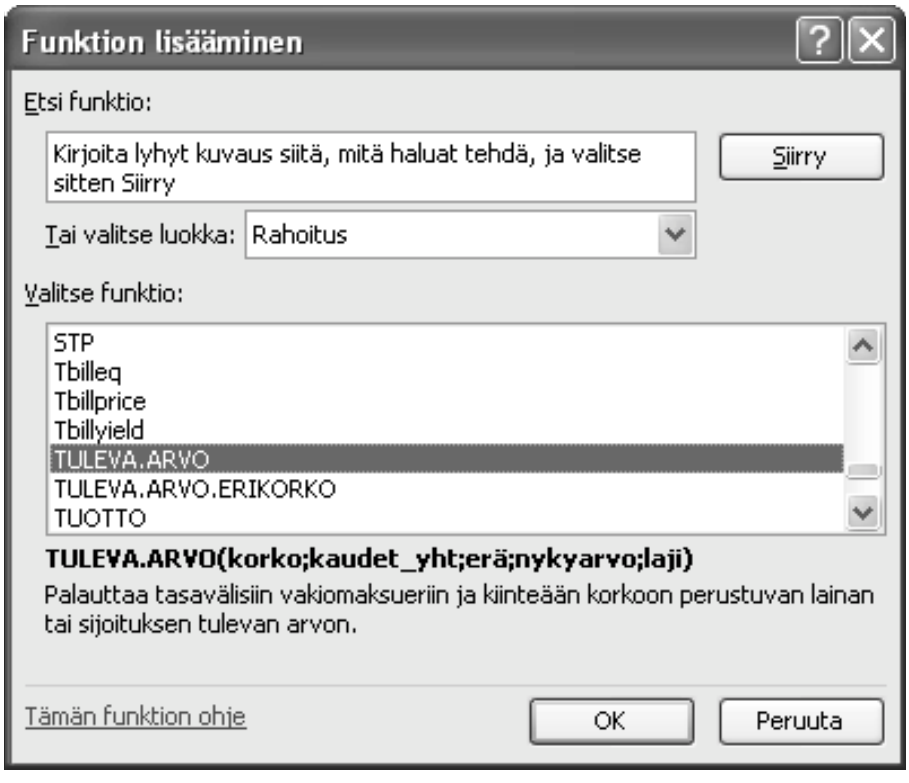
$$S = \frac{1{,}018^5 - 1}{1{,}018 - 1} \cdot 10\,000\,€ = \frac{1{,}018^5 - 1}{0{,}018} \cdot 10\,000\,€ = 51\,832{,}69\,€$$

Edellisen yleistyksenä saadaan jaksollisten suoritusten loppuarvo. Jaksollisten suoritusten yhteinen loppuarvo S välittömästi viimeisen suorituksen tapahduttua lasketaan seuraavasti.

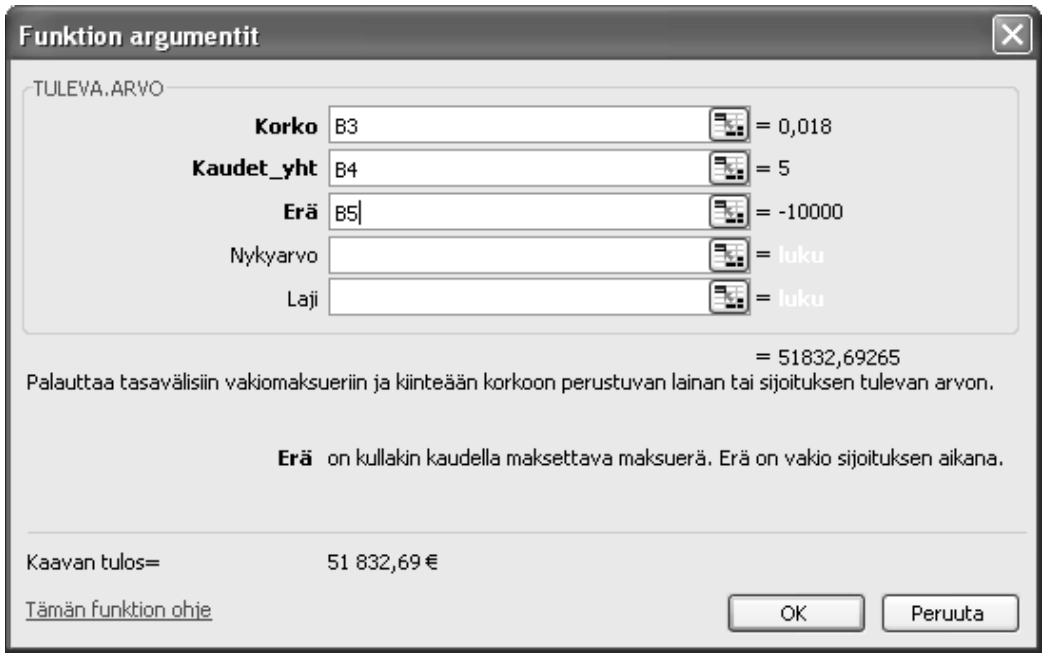
$$S = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot k = s_{n/p} \cdot k$$

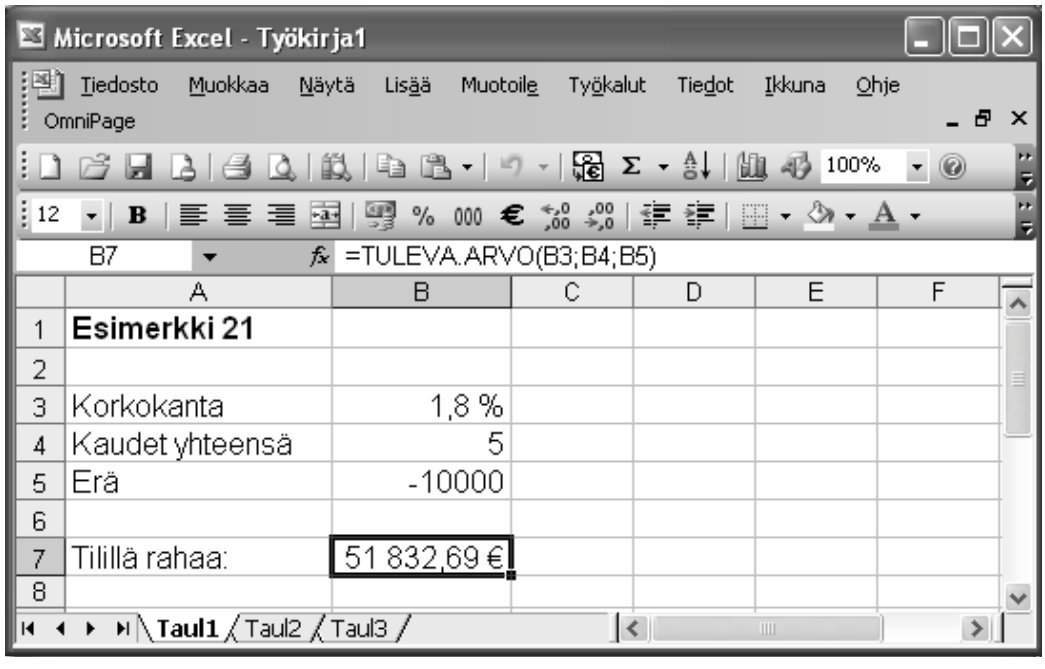
Kaavassa
S = suoritusten loppuarvo
n = suoritusten lukumäärä
i = korkokanta desimaalimuodossa
k = jaksollisen suorituksen suuruus
$s_{n/p}$ = jaksollisten suoritusten prolongaatiotekijä.

Esimerkin 21 tulos saadaan kätevästi myös esimerkiksi Excelillä. Valitaan taulukosta kohdesolu, johon tulos halutaan, esimerkiksi B7. Näpäytetään välinepalkin kuvaketta Lisää funktio (Paste Function) tai näpäytetään valikkopalkin Lisää (Insert) -valikkoa, josta valitaan kohta Funktio... (Function...). Aluksi valitaan funktioluokka Rahoitus (Financial) ja sitten funktion nimi TULEVA.ARVO (FV).



On huomattava, että prosenttiluku on annettava joko desimaalimuodossa, käytettävä solun muotoilua desimaaliluvun muuttamiseksi prosenttiluvuksi tai kirjoitettava prosenttiluvun perään %-merkki. Maksuerä on kirjoitettava miinusmerkkisenä, jotta lopputulos olisi positiivinen. Kätevintä on kuitenkin käyttää soluviittauksia.





Esimerkin tulos saadaan myös suoraan kirjoittamalla soluun B7 kaava sellaisena kuin se näkyy Excelin kaavarivillä, siis =TULEVA.ARVO(B3;B4;B5).

ESIMERKKI 22

Kuinka paljon on esimerkissä 21 mainitun oppilaskunnan tilillä varoja kahden vuoden kuluttua viimeisestä talletuksesta, jos tililtä ei ole suoritettu lainkaan nostoja?

Siirretään esimerkin 21 vastauksessa saatua rahasummaa kaksi vuotta ajassa eteenpäin:

$1{,}018^2 \cdot 51\,832{,}69\ € = 53\,715{,}46\ €.$

ESIMERKKI 23

Tilille, jonka korkokanta on 2 prosenttia, talletetaan vuoden lopussa 4 000 euroa. Tämän jälkeen tilille talletetaan vuosittain kuusi kertaa 1 000 euroa. **Mikä on tilin saldo viimeisen talletuksen jälkeen?** Lähdevero on 28 prosenttia.

Nettokorkokanta on $0{,}72 \cdot 2\ \% = 1{,}44\ \%$. Tilin saldo viimeisen talletuksen tapahduttua on

$$1{,}0144^6 \cdot 4\,000\ € + s_{6/1{,}44} \cdot 1\,000\ € = 1{,}0144^6 \cdot 4\,000\ € + \frac{1{,}0144^6 - 1}{0{,}0144} \cdot 1\,000\ €$$

$$= 4\,358{,}28\ € + 6\,220{,}19\ € = 10\,578{,}47\ €.$$

Suoritusten loppuarvo

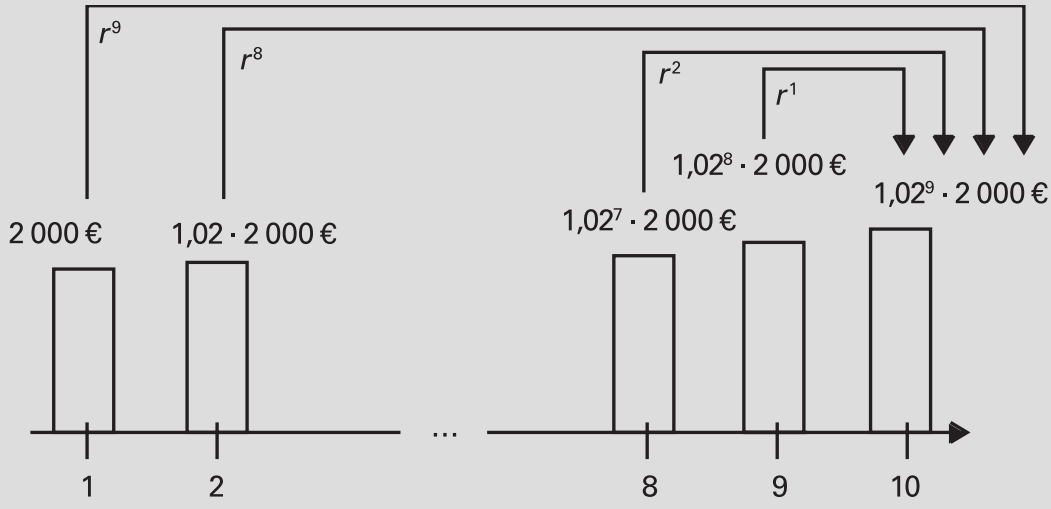
Inflaation vaikutuksen poistamiseksi joudutaan suorituksia tai tuottoja tavallisesti lisäämään vuosittain tietyllä keskimääräisellä prosenttimäärällä. Samaan tilanteeseen joudutaan esimerkiksi silloin, kun myynti tai tuotantomäärä lisääntyy tietyn vakioprosentin verran koko tarkastelujakson aikana.

ESIMERKKI 24

Henkilö päättää ryhtyä tallettamaan 1,75 prosentin tilille vuosittain vuoden lopussa tietyn summan. Säilyttääkseen talletustensa reaaliarvon hän nostaa joka vuosi talletuksen määrää 2 prosentilla (oletetulla keskimääräisellä inflaatioprosentilla) edellisestä määrästä. **Mikä on viimeisen suorituksen suuruus ja tilin saldo 10. talletuksen tapahduttua, kun ensimmäinen talletus on 2 000 euroa?** Lähdevero on 28 prosenttia.

Nettokorkokanta on $0{,}72 \cdot 1{,}75\ \% = 1{,}26\ \%$. Talletukset muodostavat geometrisen lukujonon. Viimeinen talletus saadaan geometrisen lukujonon 10. terminä:

$k_{10} = 1{,}02^9 \cdot 2\,000\ € = 2\,390{,}19\ €.$



Siirretään kaikki talletukset hetkeen 10 koronkorkotekijöiden avulla ja lasketaan niiden summa.

$$1{,}02^9 \cdot 2\,000\ € + 1{,}0126 \cdot 1{,}02^8 \cdot 2\,000\ € + 1{,}0126^2 \cdot 1{,}02^7 \cdot 2\,000\ € + \ldots + 1{,}0126^8 \cdot 1{,}02 \cdot 2\,000\ € + 1{,}0126^9 \cdot 2\,000\ € = (1{,}02^9 + 1{,}0126 \cdot 1{,}02^8 + 1{,}0126^2 \cdot 1{,}02^7 + \ldots + 1{,}0126^8 \cdot 1{,}02 + 1{,}0126^9) \cdot 2\,000\ €$$

Lasketaan aluksi sulkeissa olevien peräkkäisten termien suhde ja todetaan se vakioksi.

$$q = \frac{1{,}0126 \cdot 1{,}02^8}{1{,}02^9} = \frac{1{,}0126^9}{1{,}0126^8 \cdot 1{,}02} = \frac{1{,}0126}{1{,}02}$$

Muodostetaan geometrisen sarjan osasumma.

$$S = 1{,}02^9 \cdot \frac{\left(\frac{1{,}0126}{1{,}02}\right)^{10} - 1}{\left(\frac{1{,}0126}{1{,}02}\right) - 1} \cdot 2\,000\ €$$

Sieventämällä saadaan tilin saldoksi 10. talletuksen tapahduttua.

$$S = \frac{1{,}0126^{10} - 1{,}02^{10}}{0{,}0126 - 0{,}02} \cdot 2\,000\ € = 23\,136{,}43\ €$$

Kun suoritus lisääntyy jokaisen korkojakson aikana samalla prosentuaalisella määrällä edellisestä suorituksesta, suoritus ja suoritusten loppuarvo saadaan seuraavasti:

$$k_m = (1 + j)^{m-1} \cdot k_1$$

$$S = \frac{(1 + i)^n - (1 + j)^n}{i - j} \cdot k_1 \quad \text{kun } j \neq i$$

$$S = n \cdot (1 + j)^{n-1} \cdot k_1 \quad \text{kun } j = i.$$

Kaavassa
k_1 = ensimmäinen suoritus
k_m = m:s suoritus
j = lisäysprosentti desimaalimuodossa
i = korkokanta desimaalimuodossa
n = suoritusten lukumäärä
S = suoritusten loppuarvo.

Huomautus Jos suoritusten kasvu on negatiivinen eli suoritukset pienenevät, edellisessä kaavassa j saa negatiivisen arvon.

ESIMERKKI 25

Ratkaise edellinen esimerkki siinä tapauksessa, että inflaatiovauhdiksi oletetaan 1,26 prosenttia.

Viimeinen talletus:

$k_{10} = 1{,}0126^9 \cdot 2\,000\ € = 2\,238{,}57\ €.$

Tilin saldo viimeisen talletuksen tapahduttua:

$S = 10 \cdot 1{,}0126^9 \cdot 2\,000\ € = 22\,385{,}73\ €.$

Jaksollisten suoritusten lukumäärä

Jaksollisten suoritusten loppuarvon kaavasta voidaan johtaa kaava, jonka avulla selviää, kuinka monta suoritusta tarvitaan, ennen kuin tietty summa on saatu kerätyksi.

Jaksollisten suoritusten lukumäärä lasketaan seuraavalla kaavalla.

$$n = \frac{\log\left(\frac{i \cdot S}{k} + 1\right)}{\log(1 + i)}$$

Kaavassa
n = suoritusten lukumäärä
i = korkokanta desimaalimuodossa
k = jaksollisen suorituksen suuruus
S = suoritusten loppuarvo.

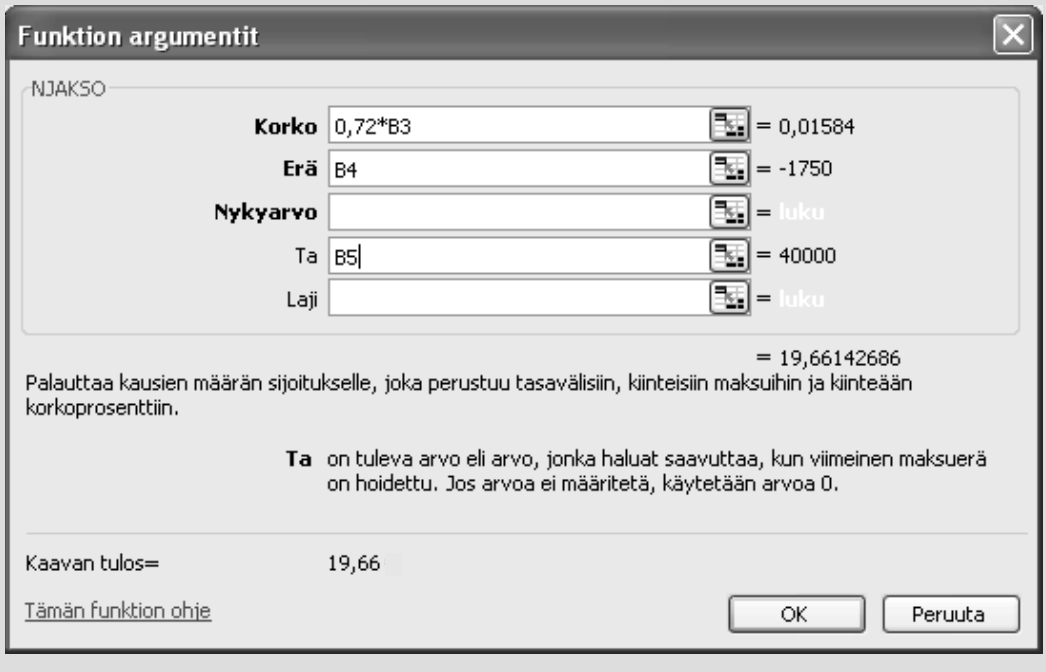
ESIMERKKI 26

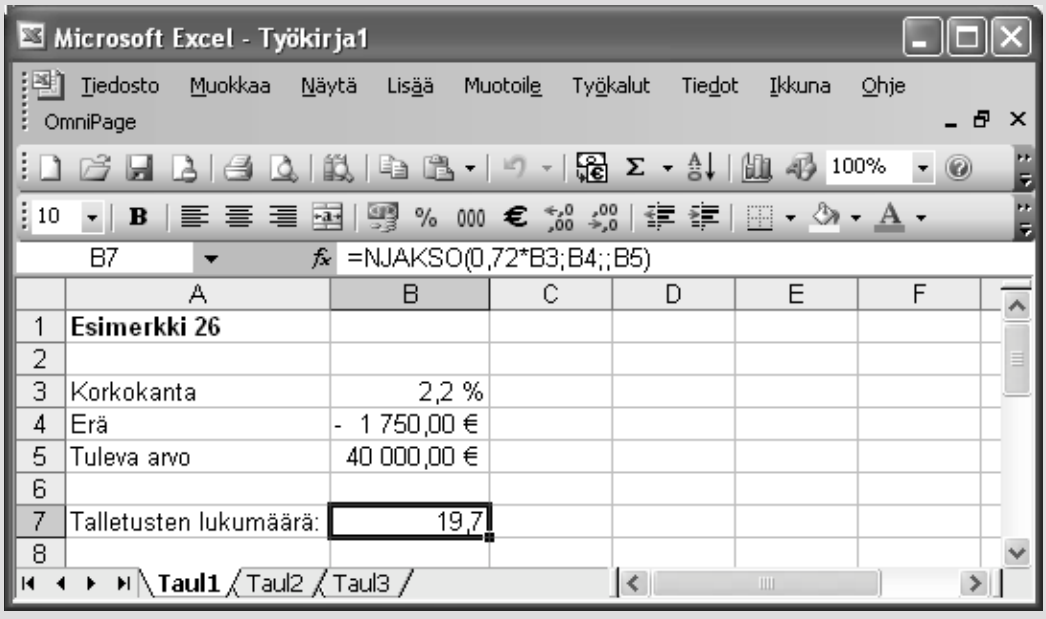
45-vuotias henkilö suunnittelee tulevaisuuttaan ja ajattelee tarvitsevansa 65-vuotiaana eläkkeelle jäädessään vähintään 40 000 euron lisäeläketurvan pankkitililleen. **Jos henkilö uskoo saavansa pitkäaikaistililleen vähintään 2,2 prosentin vuotuisen koron, riittääkö suunniteltu 1 750 euron vuotuismaksu?** Lähdevero on 28 prosenttia.

Nettokorkokanta on 0,72 · 2,2 % = 1,584 %. Ratkaistaan talletuskertojen lukumäärä.

$$n = \frac{\log\left(\frac{0{,}01584 \cdot 40\,000\ €}{1\,750\ €} + 1\right)}{\log 1{,}01584} = 19{,}7$$

Eläkkeelle siirtymiseen on 20 vuotta, joten tavoite saavutetaan.
Tulos saadaan Excelillä samaan tapaan kuin edellä käyttämällä nyt rahoitusfunktiota NJAKSO (NPER).





Jaksollisten suoritusten alkuarvo

Kannattavuuslaskelmissa halutaan usein tietää, mikä on myöhemmin saatavien tuottojen nykyarvo. Jokainen tuottoerä voidaan tietysti erikseen siirtää nykyhetkeen diskonttaustekijän v_p^n avulla. Jos suoritukset ovat yhtä suuria ja tulevat säännöllisin väliajoin eli ne ovat jaksollisia suorituksia, voidaan käyttää jaksollisten suoritusten diskonttaustekijää.

Jaksollisten suoritusten alkuarvo saadaan diskonttaamalla niiden loppuarvo nykyarvoksi.

$$v_p^n \cdot s_{n/p} = (1+i)^{-n} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

Jaksollisten suoritusten yhteinen alkuarvo **jaksoa ennen ensimmäistä suoritusta** lasketaan seuraavasti.

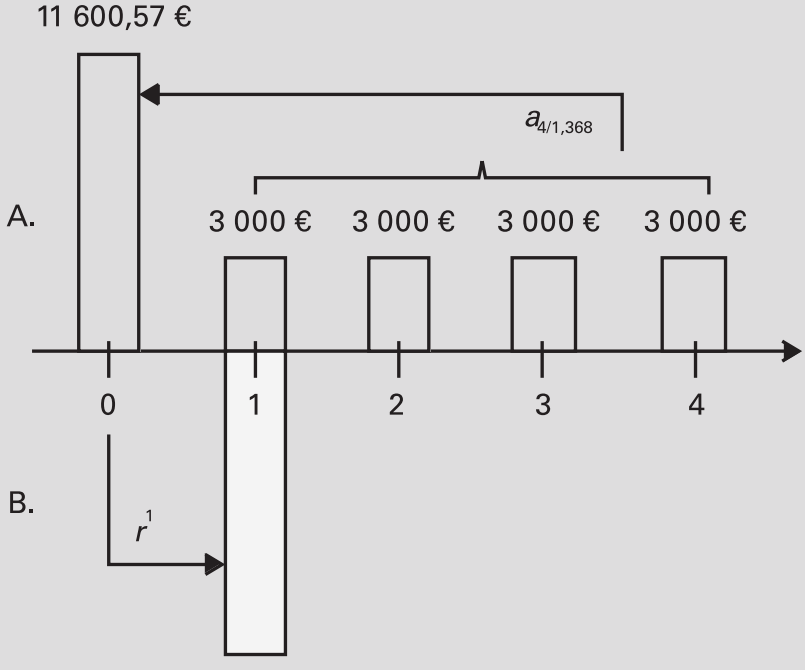
$$A = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \cdot k = a_{n/p} \cdot k$$

Kaavassa
A = yhteinen alkuarvo
n = suoritusten lukumäärä
i = korkokanta desimaalimuodossa
k = jaksollisen suorituksen suuruus
$a_{n/p}$ = jaksollisten suoritusten diskonttaustekijä.

ESIMERKKI 27

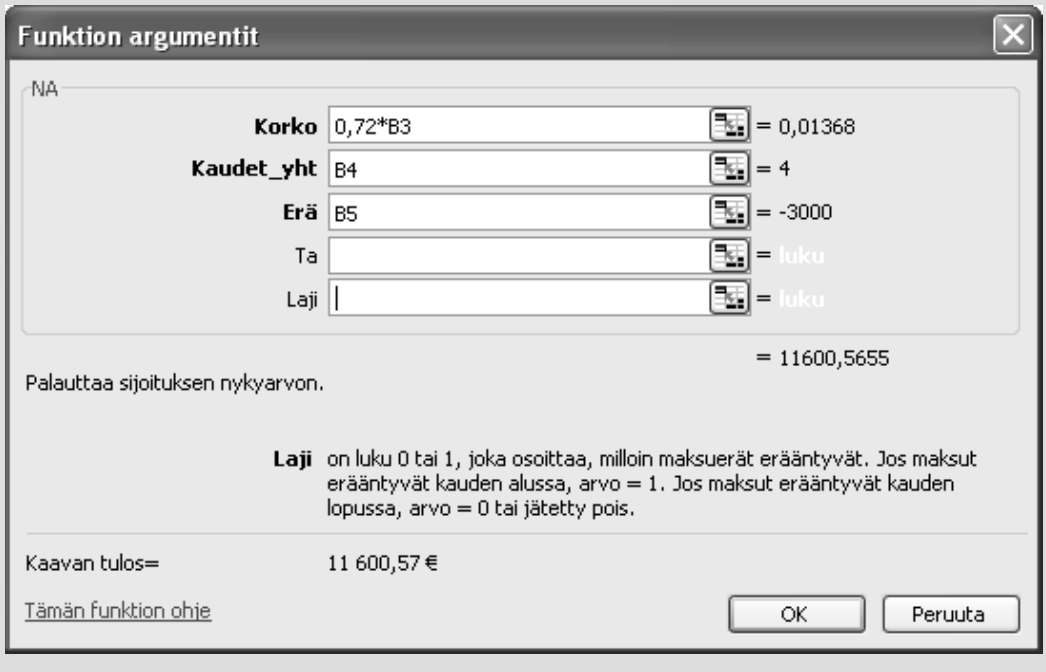
Vanhemmat ovat luvanneet avustaa taloudellisesti lastaan tämän opinnoissa maksamalla tälle vuosittain joka vuoden alussa 3 000 euroa yhteensä neljä kertaa. **Mikä summa vanhempien pitäisi kerralla tallettaa pankkiin vuoden alussa 1,9 prosentin tilille, kun lapsi nostaa opintoavustuksensa ensimmäisen erän a) vuoden kuluttua talletuksesta, b) välittömästi talletuksen tapahduttua?** Lähdevero on 28 prosenttia.

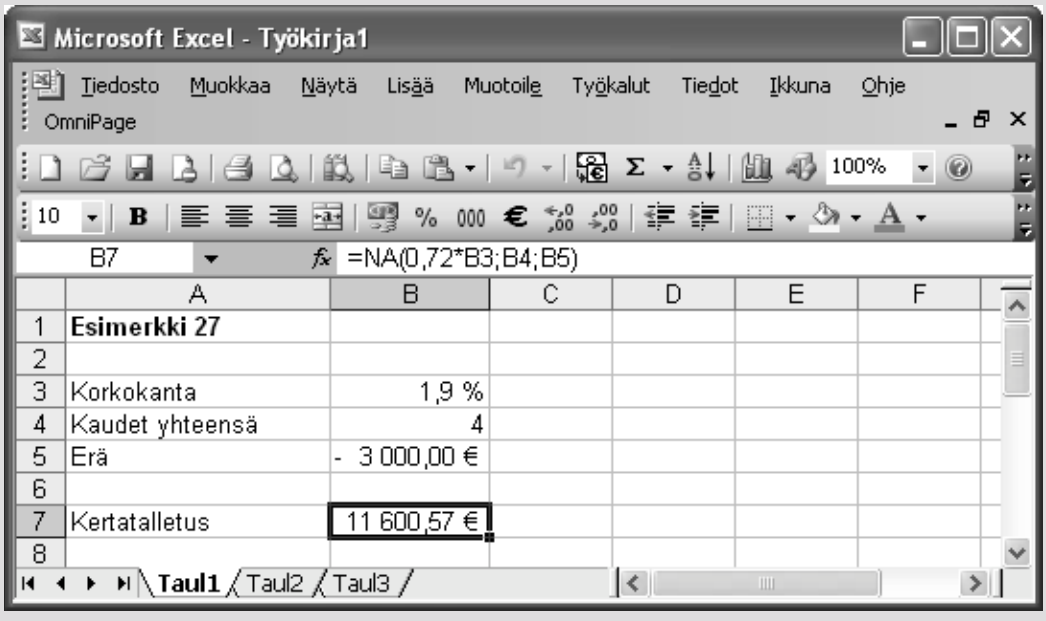
Nettokorkokanta on $0{,}72 \cdot 1{,}9\ \% = 1{,}368\ \%$.



a) $a_{\,4/1,368} \cdot 3\,000\ € = \dfrac{1{,}01368^4 - 1}{1{,}01368^4 \cdot 0{,}01368} \cdot 3\,000\ € = 11\,600{,}57\ €$

Tulos saadaan Excelillä samaan tapaan kuin aikaisemmin käyttämällä nyt rahoitusfunktiota NA (PV).





b) Tekijällä $a_{4/1,368}$ lasketaan yhteinen alkuarvo hetkellä nolla, josta tulos siirretään yksi jakso eteenpäin koronkorkotekijällä:

$1{,}01368 \cdot (a_{4/1,368} \cdot 3\,000\ €) = 11\,759{,}26\ €.$

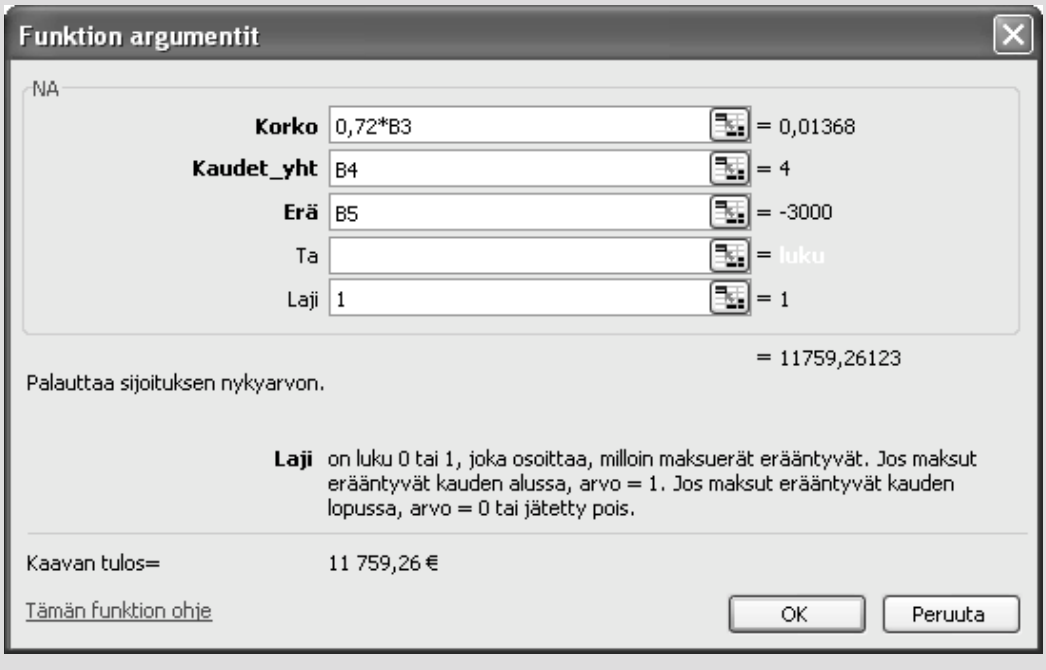
Toinen vaihtoehto on, että huomataan ensimmäisen maksun olevan jo nykyrahana ja siihen lisätään kolmen seuraavan maksun nykyarvo:

$3\,000\ € + a_{3\,/\,1,368} \cdot 3\,000\ € = 11\,759{,}26\ €.$

Kolmas vaihtoehto on laskea aluksi kaikkien suoritusten tuleva arvo, joka diskontataan nykyhetkeen. Mallikuviosta on apua mm. ajan laskemiseen.

$s_{4\,/\,1,368} \cdot 3000\ € \cdot v_{1,368}^{3} = 11\,759{,}26\ €$

Tulos saadaan Excelillä kirjoittamalla kohtaan Laji (Type) arvo 1.



Suoritusten alkuarvo

Jos suoritusta tai tuottoa lisätään vuosittain tietyllä prosentilla, voidaan sen vaikutus ottaa huomioon myös alkuarvoa laskettaessa.

Suoritusten lisääntyessä jokaisen korkojakson aikana samalla prosentilla edellisestä suorituksesta, saadaan suoritusten yhteinen alkuarvo jaksoa ennen ensimmäistä suoritusta seuraavasti.

$$A = \frac{(1+i)^n - (1+j)^n}{(1+i)^n \cdot (i-j)} \cdot k_1 \qquad j \neq i$$

$$A = \frac{n}{1+i} \cdot k_1 \qquad j = i$$

Kaavassa
A = yhteinen alkuarvo
i = korkokanta desimaalimuodossa
j = lisäysprosentti desimaalimuodossa
k_1 = ensimmäinen suoritus.

Huomautus Jos suoritusten kasvu on negatiivinen eli suoritukset pienentyvät, saa edellisessä kaavassa j negatiivisen arvon.

ESIMERKKI 28

Pienen kaivoksen tuotannon uskotaan jatkuvan vielä seuraavat 8 vuotta, mutta tuotantomäärä pienenee vuosittain.

a) Mikä on kaivoksen nykyarvo, jos kuluvan vuoden nettotuotoksi arvioidaan 5 miljoonaa euroa ja jos nettotuotto pienenee vuosittain 10 prosenttia? Laskentakorkokantana käytetään 15 prosenttia.

b) Mikä on nettotuotto kahdeksantena vuonna?

a) $A = \dfrac{1{,}15^8 - 0{,}90^8}{1{,}15^8 \cdot 0{,}25} \cdot 5 \text{ milj. €} = 17{,}2 \text{ milj. €}$

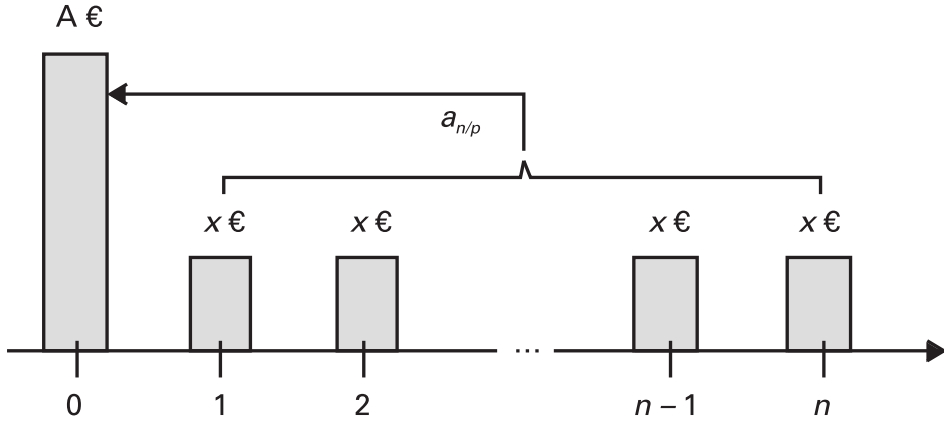
b) Lasketaan geometrisen lukujonon 8. termi.

$k_8 = 0{,}9^7 \cdot 5 \text{ milj. €} = 2{,}4 \text{ milj. €}$

Annuiteetti

Jaksollisten suoritusten alkuarvoon liittyy läheisesti annuiteettiperiaate. Sillä tarkoitetaan luoton maksamista usean korkojakson aikana tasaerinä. Jokainen erä on yhtä suuri ja sisältää sekä lyhennyksen että koron.

Ajatellaan, että A euron suuruinen luotto halutaan maksaa takaisin tasaerinä. Jotta luotto ja sen korot tulevat maksetuiksi, on maksujen yhteisen alkuarvon oltava luoton suuruinen.



$$A = a_{n/p} \cdot x \Leftrightarrow x = \frac{1}{a_{n/p}} \cdot A = c_{n/p} \cdot A$$

Lukua $c_{n/p} = \dfrac{1}{a_{n/p}}$ sanotaan **annuiteettitekijäksi** eli **kuoletustekijäksi.**

Annuiteettilainan tasaerä saadaan kertomalla lainasumma annuiteettitekijällä.

$$\text{Tasaerä} = \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \cdot A = c_{n/p} \cdot A$$

Kaavassa
A = lainasumma
i = korkokanta desimaalimuodossa
n = korkojaksojen lukumäärä
$c_{n/p}$ = annuiteettitekijä.

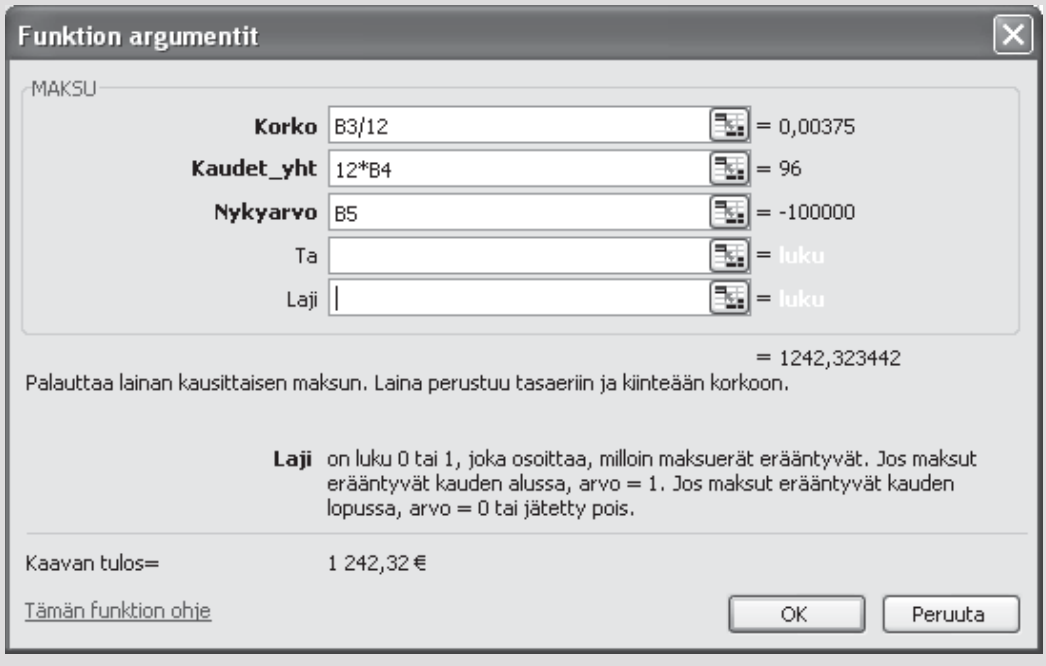
ESIMERKKI 29

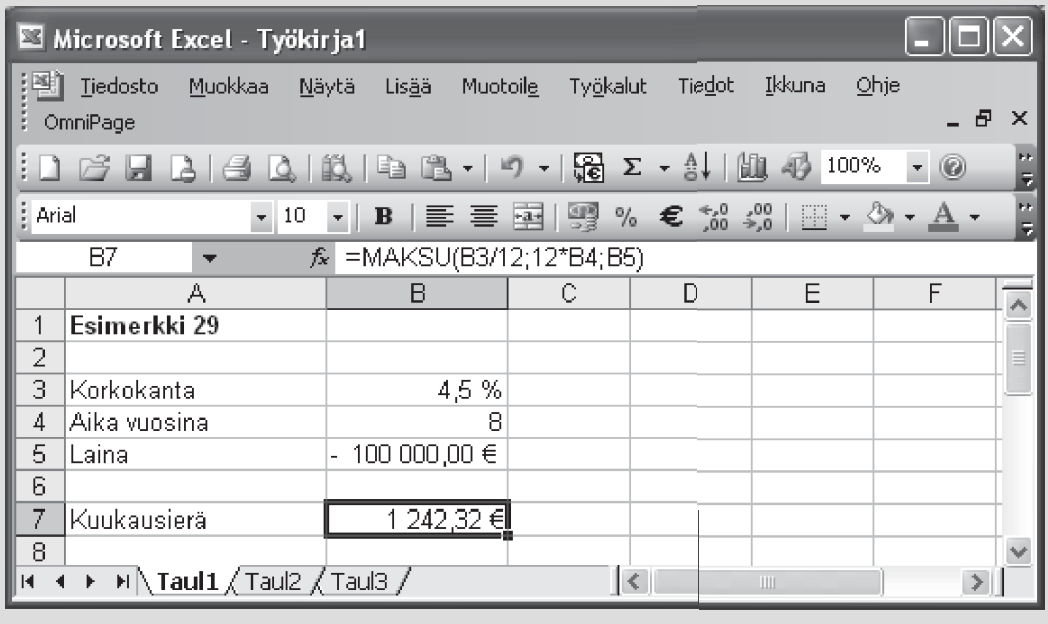
Omakotitalon ostamiseen tarvitaan pankilta 100 000 euron luotto. **Laske lainan takaisin maksamiseen tarvittavan kuukausierän suuruus, kun laina-aika on 8 vuotta ja korkokanta on 4,5 prosenttia pa.**

Muunnetaan aluksi vuosikorkokanta kuukausikorkokannaksi: 4,5 % pa. / 12 = 0,375 % per kuukausi. Korkojaksoja on 12 · 8 = 96.

$$\text{Kuukausimaksu} = c_{96\,/\,0{,}375} \cdot 100\,000\ € = \frac{1{,}00375^{96} \cdot 0{,}00375}{1{,}00375^{96} - 1} \cdot 100\,000\ € = 1\,242{,}32\ €.$$

Tulos saadaan Excelillä samaan tapaan kuin aikaisemmin käyttämällä nyt rahoitusfunktiota MAKSU (PMT).





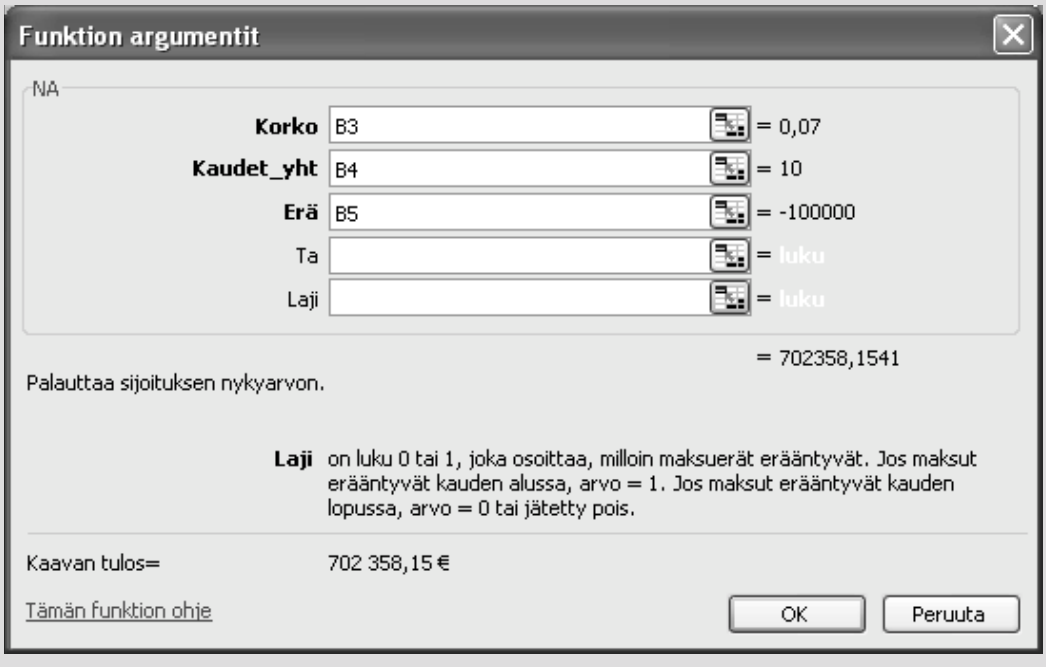
ESIMERKKI 30

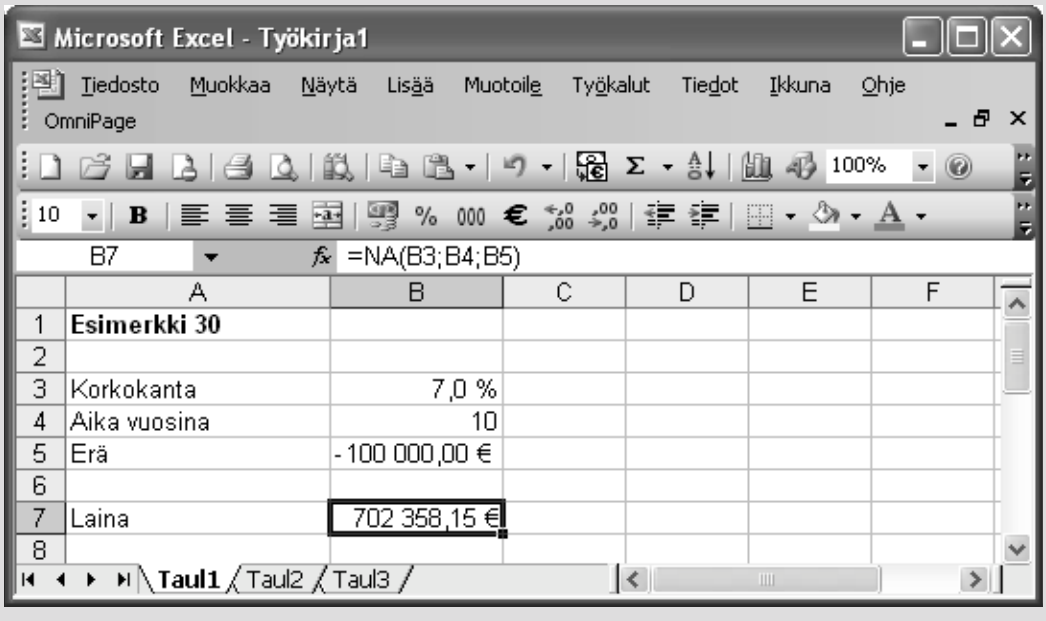
Yrittäjä saapuu pankinjohtajan luo ja ilmoittaa tarvitsevansa luottoa yrityksensä laajentamiseen. Keskustelun yhteydessä käy ilmi, että yrittäjä pystyy maksamaan vuosittain luotostaan korkoa ja lyhennystä yhteensä 100 000 euroa. **Kuinka suuren luoton pankinjohtaja voi enintään luvata, kun pisin luottoaika on 10 vuotta ja alin korkokanta on 7 prosenttia?**

Ratkaistaan yhtälö: $c_{10/7} \cdot A = 100\,000\ €$, josta

$$A = \frac{100\,000\ €}{c_{10/7}} = \frac{100\,000\ €}{\dfrac{1{,}07^{10} \cdot 0{,}07}{1{,}07^{10} - 1}} = 702\,358{,}15\ € \approx 700\,000\ €.$$

Tulos saadaan Excelillä samaan tapaan kuin aikaisemmin käyttämällä nyt rahoitusfunktiota NA (PV).





ESIMERKKI 31

48-vuotias henkilö päättää parantaa eläketurvaansa. Tätä varten hän tallettaa 3,5 prosentin tilille vuosittain tietyn summan. Säilyttääkseen talletustensa reaaliarvon, hän päättää nostaa joka vuosi talletuksen määrää 3 prosentilla edellisestä määrästä. Ensimmäisen suorituksen suuruus on 1 000 euroa. Henkilö jää eläkkeelle 65-vuotiaana. **Kuinka paljon hän voi eläkkeellä jäätyään nostaa vuosittain säästöistään 10 vuoden ajan?** Lähdevero on 28 prosenttia.

Nettokorkokanta on $0{,}72 \cdot 3{,}5\ \% = 2{,}52\ \%$. Lasketaan aluksi eläkeikään mennessä kertynyt säästösumma. Talletuksia on 17.

$$S = \frac{1{,}0252^{17} - 1{,}03^{17}}{0{,}0252 - 0{,}03} \cdot 1\,000\ € = 26\,286{,}28\ €$$

Seuraavaksi lasketaan nosto vuodessa.

$$c_{10/2{,}52} \cdot 26\,286{,}28\ € = \frac{1{,}0252^{10} \cdot 0{,}0252}{1{,}0252^{10} - 1} \cdot 26\,286{,}28\ € = 3\,006{,}54\ €$$

On huomattava, että jos inflaatio säästöaikana on ollut keskimäärin 2 prosenttia vuodessa, on ensimmäisen vuosierän ostovoima nykyrahana.

$1{,}02^{-17} \cdot 3\,006{,}54\ € = 2\,147{,}16\ €$

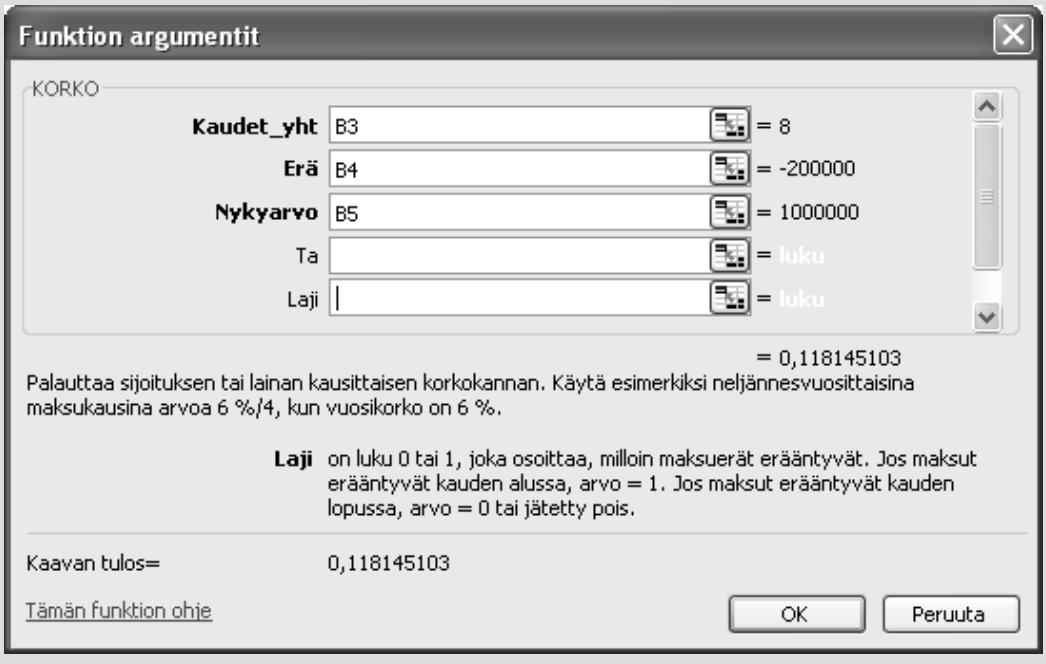
Korkokannan määrittäminen

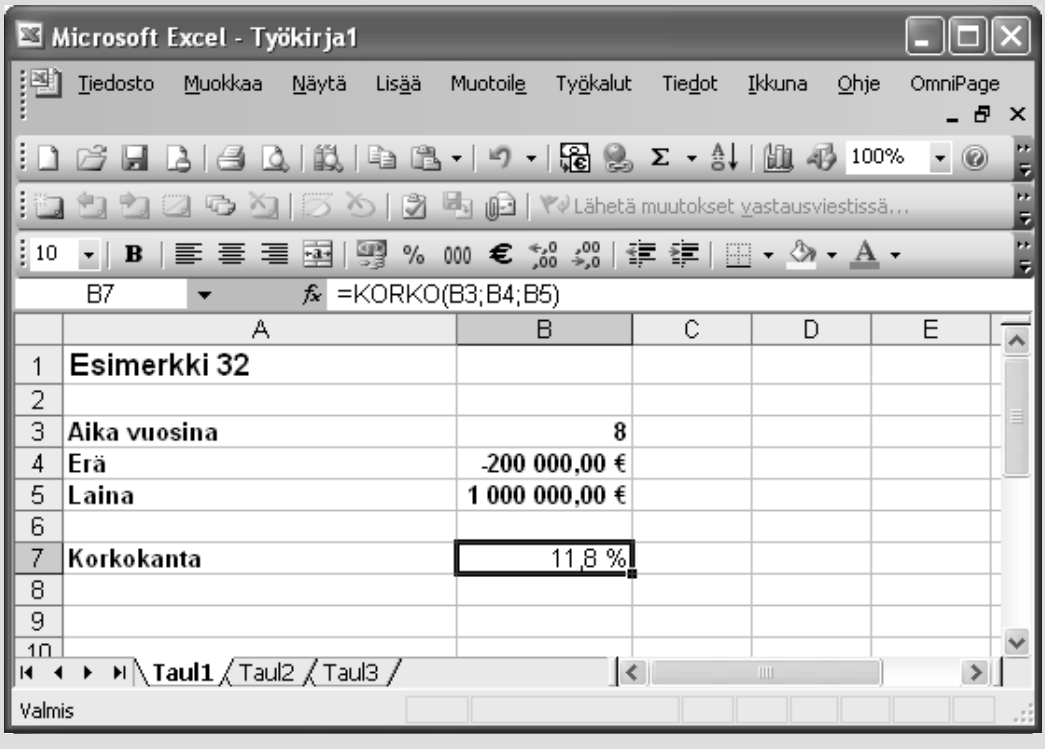
ESIMERKKI 32

Luotonantajan kanssa sovittiin, että miljoonan euron luotto maksetaan takaisin vuosittaisin 200 000 euron tasaerin. Luottoajaksi sovittiin 8 vuotta. **Mikä tulee tällöin luoton korkokannaksi?**

Tehtävän ratkaisemiseksi ei ole valmista kaavaa, vaan tulos joudutaan ratkaisemaan joko hyvällä funktiolaskimella tai taulukkolaskentaohjelmalla.

Tulos saadaan Excelillä samaan tapaan kuin aikaisemmin käyttämällä nyt rahoitusfunktiota KORKO (RATE).





Vastaukseksi saadaan 11,8 % pa. Tarkistus: $c_{8/11,8} \cdot 1\,000\,000\ € = 199\,898\ €$.

5.5 Jatkuva korkolasku

Peruskaava

Koronkorkolaskun peruskaavaa johdettaessa lähdettiin siitä olettamuksesta, että korko lisätään pääomaan korkojakson eli vuoden lopussa. Jos korko lisätään pääomaan kaksi kertaa vuoden aikana, vuotuista korkokantaa p on muutettava vastaamaan puolen vuoden korkojaksoa. Relatiivinen korkokanta puolelle vuodelle on $p/2$, jota vastaa desimaalimuoto $i/2$. Tämän perusteella vuoden mittaisen korkoajan päättyessä kasvanut pääoma on

$$K = (1 + \frac{i}{2})^2 \cdot k.$$

Jos korko lisätään pääomaan kolme kertaa vuoden aikana, käytetään vuotuisesta korkokannasta relatiivista desimaalimuotoa $i/3$. Vuoden mittaisen korkoajan päättyessä kasvanut pääoma on nyt

$$K = (1 + \frac{i}{3})^3 \cdot k.$$

Jos korko lisätään pääomaan N kertaa vuoden aikana, käytetään korkokannasta relatiivista desimaalimuotoa i/N. Tällöin vuoden mittaisen korkoajan päättyessä kasvanut pääoma on seuraavan kaavan mukainen.

$$K = (1 + \frac{i}{N})^N \cdot k$$

Kun vuoden mittainen aikaväli jaetaan yhä useampaan yhtä suureen osaan, lähenee kunkin osavälin pituus nollaa. Tämä tarkoittaa sitä, että korko lisätään pääomaan lähes joka hetki eli jatkuvasti. Voidaan osoittaa, että

$(1 + \frac{i}{N})^N \to \mathrm{e}^i$, kun N kasvaa rajatta.

Luku e on Neperin luku, jonka arvo $\approx$ 2,718281828. Lukua i sanotaan **korkointensiteetiksi.** Jos korko lisätään pääomaan jatkuvasti korkointensiteetin ollessa i, on kasvanut pääoma vuoden lopussa

$$K = \mathrm{e}^i \cdot k.$$

Kasvanut pääoma

Jatkuvassa koronkorkolaskussa kasvanut pääoma t vuoden kuluttua saadaan kaavasta

$$K_t = \mathrm{e}^{it} \cdot k.$$

Kaavassa
K_t = kasvanut pääoma
k = pääoma
i = korkointensiteetti
t = korkoaika vuosina (voi olla desimaaliluku).

Jatkuvan koronkorkolaskun mallissa jokainen syntyvä korkosentti alkaa heti luoda uutta korkosenttiä. Jatkuvaa koronkorkolaskua käytetään mallina muun muassa kansantaloustieteessä ja vakuutusmatematiikassa. Näiden lisäksi jatkuvan koronkoron avulla kuvataan fysikaalisia, kemiallisia ja biologisia ilmiöitä.

ESIMERKKI 33

Kuinka monta prosenttia kasvanut pääoma on suurempi jatkuvan koronkorkolaskun kuin tavallisen koronkorkolaskun mukaan, kun pääoma on 100 000 euroa, korkokanta 10 prosenttia pa. ja korkoaika kolme vuotta?

Jatkuva koronkorkolasku

$K = \mathrm{e}^{0{,}10 \cdot 3} \cdot 100\,000\ € = 134\,985{,}88\ €$

Tavallinen koronkorkolasku

$K = 1{,}10^3 \cdot 100\,000\ € = 133\,100\ €$

$$\frac{134\,985{,}88\ €}{133\,100\ €} = 1{,}0142$$

Vastaus: 1,42 % enemmän.

ESIMERKKI 34

Oletetaan, että maapallon väkiluku kasvaa jatkuvasti keskimäärin 1,34 prosenttia vuodessa (vrt. esimerkki 11). Maapallon väkiluku oli vuoden 2005 lopussa 6,5 miljardia ihmistä.

a) Mikä on maapallon ennustettu väkiluku vuoden 2015 lopussa?

b) Milloin maapallon väkiluvun arvioidaan ylittävän 8 miljardia?

a) $e^{0{,}0134 \cdot 10} \cdot 6{,}5$ mrd ihmistä $\approx 7{,}4$ mrd ihmistä

b) $e^{0{,}0134 \cdot t} \cdot 6{,}5$ mrd ihmistä > 8 mrd ihmistä

$e^{0{,}0134\,t} > 1{,}23077$

$0{,}0134\,t > \ln 1{,}23077$, josta $t > 15{,}5$ vuotta.

Maapallon väkiluvun arvioidaan ylittävän 8 miljardia vuoden 2021 aikana.

Diskonttaus

Diskonttaus syntyy peilikuvana todellisen maailman kasvulle.

Kun korko lisätään jatkuvasti pääomaan korkointensiteetin ollessa i, kasvaneen pääoman diskontattu arvo on

$$k = e^{-it} \cdot K.$$

Kaavassa
k = diskontattu arvo
K = kasvanut pääoma
i = korkointensiteetti
t = korkoaika vuosina.

ESIMERKKI 35

Sijoitusmielessä hankitun maapalstan hinta V kasvaa ajan t funktiona seuraavan kaavan mukaisesti.

$$V(t) = 50\,000 \cdot e^{\sqrt{t}}\ €$$

Funktiossa t:n arvo nolla vastaa maapalstan ostohintaa, joka on 50 000 euroa. **a) Kuinka monen vuoden pitoajan jälkeen maapalsta tulisi myydä, jotta hinnan nykyarvo olisi mahdollisimman suuri? b) Määritä nykyarvon suurin arvo.** Laskentakorkokanta on 12,5 prosenttia.

a) Määritetään maapalstan nykyarvo P_0, kun palsta päätetään myydä t:n vuoden kuluttua.

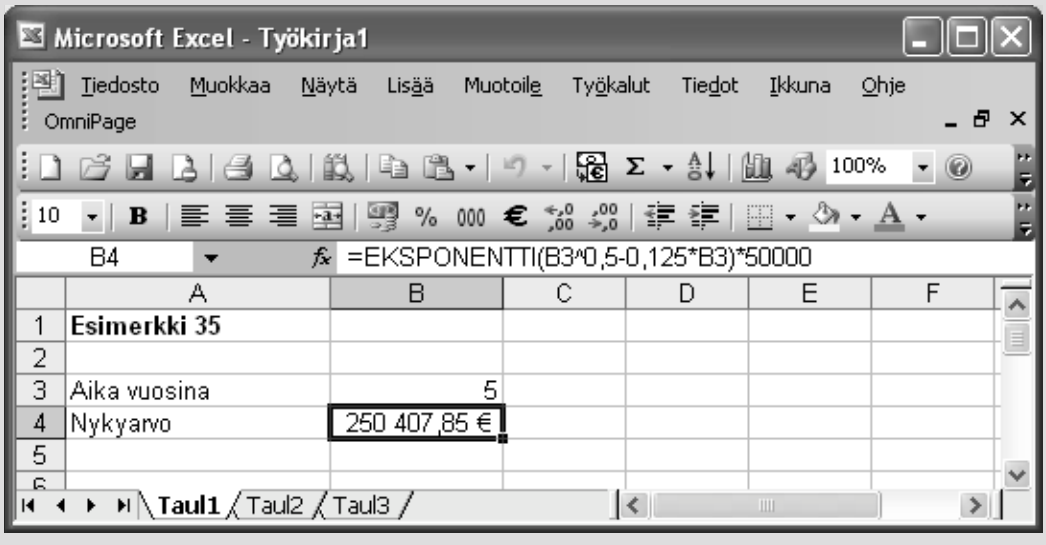
$$P_o = e^{-0{,}125 \cdot t} \cdot V(t) = e^{-0{,}125t} \cdot 50\,000 \cdot e^{\sqrt{t}}\ €$$

$$P_o = e^{\sqrt{t} - 0{,}125t} \cdot 50\,000\ €$$

Nykyarvon suurin arvo t:n suhteen saadaan matemaattisesti derivoimalla (harjoitustehtävä). Maksimi saavutetaan 16 vuoden kuluttua. Tällöin

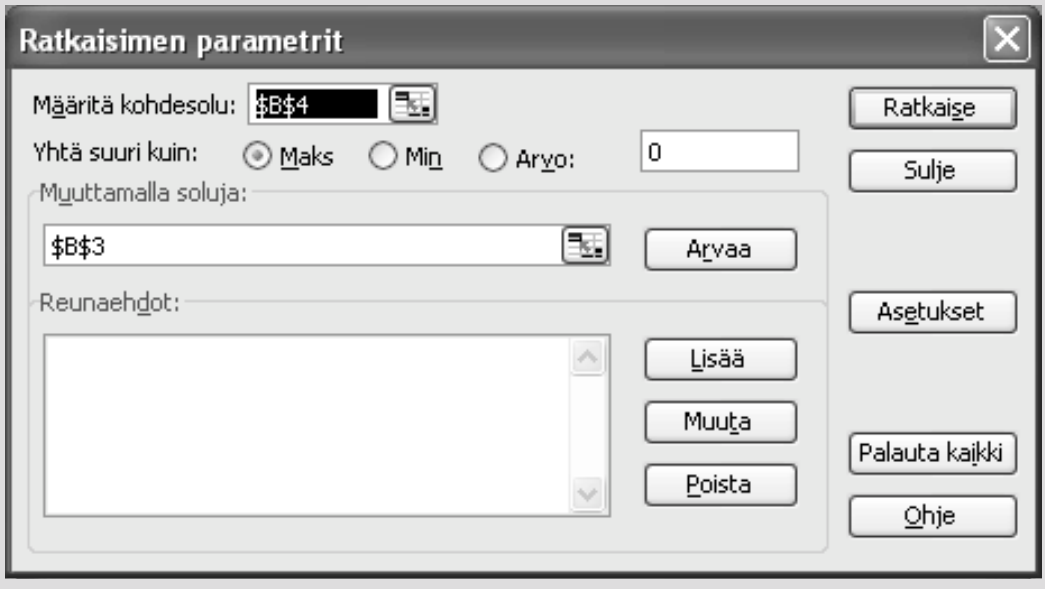
$$P_o = e^{\sqrt{16} - 0{,}125 \cdot 16} \cdot 50\,000\ € \approx 369\,500\ €.$$

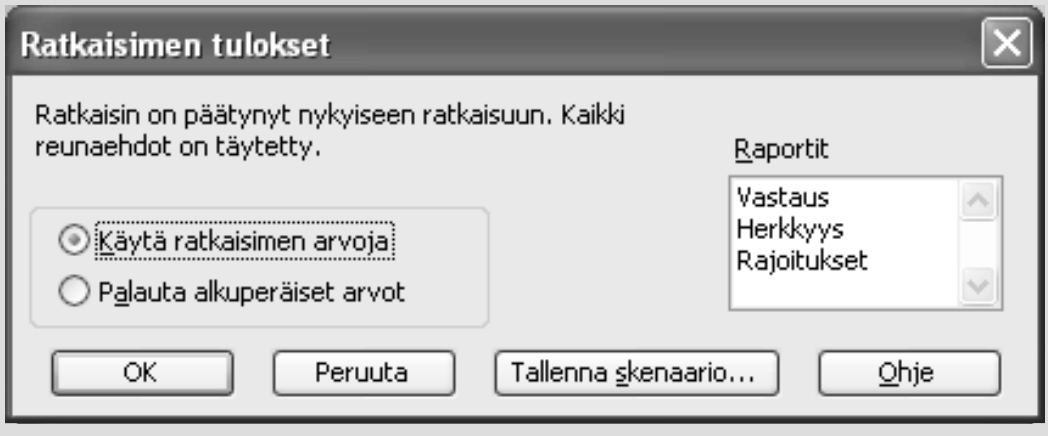
b) Ratkaistaan esimerkki Excelillä käyttämällä hyväksi Ratkaisinta. Jos aika halutaan soluun B3, siihen kirjoitetaan aluksi jokin alkuarvo, esimerkiksi luku 5. Seuraavaksi kirjoitetaan soluun B4 maksimoitava nykyarvon lauseke soluviittauksin.

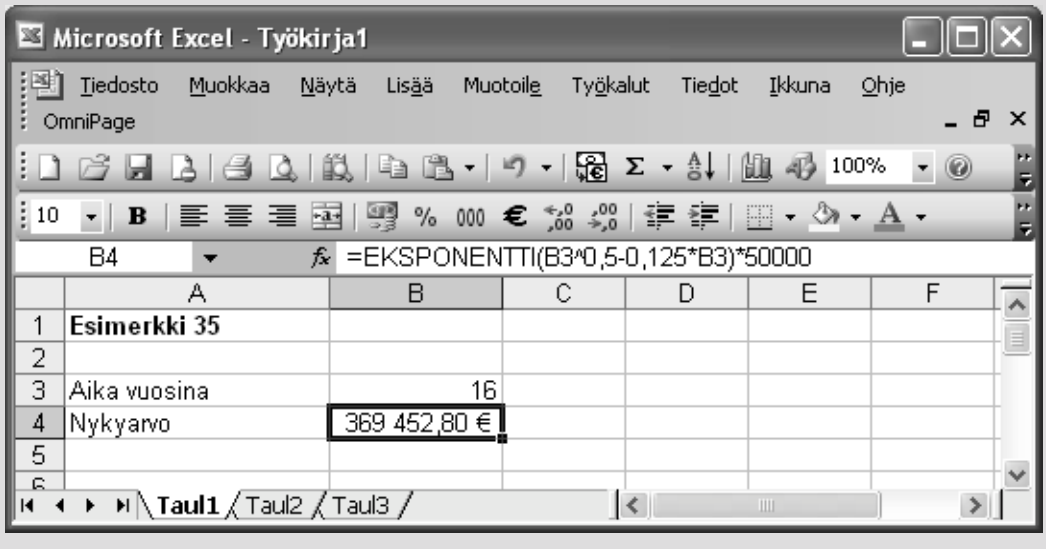


Valitaan Työkalut (Tools) -valikko ja sieltä kohta Ratkaisin... (Solver...). Kohdassa Määritä kohdesolu: (Set Target Cell) viitataan kaavasoluun B4 ja kohdassa Muuttamalla soluja: (By Changing Cells) viitataan soluun B3. Tarkistetaan, että valintamerkki on kohdassa Yhtä suuri kuin (Equal To):

Maks (Max). Lopuksi näpäytetään painiketta Ratkaise (Solve). Excel ilmoittaa, että ratkaisu on löytynyt ja tuloksena todetaan olevan sama ratkaisu kuin edellä.







Konforminen korkokanta

Jatkuvassa koronkorkolaskussa korkointensiteetti on i. Tällöin sitä vastaava vuotuinen konforminen korkokanta tavallisessa koronkorkolaskussa saadaan kaavasta

$$p_k\,\% = 100 \cdot (e^i - 1)\,\%\ \text{pa.}$$

Jos tavallisessa koronkorkolaskussa vuotuinen korkokanta on p, sitä vastaava vuotuinen konforminen korkointensiteetti i_k jatkuvassa koronkorkolaskussa saadaan kaavasta

$$i_k = ln\,(1 + i).$$

ESIMERKKI 36

Teollisuudessa mineraalin M vuotuinen käyttö kasvoi 10 vuodessa 250 tonnista nykyiseen 600 tonniin. **Määritä vuotuinen kasvuprosentti ja laadi ennuste vuotuiselle käytölle viiden vuoden kuluttua, kun kasvun oletetaan jatkuvan samanlaisena ja mallina käytetään a) tavallista koronkorkolaskua, b) jatkuvaa koronkorkolaskua.**

a) $i = \sqrt[10]{\frac{600t}{250t}} - 1 = 0{,}091493425 = 9{,}15\,\%$

Ennuste: $1{,}091493425^5 \cdot 600\ t = 930\ t.$

b) $e^{10i} \cdot 250\ t = 600\ t$

$10i = ln\,(600/250)$

$i = 0{,}087546873 = 8{,}75\,\%$

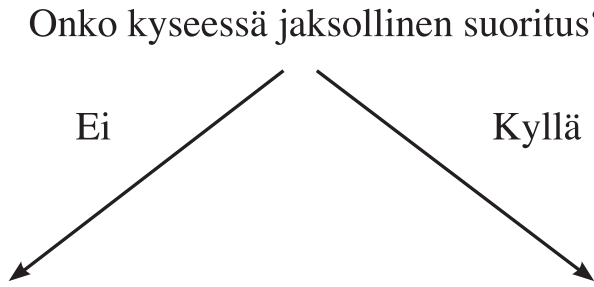
Ennuste: $e^{0{,}087546873 \cdot 5} \cdot 600\ t = 930\ t.$

Esimerkistä havaitaan, että tavallisen koronkorkolaskun 9,15 prosentin vuotuinen korko vastaa konformisesti jatkuvan koronkorkolaskun 8,75 prosentin korkoa. Molemmat mallit antavat saman ennustearvon.

Tarkistukset: $p_k\,\% = 100 \cdot (e^{0{,}087546873} - 1) = 9{,}15\,\%$

$i_k = ln\,(1 + 0{,}091493425) = 0{,}0875 = 8{,}75\,\%.$

5.6 Yhteenveto



– Tuleva arvo: $r_p^{\,n} = (1+i)^n$

– Nykyarvo: $v_p^{\,n} = (1+i)^{-n}$

– Korkokanta: $i = \sqrt[n]{\frac{K}{k}} - 1$

– Korkoaika: $n = \frac{\log \frac{K}{k}}{\log(1+i)}$

– Tuleva arvo: $s_{n/p} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

– Nykyarvo: $a_{n/p} = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$

– Suoritus: $c_{n/p} = \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$

TEHTÄVIÄ

57 Henkilö maksaa 200 euron vakuutusmaksuja vuosittain 20 vuoden ajan. Määritä kertynyt vakuutusmaksujen summa korkoineen, kun korkokantana käytetään 5 % pa.

58 Yritys tallettaa tulevaa investointia varten vuosittain 20 000 euroa. Kuinka paljon rahaa yrityksellä on käytettävissä viidennen talletuksen tapahduttua, kun talletuksille maksetaan korkoa 3 % ja korko liitetään pääomaan vuosittain?

59 30-vuotias henkilö päättää lisätä tulevaa eläketurvaansa ja säästää vuosittain 1 000 euroa tilille, jonka korkokanta on 2,5 %. Mikä on tilin saldo, kun hän jää eläkkeelle 65-vuotiaana? Lähdevero on 28 %.

60 1,7 prosentin tilille talletetaan 31.12.2006 alkaen vuosittain 1 500 euroa. Viimeinen talletus tapahtuu 31.12.2010. Kuinka paljon tilillä on varoja korkoineen 31.12.2012? Lähdevero on 28 %.

61 Perheen on tarkoitus vaihtaa auto kolmen vuoden kuluttua. Tätä varten he säästävät puolivuosittain 1 000 euroa, ensimmäinen talletus puolen vuoden kuluttua eli 30.6. Kuinka paljon heillä on välirahaa auton vaihtoon kuudennen talletuksen tapahduttua, kun a) korko lisätään pääomaan aina vuoden vaihteessa vain kerran vuodessa, ja b) korko lisätään pääomaan kahdesti vuodessa ja korkokanta muunnetaan relatiivisesti vastaamaan puolen vuoden korkojaksoa. Talletukselle maksetaan korkoa 2 % pa.? Lähdevero on 28 %.

62 Yritys tallettaa tulevaa investointia varten 30 000 euroa vuodessa yhteensä viisi kertaa. Kuinka suurta kertatalletusta edellä mainittu säästösuunnitelma vastaisi, jos ensimmäinen jaksollinen talletus ja kertatalletus tapahtuisivat samanaikaisesti? Korkokanta on 4 %.

63 Nuoripari haluaa ruveta säästämään omaa asuntoa varten. Jos he säästävät asunnon hinnasta 20 %, pankki lainaa heille loput. Minkä hintaiseen asuntoon heidän rahansa riittävät, kun suunnitelmissa on tallettaa kahden vuoden ajan 1 000 euroa neljännesvuosittain tilille, jonka korkokanta on 1,8 %? Lähdevero on 28 %. Muunna korkokanta relatiivisesti vastaamaan talletusväliä.

64 Lapsen tilille talletetaan joka vuosi sama summa, ja ensimmäinen talletus suoritetaan heti lapsen synnyttyä. Kuinka suuri talletuksen on oltava, jotta lapsi voisi 18 vuoden ikäiseksi tultuaan nostaa tililtä 20 000 euroa? Tilin korkokanta on 2,3 %, ja lähdevero on 28 %.

65 Yritys tarvitsee kolmen vuoden kuluttua tapahtuvaan investointiin 150 000 euroa. Kuinka paljon yrityksen on talletettava kuukausittain 2,4 % pa. tilille, jotta kolmen vuoden kuluttua tilillä olisi tarvittava summa? Muunna korkokanta relatiivisesti vastaamaan talletusväliä.

66 Yritys on laskenut liikkeelle miljoonan euron yritystodistuksen kahdeksi vuodeksi. Kuinka paljon yrityksen on talletettava pankkiin 2,1 prosentin tilille kuukausittain, jotta tilillä olisi korkoineen maksamiseen tarvittava miljoona euroa. Muunna korkokanta relatiivisesti vastaamaan talletusväliä.

67 Taloyhtiön rakennukset päätetään maalata kolmen vuoden kuluttua. Maalausurakan hinta on tällä hetkellä 20 000 euroa, mutta sen arvellaan nousevan vuosittain 4 %. Kuinka paljon taloyhtiön on talletettava puolivuosittain 2 prosentin tilille, jotta tarvittavat varat olisivat tilillä kolmen vuoden kuluttua? Ensimmäinen talletus tapahtuu välittömästi ja viimeinen talletus maalausta aloitettaessa. Muunna korkokanta relatiivisesti vastaamaan talletusväliä.

68 Henkilö on maksanut prosenttiliikkeelle osuutensa 10 vuoden ajan. Ensimmäisen vuoden maksu oli 2 000 euroa, ja maksua korotettiin vuosittain keskimäärin 4 prosentilla. Mikä on maksujen yhteinen arvo 10. suorituksen tapahduttua, kun maksuille lasketaan 1,5 prosentin vuotuinen korko? Lähdevero on 28 prosenttia.

69 Henkilö maksaa 200 euron vakuutusmaksuja vuosittain 20 vuoden ajan. Määritä kertynyt vakuutusmaksujen summa korkoineen, kun korkokantana käytetään 5 % pa. ja maksu nousee vuosittain 3 %.

70 Henkilö päättää ruveta tallettamaan 2,5 prosentin tilille vuosittain tietyn summan. Säilyttääkseen talletustensa reaaliarvon, hän nostaa joka vuosi talletuksen määrää 3 prosentilla edellisestä määrästä. Mikä on ensimmäisen suorituksen suuruus, kun tilin saldon 8 vuoden kuluttua pitäisi olla 20 000 euroa? Lähdevero on 28 %.

71 Kuinka paljon on vuoden lopussa talletettava 2,8 % pa. tilille, jotta tililtä voisi nostaa vuosittain 2 000 euroa seuraavien kuuden vuoden aikana? Ensimmäinen erä nostetaan vuoden kuluttua talletuksesta. Lähdevero on 28 %.

72 Yritys aikoo ostaa koneen, jolla se valmistaisi hyödykkeitä. Hyödykkeistä arvioidaan saatavan nettotuottoa 15 000 euroa vuosittain viiden vuoden ajan.

a) Kuinka paljon koneesta kannattaa enintään maksaa, jos koneen jäännösarvo on nolla?

b) Kuinka paljon koneesta kannattaa enintään maksaa, jos koneen jäännösarvoksi oletetaan 9 000 euroa?

Laskentakorkokanta on 6 prosenttia.

73 Vakuutuskorvaus on joko 500 euroa kuukaudessa 15 vuoden ajan tai 70 000 euroa kertakorvauksena. Kumpi vaihtoehto on maksun saajalle matemaattisesti edullisempi, jos laskentakorkokantana käytetään 3 % pa.? Kertakorvaus tai ensimmäinen erä kuukausimaksuista maksetaan samaan aikaan. Muunna korkokanta relatiivisesti vastaamaan talletusväliä.

74 Kuinka paljon säätiön on talletettava tilille, jonka korkokanta on 2,6 % pa., jotta tililtä voidaan jakaa stipendeinä jatkuvasti vuosittain 50 000 euroa. Stipendit jaetaan ensimmäisen kerran vuoden kuluttua talletuksesta.

75 Kuinka suuri täytyy säätiön pankkitilille talletetun rahamäärän olla, jotta säätiö voisi maksaa vuosittain stipendeinä 50 000 euroa, kun a) varat saavat kulua loppuun, b) tilille on jäätävä 100 000 euroa? Ensimmäinen maksu suoritetaan heti ja stipendejä jaetaan viitenä vuonna. Tilin korkokanta on 3,3 %.

76 Henkilö saa 30 000 euron perinnön, jonka hän sijoittaa 2 prosentin tilille. Hän aikoo nostaa tililtä vuosittain tietyn summan 20 vuoden ajan. Ensimmäinen nosto tapahtuu vuoden kuluttua, ja noston reaaliarvon halutaan pysyvän samana. Laske ensimmäisen ja viimeisen noston suuruus, kun inflaatioennuste on keskimäärin 2 prosenttia vuodessa. Lähdevero on 28 %.

77 Henkilö pystyy maksamaan autolainaansa 200 euroa kuukaudessa neljän vuoden ajan. Minkä suuruisen autolainan hän voi ottaa, kun korkokanta on 6 %? Muunna korkokanta relatiivisesti vastaamaan talletusväliä.

78 Omakotitalon hinta on 100 000 euroa, josta käteismaksuna suoritetaan 20 000 euroa. Loppuosa kauppahinnasta maksetaan pankille puolivuosittain maksettavin annuiteetein. Määritä annuiteetin suuruus, kun laina-aika on 8 vuotta ja korkokanta on 6 prosenttia.

79 Juuri eläkkeelle siirtyvä henkilö arvelee elävänsä vielä 20 vuotta. Kuinka paljon hänellä tulisi olla rahaa pankkitilillään, jotta hän voisi nostaa tililtään 20 vuoden ajan kuukausittain 350 euroa? Tilin korkokanta on 3 %. Muunna korkokanta relatiivisesti vastaamaan talletusväliä. Lähdevero on 28 %.

80 Auton ostoa harkittaessa todetaan, että kuukaudessa voidaan käyttää varoja 250 euroa autolainan maksamiseen. Kuinka suuri annuiteettilaina voidaan ottaa, kun laina halutaan maksaa takaisin kolmessa vuodessa? Lainan korkokanta on 6 %. Lainan nostokuluja ei oteta huomioon.

81 Kuukausittain maksettavan 50 000 euron annuiteettilainan korkokannaksi sovittiin 6 prosenttia. Kuinka monta euroa enemmän on kuukausittain maksettava, jos suunniteltu 25 vuoden laina-aika muutetaankin 20 vuodeksi?

82 Kuukausittain maksettavan 40 000 euron annuiteettilainan laina-ajaksi sovittiin 15 vuotta. Lainanottaja uskoi saavansa lainan 6 prosentin korolla. Kuinka monta euroa luultua enemmän lainanottaja joutuukin maksamaan lainastaan kuukaudessa, kun lainan korkokanta on todellisuudessa 6,6 % pa.?

83 Asunnon hinta on 50 000 euroa, josta omarahoitusosuus on 30 %. Loppuosalle pankki myöntää 8 vuoden annuiteettilainan. Määritä kuukausimaksun suuruus, kun korkokanta on 7,2 % pa. Lainan nostokuluja ei huomioida.

84 Taloyhtiössä varaudutaan siihen, että osakkeenomistaja joutuu kolmen vuoden kuluttua maksamaan putkiremontista 20 000 euroa. Osakkeenomistaja harkitsee kolmea vaihtoehtoa, jotta hänellä olisi kolmen vuoden kuluttua tarvittava summa tilillään:

I Kuinka suuri kertatalletus osakkeenomistajan on tehtävä tilille?

II Mikä tasaerä osakkeenomistajan on talletettava kuukausittain tilille?

III Kuinka suuri kertatalletus on aluksi tehtävä, jotta loppusumma kerääntyy 300 euron kuukausittaisista tasaerätalletuksista?

Tilin korkokanta on 2,25 % pa. ja lähdevero 28 %. Muunna tasaerätalletuksissa korkokanta relatiivisesti vastaamaan talletusväliä.

85 Asunnon hinta on 40 000 euroa. Pankki myöntää omarahoitusosuuden ylittävälle osalle 10 vuoden annuiteettilainan, jonka korkokanta on 9,6 %. Kuinka monta prosenttia asunnon hinnasta omarahoitusosuuden on oltava, jotta kuukausimaksu ei ylittäisi 400 euroa? Lainan nostokuluja ei huomioida.

86 35 000 euron annuiteettilainan kuoletusmaksut suoritetaan puolivuosittain. Lainan korkokanta on 7 % ja laina-aika on kuusi vuotta. Kuinka paljon lainaa on jäljellä ensimmäisen puolivuosimaksun maksamisen jälkeen?

87 Osakehuoneiston hinta on 100 000 euroa, josta käteismaksua maksetaan 25 000 euroa. Loppuosa kauppahinnasta maksetaan pankille kuukausittain maksettavina annuiteetteina. Kuinka pitkä pitää laina-ajan vähintään olla, jotta kuukausimaksu ei ylittäisi 1 000 euroa. Lainan korkokanta on 6 %.

88 Yritys on lainannut miljoona euroa ja lupaa maksaa lainan takaisin siten, että vuoden kuluttua maksetaan 0,6 miljoonaa euroa ja kahden vuoden kuluttua maksetaan 0,6 miljoonaa euroa. Minkä vuotuisen korkokannan mukaan yritys maksaa korkoa luotostaan?

89 Kuinka suureksi kasvaa 10 000 euroa a) 5 vuodessa, b) 270 päivässä, kun käytetään jatkuvaa koronkorkolaskua ja nettokorkointensiteetti on 0,08? Vuodessa on 365 korkopäivää.

90 Kuinka suureksi kasvaa 23 000 euroa a) 7 vuodessa, b) 2 vuodessa 3 kuukaudessa, c) 158 päivässä, kun nettokorkointensiteetti on 0,0475? Vuodessa on 365 korkopäivää.

91 Uusiutuvaa luonnonvaraa L voidaan käyttää vuodessa enintään 550 000 yksikköä. Tällä hetkellä käyttö on 300 000 yksikköä vuodessa.

a) Jos käyttö kasvaa jatkuvan korkokannan mukaan neljä prosenttia vuodessa, kuinka kauan menee ennen kuin maksimaalinen taso saavutetaan?

b) Minkä jatkuvan korkokannan mukaan maksimaalinen taso saavutetaan 30 vuodessa?

92 Kokonaisvedenotto Suomessa on vuodessa nyt noin 3 000 miljoonaa kuutiometriä, ja sen arvioidaan kasvavan jatkuvasti vuosittain 3 prosenttia.

a) Kuinka monen vuoden kuluttua vedenoton arvioidaan olevan 5 000 miljoonaa kuutiometriä?

b) Mikä pitäisi vuotuisen vedenoton kasvuprosentin olla, jotta 5 000 miljoonan kuutiometrin tason saavuttamiseen menisi 30 vuotta?

93 Inflaation oletetaan pysyvän jatkuvasti 2 prosentissa vuodesta toiseen. Kuinka pitkän ajan kuluttua hinnat ovat kaksinkertaistuneet?

94 Henkilö sijoittaa k euroa kasvamaan jatkuvasti korkoa korolle. Kuinka pitkän ajan kuluttua kasvanut pääoma on kaksinkertaistunut, kun vuotuinen korkokanta on a) 7,5 prosenttia, b) p prosenttia pa.? Lähdevero on 28 prosenttia.

95 Mikä pääoma kasvaa 100 000 euroksi a) 6 vuodessa, b) 5,2 vuodessa, c) 4 vuodessa 3 kuukaudessa 20 päivässä, kun nettokorkointensiteetti on 0,065?

96 Laitteen arvo laskee jatkuvasti 4 prosentin vuosivauhdilla. Kuinka kauan kestää ennen kuin laitteen arvo on laskenut puoleen alkuperäisestä arvosta?

97 Uusiutumatonta luonnonvaraa L on jäljellä 2 200 000 yksikköä. Luonnonvara hupenee jatkuvasti 3 prosentin vuosivauhdilla.

a) Kuinka paljon luonnonvaroja on jäljellä 20 vuoden kuluttua?

b) Kuinka pitkän ajan kuluttua luonnonvaroja on jäljellä enää puolet nykyisestä määrästä?

98 Ratkaise esimerkki 35 matemaattisesti ääriarvotehtävänä.

99 Suurella metsäyhtiöllä on useita laajoja, eri-ikäisiä metsäalueita. Joillekin hakatuille metsäalueille istutetaan hybridihaapoja, joiden arvo V puiden kasvaessa lisääntyy puuston tiettyyn ikään asti eksponentiaalisesti seuraavan funktion mukaisesti:

$$V(t) = e^{\sqrt{t}} \cdot L \qquad (0 \leq t \leq 50)$$

Funktiossa t:n arvo nolla vastaa taimikon istutushetkeä ja L on taimikon arvo istutushetkellä. Olkoon vuotuisena laskentakorkokantana 10 prosenttia. Milloin puusto kannattaa kaataa, jotta siitä saatava tuotto olisi nykyarvoltaan mahdollisimman suuri?

100 Viininviljelijä varastoi hienoa viiniä. Viinin tuleva hinta V noudattaa kaavaa:

$$V(t) = k \cdot e^{\sqrt{t/2}}$$

Kaavassa k on viinin hinta tällä hetkellä. Kuinka monen vuoden kuluttua viinierä kannattaa myydä, jotta hinnan nykyarvo olisi mahdollisimman suuri? Laskentakorkokanta on 10 prosenttia.

101 Mikä on korkointensiteettiä 0,06 vastaava konforminen vuosikorko?

6 Luotot

Luottoja ottavat niin valtiot, suuryritykset kuin yksityiset henkilötkin. Usein luoton ottamisen tarve syntyy siitä, että halutaan tehdä jokin hankinta ennen kuin on ehditty säästää siihen tarvittava rahamäärä. Luottoja myöntävät tahot lainaavat varojaan mielellään – kunhan hinnasta, vakuuksista ja muista ehdoista sovitaan.

Luotot voidaan jaotella monen eri perusteen mukaan. Pankit ja rahoitusyhtiöt tarjoavat **perinteisten pankkiluottojen** lisäksi mm. **tili-, luottokortti-** ja **osamaksuluottoja.** Kun pankki myöntää asiakkaalle perinteisen pankkiluoton, esimerkiksi asuntoluoton, se vaatii luotosta **vakuuden.** Asuntokaupassa vakuutena on ostettava asunto ja lisäksi yleensä **nimivakuus.** Nimivakuuden antajaa sanotaan lainan **takaajaksi.** Osamaksukaupassa luoton vakuutena toimii ostettava tavara, esimerkiksi auto. Tili- ja luottokorttiluotot ovat kaupan tarjoamia **vakuudettomia** luottoja. Ne liittyvät tavallisesti tietyn tavaran tai palvelun hankkimiseen. Luotoksi lasketaan myös **leasingrahoitus,** jota käsitellään tämän luvun lopussa.

6.1 Luoton lyhennystavat

Luottoja voidaan jaotella myös niiden lyhennystavan mukaan.

Luotto voidaan maksaa takaisin yhdellä kertaa tapahtuvalla lyhennyksellä. Pankit ja rahalaitokset myöntävät tällaisia luottoja pääsääntöisesti vain yritys- ja yhteisöasiakkaille. Yleensä luotto maksetaan takaisin tasalyhennyksin, tasaerin tai kiintein tasaerin.

Vaikka yhdellä kertaa maksettavan luoton, **bulletluoton,** lyhennys maksetaan yhdellä kertaa, korkoja voidaan maksaa tiheämminkin.

Tasalyhennyksin maksettavassa luotossa jokainen lyhennyserä on yhtä suuri, mutta korko pienenee luottopääoman pienentyessä.

Tasaerä- eli **annuiteettiluotossa** kaikki **maksuerät** (lyhennys + korko) ovat yhtä suuret, jos korkokanta ei muutu. Jos korkokanta muuttuu, maksuerän suuruus muuttuu vastaavasti.

Kiinteässä tasaeräluotossa kaikki maksuerät ovat yhtä suuret, vaikka korkokanta muuttuisi. Jos korkokanta nousee, luoton maksuaika pitenee, ja jos korkokanta laskee, luoton maksuaika lyhenee.

Edellä olevien lyhennystapojen lisäksi pankki voi räätälöidä asiakkaalle luoton takaisinmaksuehdot. Melko yleisiä ovat tapaukset, joihin sisältyy **lyhennysvapaita** jaksoja.

6.2 Luoton nosto- ja palvelumaksut

Luottoa nostettaessa on yleensä maksettava **perustamismaksu, järjestelypalkkio** tai **toimitusmaksu.** Perustamismaksut vaihtelevat luotonantajan, lainan suuruuden, vakuuden ja käyttötarkoituksen mukaan. Se voi olla tietty prosentti luoton määrästä tai kiinteä euromäärä, esimerkiksi 100 euroa. Perustamismaksut ovat samantapainen kilpailukeino kuin lainan korkokantakin. Rahalaitosten keskinäisen kilpailun vuoksi perustamismaksua ei aina peritä lainkaan. Perustamismaksusta käytetään eri rahalaitoksissa ja erityyppisissä luotoissa eri nimityksiä.

Perustamismaksun lisäksi luotosta peritään tavallisesti korkoja ja lyhennyksiä maksettaessa **palvelumaksuja.** Tyypillinen palvelumaksu on suuruudeltaan 2–10 euroa/maksuerä.

Pankin tai muun luotonantajan on tehtävä ennen luoton myöntämistä asiakkaalle kirjallinen **luottotarjous.** Siitä on käytävä ilmi luoton korkokanta sekä luoton nostoon liittyvät kulut. Lisäksi siihen on merkittävä maksut, joita asiakkaan luottosuhteen kestäessä tulee maksaa.

6.3 Luoton korko

Luotot ovat joko **kiinteäkorkoisia** tai **vaihtuvakorkoisia,** jolloin ne on sidottu johonkin **viitekorkoon.** Viitekorkona on tavallisesti yhden, kolmen, kuuden tai kahdentoista kuukauden **euriborkorko** tai pankin oma **primekorko.**

Luoton todellinen vuosikorko

Luottojen edullisuutta verrataan **efektiivisen vuosikoron** eli **todellisen vuosikoron** avulla. Efektiiviseen vuosikorkoon vaikuttavat nimelliskorko, perustamismaksu, palvelumaksut, laina-aika ja lyhennyksistä vapaa aika sekä lyhennysten ja korkojen maksuvälit.

EU-direktiivin 98/7/EY mukaisesti efektiivinen vuosikorko määritellään diskonttausperiaatteella seuraavasti:

> Luoton nostoista muodostuvan maksuvirran diskontattu arvo ensimmäisen noston ajankohtana on sama kuin luoton takaisinmaksuista muodostuvan maksuvirran diskontattu arvo samana ajankohtana.

Direktiivin mukaan efektiivinen vuosikorko saadaan ratkaisemalla seuraavasta yhtälöstä i.

$$\sum_{k=1}^{m} \frac{A_k}{(1+i)^{t_k}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{M_k}{(1+i)^{t'_k}}$$

Kaavassa
A_k = luoton k. nostoerä
t_k = luoton 1. ja k:nnen noston välinen aika vuosina
m = luoton nostoerien lukumäärä
M_k = luoton k. takaisinmaksuerä
t'_k = 1. noston ja k:nnen takaisinmaksun välinen aika vuosina
n = luoton takaisinmaksuerien lukumäärä

Luoton todellisen vuosikoron laskemiseen palataan myöhemmin.

6.4 Bulletluotot

ESIMERKKI 1

Pankki myönsi 23.1.2006 yritykselle 200 000 euron käyttöpääomaluoton. Sen korkokanta on myöntämispäivän 12 kuukauden euribor + 0,7 %. Luotto maksettiin takaisin yhdellä kertaa 23.1.2007, mutta sen korot maksettiin kolmen kuukauden välein. **Tee luoton maksutaulukko, josta ilmenevät jokaisena eräpäivänä maksetut maksut.** Kahdentoista kuukauden euribor 23.1.2006 oli 2,8249 %. **Kuinka paljon yritys joutuu maksamaan luotosta korkoa yhteensä?**

Luoton korkokanta saadaan, kun 12 kuukauden euribor-korkoon lisätään pankin marginaalina 0,7 prosenttiyksikköä.

$p\,\% = (2{,}8249 + 0{,}7)\,\% = 3{,}5249\,\%$

Lasketaan luoton 3 kuukauden korko.

$r = kit = 200\,000\,€ \cdot 0{,}035249 \cdot \frac{3}{12} = 1\,762{,}45\,€$

Maksutaulukko on seuraava:

Päiväys	Luottoa jäljellä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)
23.04.2006	200 000	1 762,45	0	1 762,45
23.07.2006	200 000	1 762,45	0	1 762,45
23.10.2006	200 000	1 762,45	0	1 762,45
23.01.2007	200 000	1 762,45	200 000	201 762,45
Yhteensä		**7 049,80**		

Korkoja maksettiin yhteensä 7 049,80 euroa.

Tässä esimerkissä on käytetty saksalaista koronlaskutapaa. Jos käytetään englantilaista tapaa, korot eivät kaikkina eräpäivinä ole täsmälleen yhtä suuret.

6.5 Tasalyhennysluotot

Tasalyhennysluotossa kaikki lyhennykset ovat yhtä suuria. Luotto pienenee lyhennyksen määrällä jokaisena eräpäivänä. Korko lasketaan ennen lyhennystä olevasta luottomäärästä, joten korko ja samalla maksuerä, joka on koron ja lyhennyksen summa, pienenee jokaisena eräpäivänä. Tästä syystä luoton takaisinmaksurasitus on etupainoinen: maksuerä on alussa suuri ja pienenee, kun jäljellä olevan luoton määrä vähenee. Tasalyhennysluottojen suosio on viime vuosina selvästi vähentynyt.

ESIMERKKI 2

Pankki myönsi perheelle 15 000 euron remonttilainan, jonka korkokanta oli euribor 2,945 % + pankin korkomarginaali 1,2 %-yksikköä. Luottoaika oli kaksi vuotta ja luotto maksettiin takaisin neljännesvuoden välein tapahtuvin tasalyhennyksin. Korko lasketaan saksalaisen koronlaskutavan mukaan.

a) Laadi lainan maksutaulukko.

b) Kuinka monta prosenttia ensimmäinen maksuerä on suurempi kuin viimeinen maksuerä?

c) Kuinka paljon luotosta jouduttiin maksamaan korkoja yhteensä?

a) Koska lyhennysten määrä on $4 \cdot 2 = 8$, on yhden lyhennyksen suuruus

$$\frac{15\,000\ €}{8} = 1\,875\ €.$$

Luoton korkokanta $p\,\% = (2{,}945 + 1{,}2)\,\% = 4{,}145\,\%$.

Neljännesvuoden korkokanta saadaan kätevimmin vuosikoron neljäsosana. Ensimmäinen korko lasketaan koko lainapääomasta, koska luottoa ei ole vielä lyhennetty.

$r_1 = 15\,000\ € \cdot 0{,}04145 \cdot \frac{1}{4} = 155{,}44\ €$, joten ensimmäinen maksuerä on

1 875 € + 155,44 € = 2 030,44 €. Luoton määrä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen on 15 000 € – 1 875 € = 13 125 €.

Toinen korko lasketaan jäljellä olevasta lainamäärästä, eli 13 125 eurosta.

$r_2 = 13\,125\ € \cdot 0{,}04145 \cdot \frac{1}{4} = 136{,}01\ €$, joten toinen maksuerä on

1 875 € + 136,01 € = 2 011,01 €.
Luoton määrä toisen lyhennyksen jälkeen on 13 125 € – 1 875 € = 11 250 €.

Kun jatketaan edellä selostetulla tavalla, saadaan lopullinen maksutaulukko, joka on seuraava:

Erä	Luottoa jäljellä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)	Maksuerä (€)
1	15 000	155,45	1 875	2 030,45
2	13 125	136,00	1 875	2 011,00
3	11 250	116,60	1 875	1 991,60
4	9 375	97,15	1 875	1 972,15
5	7 500	77,70	1 875	1 952,70
6	5 625	58,30	1 875	1 933,30
7	3 750	38,85	1 875	1 913,85
8	1 875	19,45	1 875	1 894,45
	Yhteensä	**699,50**		

b) $i = \frac{2\,030{,}45}{1\,894{,}45} - 1 = 0{,}072 = 7{,}18\,\%$.

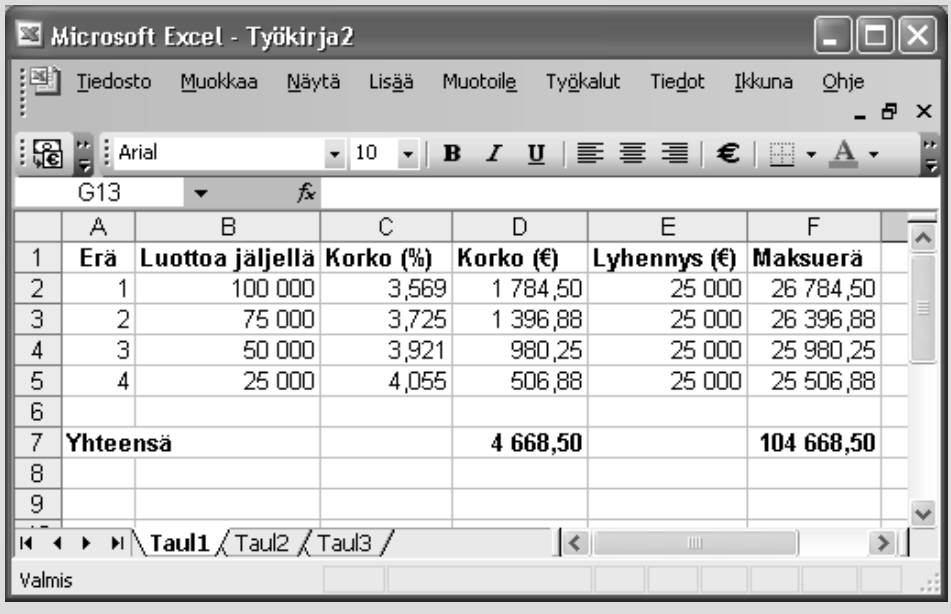
c) Korkoja maksettiin yhteensä 699,50 euroa.

ESIMERKKI 3

Yritykselle myönnetään 100 000 euron kahden vuoden tasalyhennysluotto, joka maksetaan takaisin 6 kuukauden välein suoritettavin lyhennyksin ja koroin. Luoton korko on sidottu 6 kuukauden euriboriin siten, että se on euribor + 0,8 %-yksikköä. Luotto nostetaan 17.1., jolloin euribor on 2,769 %. Sen jälkeen euriborkorot ovat kuuden kuukauden välein: 2,925 %, 3,121 % ja 3,255 %. **Laadi lainan maksutaulukko, kun korko lasketaan saksalaisen tavan mukaan.**

$$\text{Lyhennys} = \frac{100\,000\ €}{4} = 25\,000\ €.$$

Tehdään taulukko Excelin avulla.



	A	B	C	D	E	F
1	**Erä**	**Luottoa jäljellä**	**Korko (%)**	**Korko (€)**	**Lyhennys (€)**	**Maksuerä**
2	1	100 000	3,569	1 784,50	25 000	26 784,50
3	2	75 000	3,725	1 396,88	25 000	26 396,88
4	3	50 000	3,921	980,25	25 000	25 980,25
5	4	25 000	4,055	506,88	25 000	25 506,88
6						
7	**Yhteensä**			**4 668,50**		**104 668,50**
8						
9						

6.6 Tasaeräluotot

Lähes kaikki yksityishenkilöille myönnetyt luotot ovat nykyään tasaerä- eli annuiteettiluottoja. Annuiteettiluoton tasaerän laskemista on jo käsitelty luvussa 5.

Tasaerän laskeminen

Annuiteettiluoton tasaerä saadaan kertomalla luoton määrä annuiteetti- eli kuoletustekijällä.

$$\text{Tasaerä} = A \cdot c_{n/p} = A \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

Kaavassa

A = luoton määrä

i = korkojaksoa vastaava nimellinen korkokanta desimaalimuodossa

n = tasaerien määrä.

ESIMERKKI 4

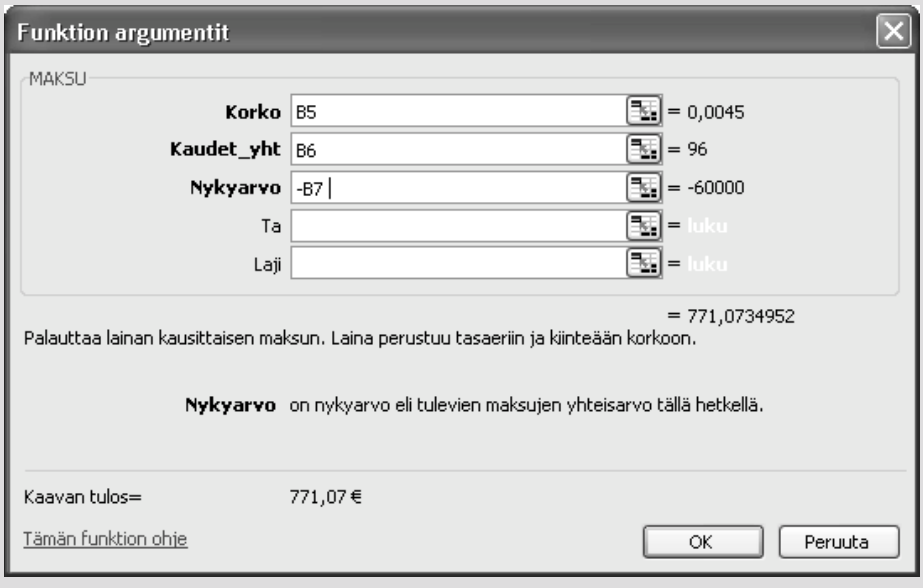
Perhe aikoo vaihtaa asuntonsa suurempaan. Uutta asuntoa varten perhe tarvitsee 60 000 euron luoton. Pankki myöntää luoton 8 vuoden tasaeräluottona, joka maksetaan takaisin kuukausitasaerin. **Kuinka suuri on kuukausimaksu, kun luoton korkokanta on 5,40 %?**

Kuukausikorko $i = \frac{5{,}40}{12}\,\% = 0{,}45\% = 0{,}0045$.

Tasaerien määrä $n = 8 \cdot 12 = 96$.

Tasaerä $k = 60\,000\ € \cdot \frac{1{,}0045^{96} \cdot 0{,}0045}{1{,}0045^{96} - 1} = 771{,}07\ €$.

Tehtävä voidaan ratkaista helposti myös Excelin funktion MAKSU (PMT) avulla.



Soluihin B5–B7 syötetään tarvittavat tiedot, jolloin saadaan

ESIMERKKI 5

Kuinka paljon edellisen esimerkin luotosta on jäljellä vuoden kuluttua sen nostamisesta, jolloin siis 12 kuukausierää on maksettu?
Tehdään luoton maksutaulukko ensimmäisen vuoden ajalta.

	Luoton määrä (€)	60 000		
	Korkokanta (%)	5,40		
	Korkojaksot	96		
Erä	Luottoa jäljellä (€)	Tasaerä (€)	Korko (€)	Lyhennys (€)
1	60 000,00	771,07	270,00	501,07
2	59 498,93	771,07	267,75	503,33
3	58 995,60	771,07	265,48	505,59
4	58 490,00	771,07	263,21	507,87
5	57 982,14	771,07	260,92	510,15
6	57 471,98	771,07	258,62	512,45
7	56 959,53	771,07	256,32	514,76
8	56 444,78	771,07	254,00	517,07
9	55 927,71	771,07	251,67	519,40
10	55 408,31	771,07	249,34	521,74
11	54 886,57	771,07	246,99	524,08
12	54 362,49	771,07	244,63	526,44
13	53 836,04			

Kun tasaerän suuruus on laskettu, ensimmäisen kuukauden korko lasketaan koko luoton määrästä (60 000 €). Laskettu korko (270 €) vähennetään tasaerästä, jolloin saadaan ensimmäinen lyhennys (501,07 €). Se vähennetään luoton määrästä, jolloin saadaan lainamäärä ensimmäisen lyhennyksen jälkeen (59 498,93 €). Tälle summalle lasketaan kuukauden korko, joka vähennetään tasaerästä, jolloin saadaan toisen lyhennyksen suuruus jne. Kun taulukkoa jatketaan riittävästi, havaitaan, että luottoa on vuoden kuluttua 12 tasaerän maksamisen jälkeen jäljellä 53 836,04 euroa.

Esimerkistä voidaan todeta yksi tasaeräluotoille tyypillinen piirre: vaikka maksurasitus jakaantuu tasaisesti koko laina-ajalle, lyhennyksen määrä kasvaa ja koron määrä vähenee koko ajan.

Edellisen esimerkin tapa laskea jäljellä oleva luoton määrä on usein työläs. Helpompi tapa on diskontata maksamattomat tasaerät.

Tasaeräluoton lainajäännös

Jäljellä olevan luoton määrä saadaan diskonttaamalla maksamattomat tasaerät viimeisen maksetun tasaerän suoritusajankohtaan.

$$\text{Lainajäännös} = \text{tasaerä} \cdot \frac{(1+i)^m - 1}{(1+i)^m \cdot i} = \text{tasaerä} \cdot a_{m/p}$$

Kaavassa
m = maksamattomien tasaerien lukumäärä.

ESIMERKKI 6

Laske kaavan avulla edellisen esimerkin lainajäännös, kun 12 kuukausierää on maksettu.

a) $m = 96 - 12 = 84$; $i = 0{,}0045$; tasaerä = 771,07 €

$$\text{Lainajäännös} = 771{,}07\ € \cdot \frac{1{,}0045^{84} - 1}{1{,}0045^{84} \cdot i} = 53\ 835{,}80\ €$$

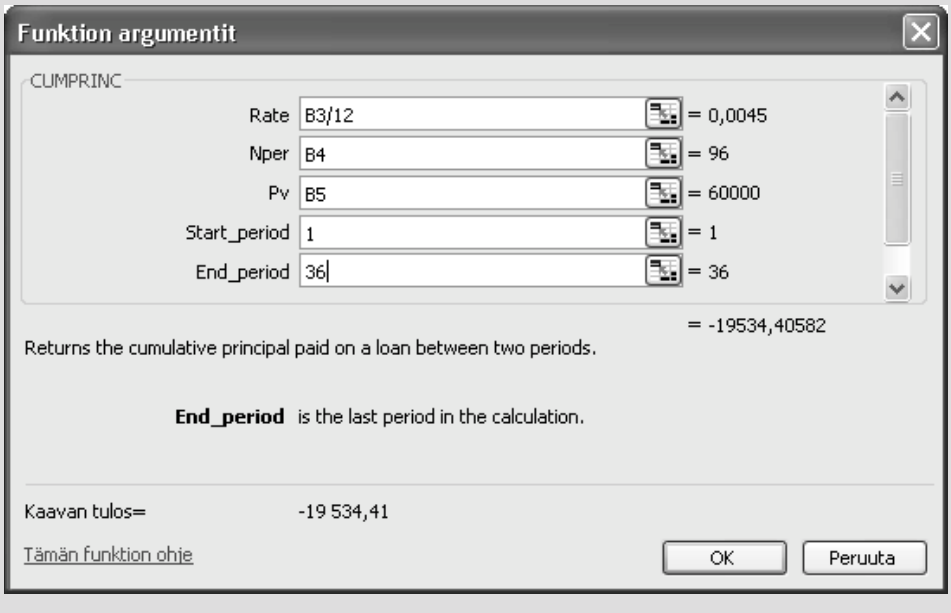
Runsaan 20 sentin ero vastauksissa johtuu pyöristysvirheistä.

Jäljellä oleva luoton määrä voidaan laskea myös Excelin rahoitusfunktion CUMPRINC (MAKSETTU.LYHENNYS) avulla. Kyseisen funktion avulla lasketaan maksettujen lyhennysten määrä. Kun tämä summa vähennetään luoton kokonaismäärästä, saadaan jäljellä olevan luoton määrä.

ESIMERKKI 7

Esimerkin 5 luoton korkokanta muuttuu 5,40 prosentista 4,20 prosenttiin kolmen vuoden kuluttua luoton myöntämisestä. **Laske uuden kuukausitasaerän suuruus koronlaskun jälkeen.**

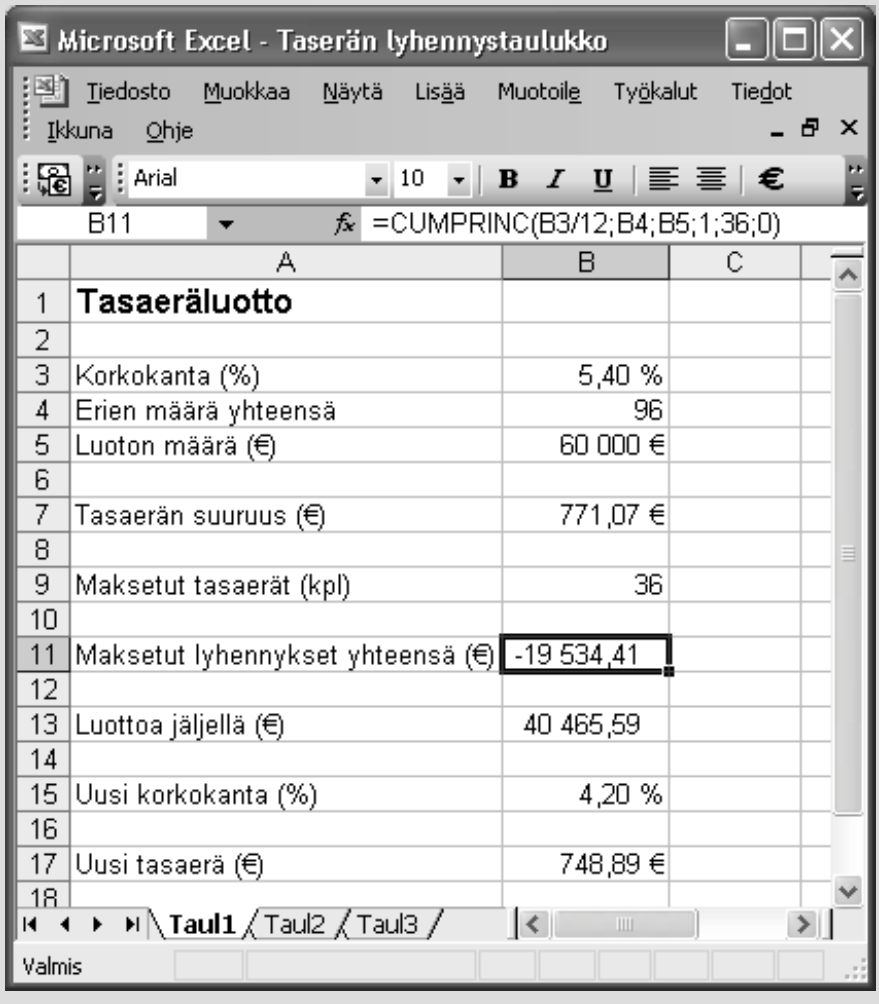
Jotta uusi tasaerä voidaan laskea, on aluksi laskettava, kuinka paljon luottoa on jäljellä kolmen vuoden kuluttua (36 erää maksettu). Lasketaan jäljellä oleva luoton määrä CUMPRINC-funktion avulla.



Edellä näkyvissä olevien tietojen lisäksi CUMPRINC-funktio vaatii tiedon lainatyypistä (0 = tasaerä maksetaan jakson lopussa).

Funktio on muotoa

CUMPRINC*(korko; kaudet_yht; nykyarvo; ens_erä; viim_erä; tyyppi)*.



	A	B	C
1	**Tasaeräluotto**		
2			
3	Korkokanta (%)	5,40 %	
4	Erien määrä yhteensä	96	
5	Luoton määrä (€)	60 000 €	
6			
7	Tasaerän suuruus (€)	771,07 €	
8			
9	Maksetut tasaerät (kpl)	36	
10			
11	Maksetut lyhennykset yhteensä (€)	-19 534,41	
12			
13	Luottoa jäljellä (€)	40 465,59	
14			
15	Uusi korkokanta (%)	4,20 %	
16			
17	Uusi tasaerä (€)	748,89 €	
18			

Kun luoton ottaja on maksanut 36 tasaerää, hän on samalla lyhentänyt luottoa 19 534,41 eurolla, eli luottoa on tällöin jäljellä 40 465,59 euroa. Lasketaan tämän luottomäärän perusteella uusi tasaerä, kun vuotuinen korkokanta on 4,2 %. Koska luottoaika oli 8 vuotta eli 96 kuukautta, on luottoaikaa jäljellä vielä 96 – 36 kuukautta, eli 60 kuukautta. Edellä olevassa taulukossa uusi tasaerä on laskettu MAKSU-funktion avulla.

Uusi tasaerä on 748,89 euroa eli runsaat 20 euroa aikaisempaa pienempi.

Tasaeräluoton erikoistapaus on kiinteä tasaeräluotto. Siinä tasaerän suuruus on koko luottoajan sama, mutta korkokannan muutokset vaikuttavat laina-ajan pituuteen.

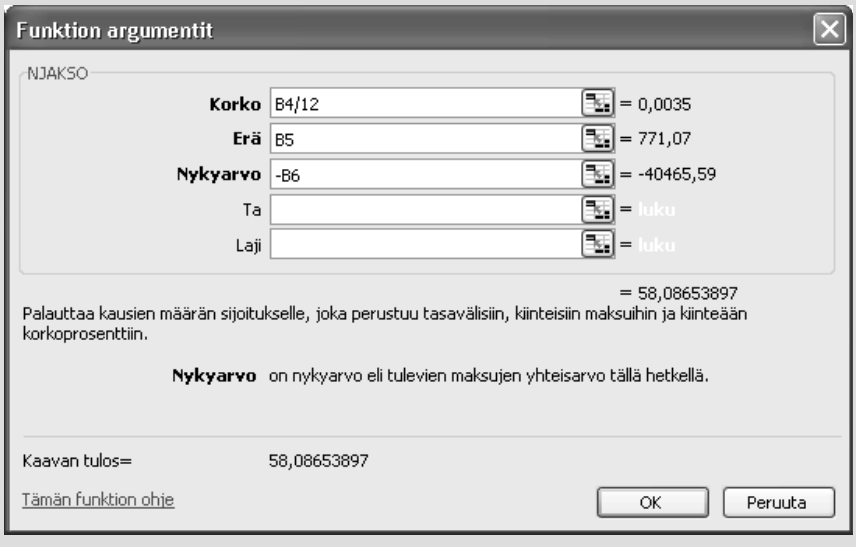
ESIMERKKI 8

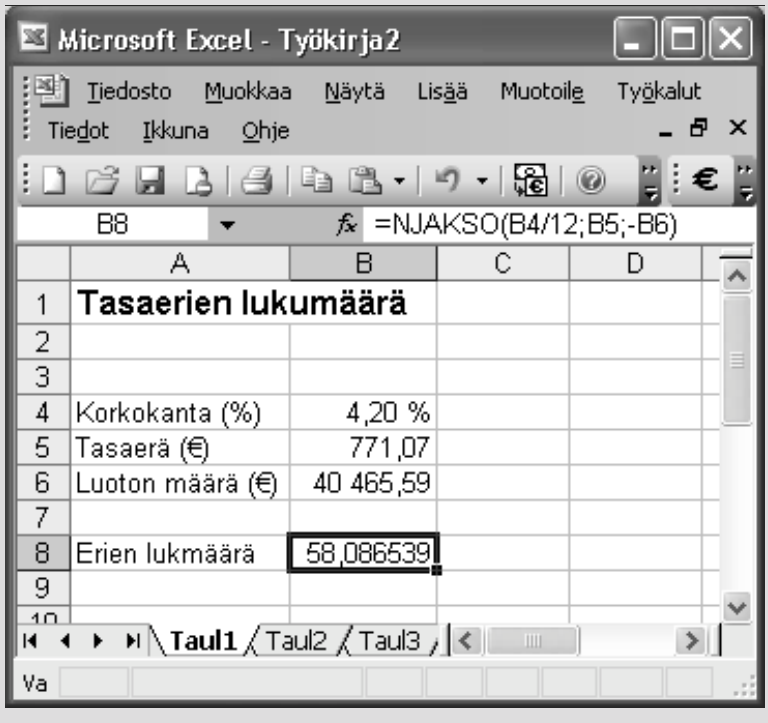
Edellisen esimerkin luotto on myönnetty kiinteänä tasaeräluottona. **Kuinka monta kuukautta luoton laina-aika lyhenee, kun korkokanta muuttuu kolmen vuoden kuluttua luoton myöntämisestä 5,40 prosentista 4,20 prosenttiin?**

Edellä on jo laskettu, että luoton määrä 36 tasaerän maksamisen jälkeen on 40 465,59 euroa. Koska tasaerä pysyy koko ajan samana (771,07 €) ja uusi kuukausikorkokanta on $\frac{4{,}20}{12}\,\% = 0{,}35\,\% = 0{,}0035$, saadaan jäljellä oleva luottoaika kuukausina korkokannan muutoksen jälkeen, kun ratkaistaan n yhtälöstä

$$40\,465{,}59\ € \cdot \frac{1{,}0035^n \cdot 0{,}0035}{1{,}0035^n - 1} = 771{,}07\ €\,.$$

Ratkaistaan yhtälö Excelin funktion NJAKSO (NPER) avulla.





Tasaerien lukumäärä on 58. Jäljellä oleva laina-aika lyhenee korkokannan alenemisen seurauksena kahdella kuukaudella eli viidestä vuodesta neljään vuoteen 10 kuukauteen. Koska erien lukumäärä on desimaaliluku, luoton viimeinen maksuerä poikkeaa hiukan muista.

6.7 Todellinen vuosikorko

Tämän luvun alussa mainittiin jo, että luottojen edullisuutta verrataan todellisen vuosikoron avulla. Koron lisäksi luotoista joudutaan tavallisesti maksamaan luoton perustamis- tai toimitusmaksu sekä lyhennysten ja korkojen maksun yhteydessä palvelu- tai tilinhoitomaksuja. Niiden vaikutus luoton kokonaiskustannuksiin ja siten todelliseen vuosikorkoon on joskus huomattava.

Kuluttajansuojalain mukaan **kulutusluottoa** myönnettäessä asiakkaalle on ilmoitettava luoton **todellinen vuosikorko.** Kulutusluotto määritellään Kuluttajansuojalain 7 luvun 1 §:n perusteella seuraavasti:

7 luku **Kulutusluotot**

Määritelmät ja soveltamisalan rajoitukset

1 §

Kulutusluotolla tarkoitetaan tässä luvussa kuluttajalle kulutushyödykkeen hankkimista varten annettavaa luottoa, jonka antajana on myyjä tai palveluksen suorittaja itse taikka muu elinkeinonharjoittaja myyjän tai palveluksen suorittajan kanssa tekemänsä sopimuksen tai muun kuluttajien luotottamista koskevan järjestelyn perusteella.

Vastaavasti lain saman luvun 11 §:ssä sanotaan seuraavaa:

11 §

Kulutusluottosopimuksessa on mainittava:

1) luoton määrä tai mahdollinen luottoraja;
2) luoton myöntämiseen ja käyttöön liittyvät maksut, korot ja muut luottokustannukset;
3) milloin luotto erääntyy tai, jos se on maksettava erissä, erien suuruus ja niiden eräpäivät taikka muut takaisinmaksuehdot;
4) luottohinta, mahdollinen käteismaksuosuus ja käteishinta, mikäli sopimus koskee hyödykesidonnaista luottoa;
5) muut sopimuksen ehdot;
6) 12 §:ään perustuva oikeus maksaa luotto ennenaikaisesti ja siitä mahdollisesti perittävän korvauksen määräytyminen; sekä
7) todellinen vuosikorko.

Vaikka esimerkiksi asunnon ostoa varten annettava luotto ei edellä mainitun lainkohdan mukaan ole kulutusluotto (asunto ei ole kulutushyödyke), pankit ja rahoitusyhtiöt ilmoittavat usein luoton todellisen vuosikoron myös asuntoluotoista.

Luoton todellinen vuosikorko

Luoton todellinen vuosikorko lasketaan luvun 6.3 alussa mainitun EU-direktiivin mukaisella diskonttausperiaatteella. Jos luotto nostetaan **yhdellä kertaa,** saadaan todellinen vuosikorko ratkaisemalla korkokanta i seuraavasta yhtälöstä.

$$A = \sum_{k=1}^{n} \frac{M_k}{(1+i)^{t_k}}$$

Kaavassa

A = luoton käteisarvo, kun nostokulut on vähennetty
M_k = luoton k. takaisinmaksuerä
n = takaisinmaksuerien lukumäärä
t_k = luoton noston ja k. takaisinmaksuerän välinen aika vuosina ja sen osina
i = todellinen vuosikorko desimaalimuodossa.

ESIMERKKI 9

Pankki myöntää yritykselle 20 000 euron käyttöpääomaluoton, joka maksetaan takaisin neljän kuukauden aikana suoritettavin kuukausitasaerin. Luoton korkokannaksi on sovittu 4,15 %. Luottoa nostettaessa pankki perii 100 euron toimitusmaksun. Lyhennysten ja korkojen maksun yhteydessä yritys joutuu lisäksi maksamaan 5 euron tilinhoitomaksun. **Laske luoton todellinen vuosikorko.**

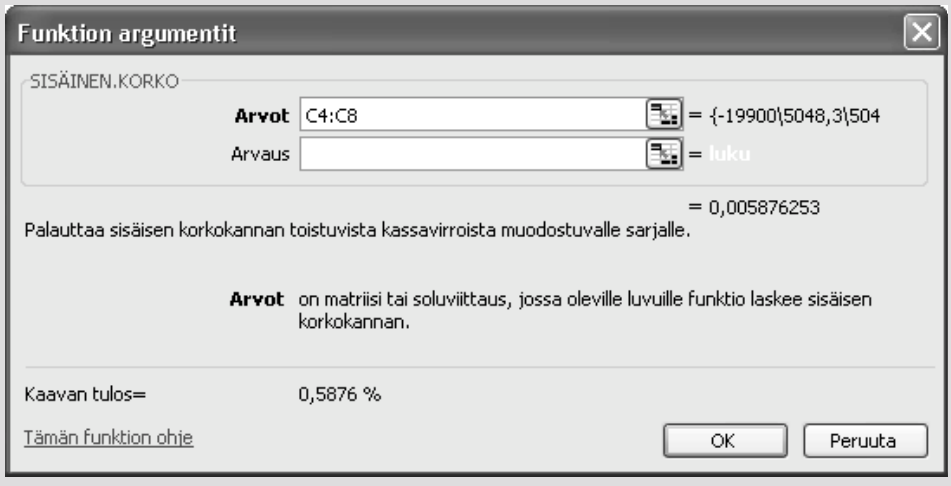
$$\text{Tasaerä} = 20\,000\ € \cdot \frac{\left(1+\frac{0{,}0415}{12}\right)^4 \cdot \frac{0{,}0415}{12}}{\left(1+\frac{0{,}0415}{12}\right)^4 - 1} + 5{,}00\ € = 5\,048{,}30\ €$$

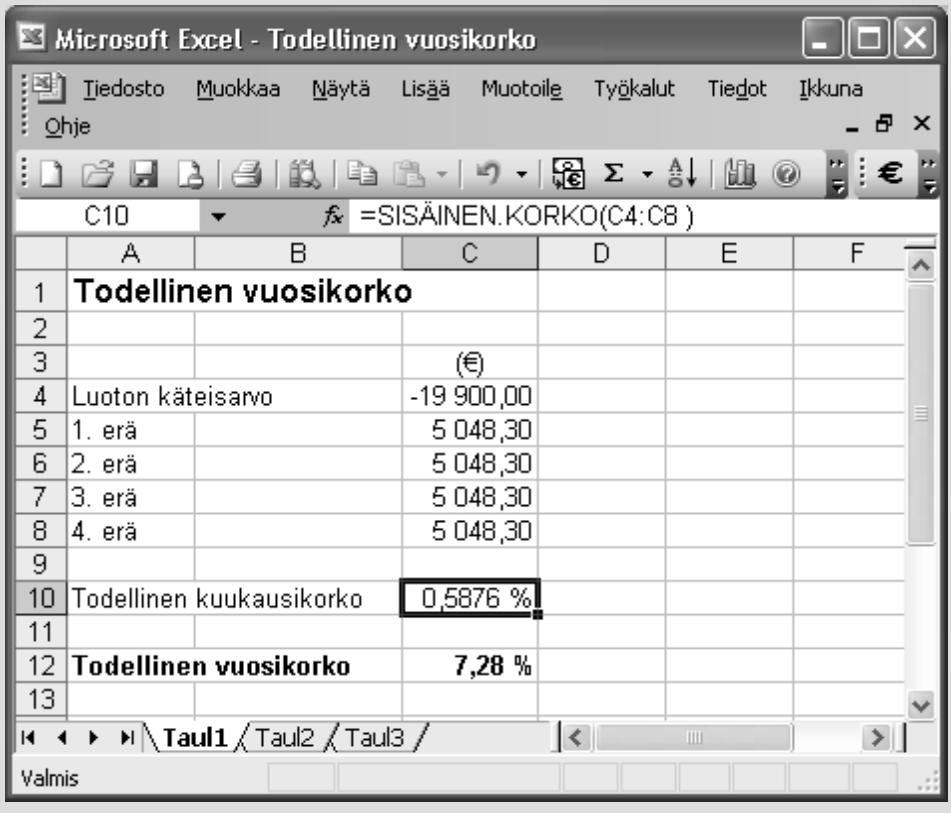
Luoton noston yhteydessä peritään 100 euron toimitusmaksu, joten luoton käteisarvo on 19 900 euroa.

Luoton todellinen vuosikorko saadaan, kun ratkaistaan seuraava yhtälö.

$$19\,900\ € = \frac{5\,048{,}30\ €}{(1+i)^{\frac{1}{12}}} + \frac{5\,048{,}30\ €}{(1+i)^{\frac{2}{12}}} + \frac{5\,048{,}30\ €}{(1+i)^{\frac{3}{12}}} + \frac{5\,048{,}30\ €}{(1+i)^{\frac{4}{12}}}$$

Yhtälö on manuaalisesti hankala ratkaista muutoin kuin kokeilemalla. Excelin rahoitusfunktion SISÄINEN.KORKO (IRR) avulla se käy helposti.





Funktio SISÄINEN.KORKO laskee todellisen kuukausikoron. Se muutetaan todelliseksi vuosikoroksi konformisesti eli

$$i_{TOD} = (1 + 0{,}005876)^{12} - 1 = 0{,}0728 = 7{,}28\,\%.$$

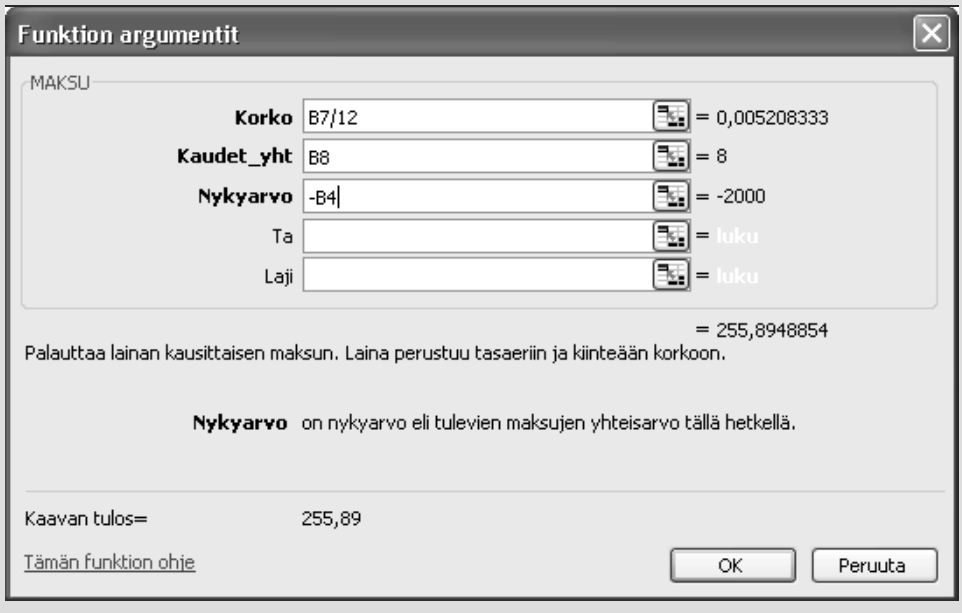
Jos luoton takaisinmaksut eivät ole täsmälleen tasaväliset, todellinen vuosikorko voidaan laskea funktion XIRR (SISÄINEN.KORKO.JAKSOTON) avulla. Tämä funktio on muutenkin kätevämpi kuin funktio SISÄINEN.KORKO, koska se tulostaa suoraan todellisen vuosikoron eikä yhden korkojakson korkokantaa.

ESIMERKKI 10

31.1.2006 myönnetty 2 000 euron luotto maksetaan takaisin 8 kuukaudessa yhtä suurin kuukausitasaerin, jotka erääntyvät kunkin kuukauden viimeisenä päivänä. Luoton nimelliskorko on 6,25 %, perustamismaksu 80 euroa, ja takaisinmaksun yhteydessä peritään käsittelymaksua 7 euroa/erä. **Laske luoton todellinen vuosikorko.**

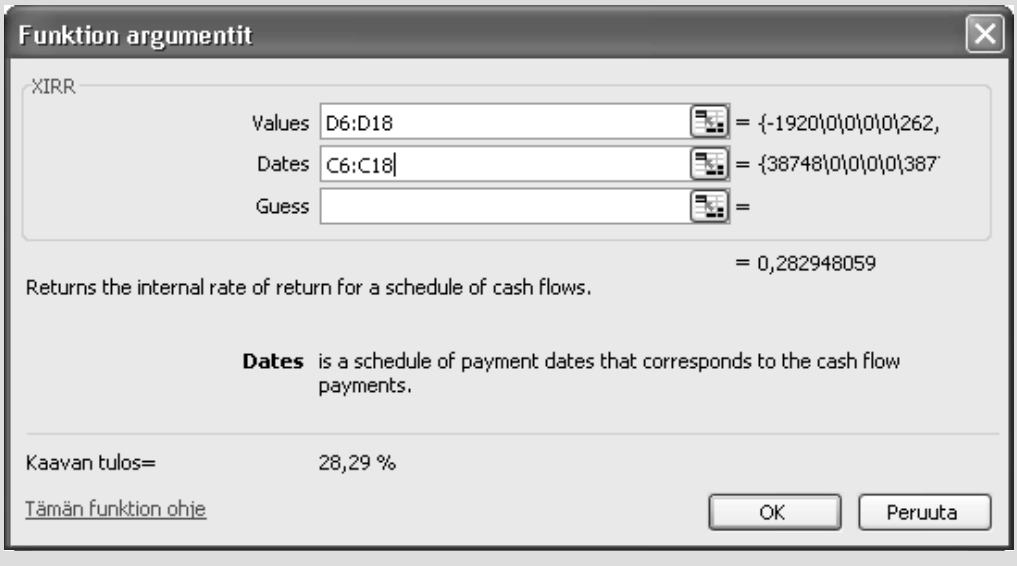
Luoton käteisarvo on (2 000 – 80) € = 1 920 €.

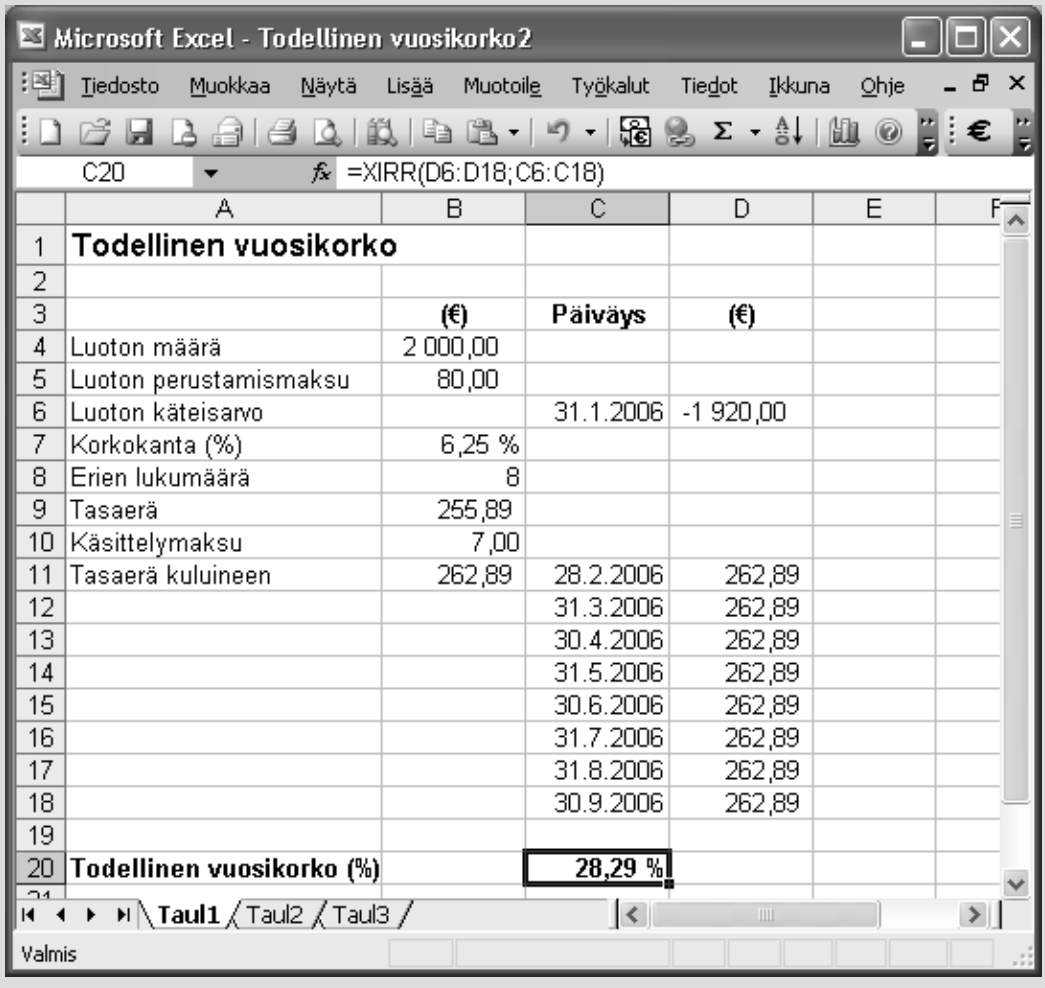
Lasketaan tasaerän suuruus MAKSU-funktion ja sen jälkeen todellinen vuosikorko funktion XIRR avulla. MAKSU-funktion avulla laskettuun tasaerään on ennen todellisen vuosikoron laskemista lisättävä käsittelymaksu 7 euroa.



Kuukausierä ilman käsittelymaksua on 255,89 euroa, joten kuluineen joudutaan maksamaan 262,89 euroa kuukaudessa.

Sen jälkeen lasketaan todellinen vuosikorko.





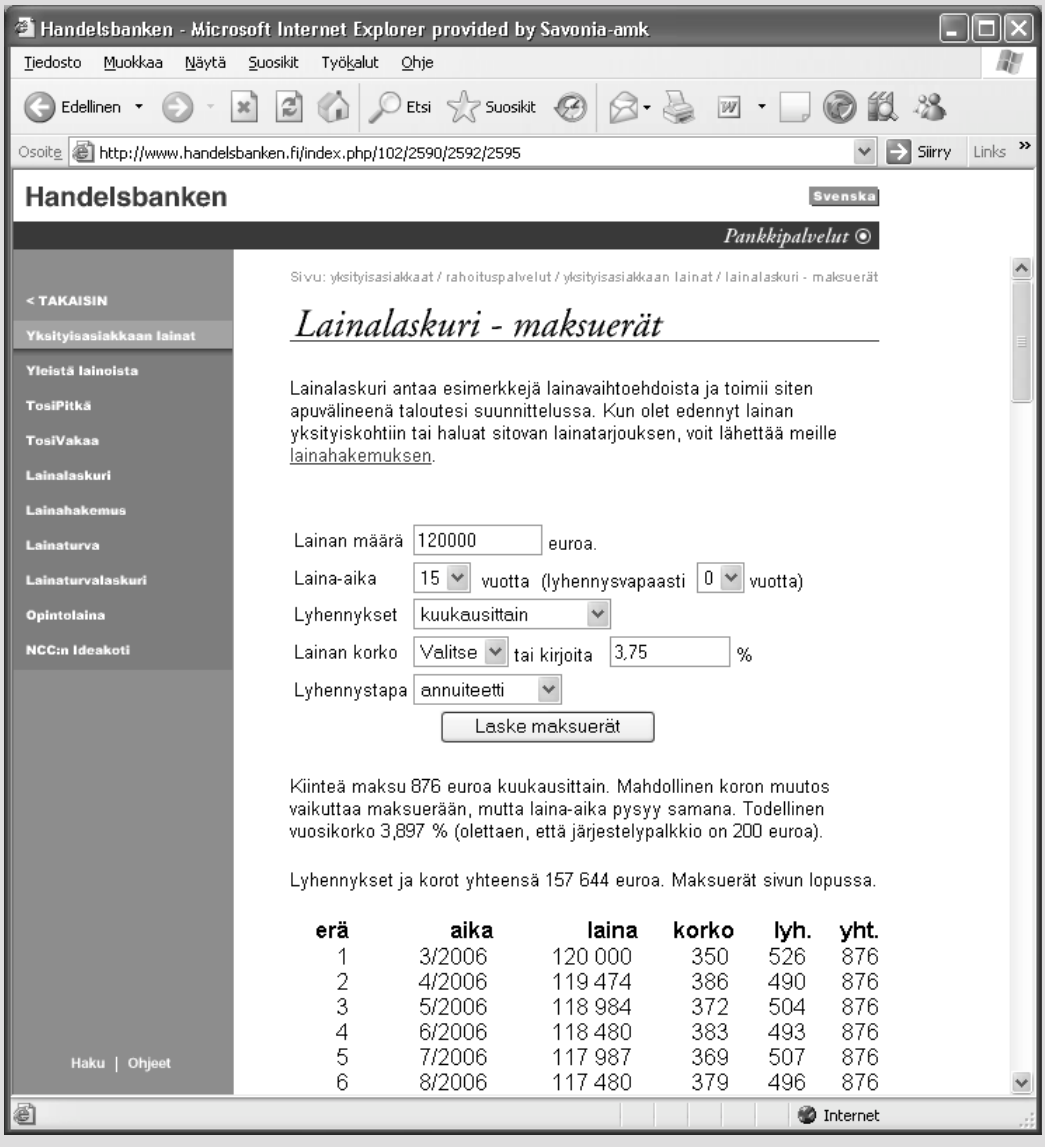
	A	B	C	D	E
1	**Todellinen vuosikorko**				
2					
3		**(€)**	**Päiväys**	**(€)**	
4	Luoton määrä	2 000,00			
5	Luoton perustamismaksu	80,00			
6	Luoton käteisarvo		31.1.2006	-1 920,00	
7	Korkokanta (%)	6,25 %			
8	Erien lukumäärä	8			
9	Tasaerä	255,89			
10	Käsittelymaksu	7,00			
11	Tasaerä kuluineen	262,89	28.2.2006	262,89	
12			31.3.2006	262,89	
13			30.4.2006	262,89	
14			31.5.2006	262,89	
15			30.6.2006	262,89	
16			31.7.2006	262,89	
17			31.8.2006	262,89	
18			30.9.2006	262,89	
19					
20	**Todellinen vuosikorko (%)**		**28,29 %**		

Todellinen vuosikorko on huomattavan suuri, jos sitä verrataan nimelliskorkoon. Se johtuu siitä, että kustannuksista koron osuus on 47,12 euroa, mutta perustamismaksu ja käsittelymaksut aiheuttavat yhteensä 136 euron kustannukset.

Pankkien ja rahoitusyhtiöiden nettisivuilla on **lainalaskureita,** joiden avulla halutun suuruisen luoton kuukausierän ja todellisen vuosikoron laskeminen on kätevää. Yleensä näihin laskureihin ei voi itse syöttää kulujen määrää (perustamismaksut, järjestelypalkkiot, tilinhoitomaksut ym.), vaan ne määräytyvät pankkikohtaisesti vahvistettujen periaatteiden mukaan.

ESIMERKKI 11

Pankki myöntää perheelle 120 000 euron asuntoluoton 15 vuodeksi 3,75 prosentin nimelliskorolla. **Laske pankin lainalaskurin avulla kuukausierän suuruus ja todellinen vuosikorko, kun luoton järjestelypalkkio (perustamismaksu) on 200 euroa.**



Kuukausierän suuruus on 876 euroa ja todellinen vuosikorko 3,897 %. Laskurista voi tulostaa myös luoton maksutaulukon. Sen alkuosa on näkyvissä kuvassa.

Laskureiden antamat tulokset poikkeavat joskus hieman Excelin funktioiden avulla lasketuista tuloksista. Erot johtuvat moniin laskureihin sisältyvistä pankkiryhmäkohtaisista säännöksistä. Joskus laskurit käyttävät myös EU-direktiivistä poikkeavaa laskentamenetelmää. Erot ovat yleensä enintään muutaman prosenttiyksikön kymmenyksen suuruisia, joten niillä ei ole suurta käytännön merkitystä.

6.8 Osamaksurahoitus

Tyypillisiä kulutusluottoja ovat **tililuotot** ja **osamaksuluotot.** Osamaksuluotto on **kertaluotto** samoin kuin esimerkiksi pankin myöntämä asuntoluotto. Kuluttajansuojalaki säätelee osamaksukauppaa, kuten jo edellä todettiin.

Osamaksurahoitusta käytetään yleisesti mm. huonekalu-, kodinkone- ja autokaupassa. Osamaksukaupan rahoittajina toimivat pääsääntöisesti pankkien omistamat rahoitusyhtiöt. Asiakas sopii osamaksukaupan rahoituksesta myyjän kanssa. Myyjä puolestaan siirtää sopimuksen rahoitusyhtiölle, joka laskuttaa asiakasta tavallisesti kuukausittain.

Osamaksukaupan käsitteitä

Kulutusluotto on kuluttajalle kulutushyödykkeen hankkimista varten annettava luotto. Sen antaja voi olla myyjä tai palveluksen suorittaja tai näiden kanssa sopimuksen tehnyt elinkeinonharjoittaja.

Käteishinta on hinta, jolla kuluttaja saisi hyödykkeen, jos hän maksaisi sen käteisellä.

Luottokustannuksilla tarkoitetaan niiden **korkojen, kulujen ja muiden maksujen yhteismäärää,** jotka kuluttajan on maksettava kulutusluottosuhteen johdosta.

Luottohinta on käteishinnan ja luottokustannusten yhteismäärä.

Käteismaksuosuus (käsiraha) on kaupantekohetkellä maksettava kauppahinnan osa.

Rahoitettava osuus (luottomäärä) on se osa käteishinnasta, jolle kuluttaja saa maksuaikaa. Nykyisin luoton perustamiskustannukset lisätään yleensä rahoitettavaan osuuteen, joten rahoitettava osuus = käteishinta – käteismaksuosuus + luoton perustamiskustannukset.

Nimelliskorko on sopimuksessa mainittu luoton vuotuinen korko.

Todellinen vuosikorko tarkoittaa korkokantaa, joka saadaan laskemalla luottokustannukset vuosikorkona luoton määrälle lyhennykset huomioon ottaen.

Osamaksuerä lasketaan nykyisin yleensä annuiteettiperiaatteella. Se saadaan, kun tasaerään lisätään mahdollinen tilinhoito- tai käsittelymaksu.

Kun kertaluoton markkinoinnissa ilmoitetaan käteishinta, on aina samalla ilmoitettava luottohinta. Myös kertaluoton todellinen vuosikorko on ilmoitettava.

Osamaksukaupassa ostettava tuote toimii vakuutena eikä luotolle tarvita muita vakuuksia. Kuluttajan kannalta osamaksukauppa on myös melko turvallinen tapa hankkia hyödykkeitä, koska kuluttajansuojalaki suojaa ostajaa.

Rahoitusyhtiöt laskevat todellisen vuosikoron yleensä samalla tavalla kuin pankkilainojen vuosikoron. Varsinkin suhteellisen lyhytaikaisissa osamaksuluotoissa tai manuaalisesti laskettaessa todellinen vuosikorko määritetään joskus kuitenkin yksinkertaiseen korkolaskuun perustuvalla kaavalla.

$$P = \frac{200 \cdot 12 \cdot R}{K \cdot (T + L)}$$

Kaavassa
P = todellinen vuosikorko
R = luottokustannukset
K = luottomäärä
T = luottoaika kuukausina
L = maksuerien väli kuukausina.

Todellisen vuosikoron kaavassa oleva luku 200 tulee niin sanotun keskimaksuajan käsitteestä. Keskimaksuajalla tarkoitetaan aikaa, jonka kuluttua voidaan maksaa useita suorituksia niiden summan suuruisella yhdellä suorituksella siten, ettei velkoja tai velallinen kärsi korkotappioita.

Kaavaa johdettaessa ajatuksena on, että luotolla ostettaessa useat tasavälein tapahtuvat suoritukset korvataan yhdellä suorituksella, joka maksetaan keskimaksuajan kuluttua.

Tämä keskimaksuaika on $\frac{T + L}{2}$.

Kun se sijoitetaan koron kaavaan, saadaan seuraava kaava.

$$R = \frac{K \cdot P \cdot \frac{T + L}{2}}{100 \cdot 12}$$

Kun P ratkaistaan edellä olevasta kaavasta, saadaan edellä oleva todellisen vuosikoron laskemiskaava.

Luoton todellinen vuosikorko eri laskentamenetelmillä ja rahoituslaskimilla ei yleensä ole täysin sama, mutta erot ovat kuitenkin pienehköjä. Kaikki menetelmät ja rahoituslaskimet osoittavat todellisen vuosikoron oikean suuruusluokan. Jos vertaillaan eri osamaksu- tai rahoitusvaihtoehtoja, kannattaa koko ajan käyttää samaa laskentamenetelmää tai samaa rahoituslaskinta.

ESIMERKKI 12

Henkilö on vaihtamassa autoaan uuteen samanlaiseen. Autoliike tarjoaa uutta autoa seuraavin ehdoin:

Uusi auto (ovh)	23 900,00 €
Toimituskulut	600,00 €
Talvirenkaat	1 050,00 €
Lohkolämmitin sisätilapistokkein	680,00 €
Radio/CD	760,00 €
Yhteensä	26 990,00 €
Hyvitys vanhasta autosta	13 990,00 €
Väliraha	13 000,00 €

Autoliike tarjoaa välirahan maksamiseksi asiakkaalle rahoitusyhtiön luottoa, jossa luottoaika on neljä vuotta ja kiinteä korkokanta on 6,3 %. Luoton perustamismaksu on 100 euroa. Luotto maksetaan takaisin kuukausitasaerin siten, että jokaiseen erään lisätään 7,00 euron tilinhoitomaksu ja myös luotonperustamismaksu sisällytetään kuukausieriin.

Laske a) osamaksuerän suuruus luotonperustamis- ja tilinhoitomaksuineen, b) luottokustannukset, c) auton luottohinta varusteineen, d) luoton todellinen vuosikorko.

a) Kuukausikorkokanta $i = \frac{6{,}3\,\%}{12} = 0{,}525\,\% = 0{,}00525$.

Kuukausierien määrä $n = 12 \cdot 4 = 48$.

Koska luotonperustamismaksu sisällytetään tasaeriin, on luoton määrä $k = 13\,100$ €.

Tasaerä $k = 13\,100\ € \cdot \dfrac{1{,}00525^{48} \cdot 0{,}00525}{1{,}00525^{48} - 1} = 309{,}46\ €$

Tasaeräerä	309,46 €
Tilinhoitomaksu	7,00 €
Osamaksuerä	316,46 €

b) Luottokustannukset saadaan vähentämällä kuukausierien yhteismäärästä 13 000 €.

$R = 48 \cdot 316{,}46\ € - 13\,000\ € = 2\,190\ €$

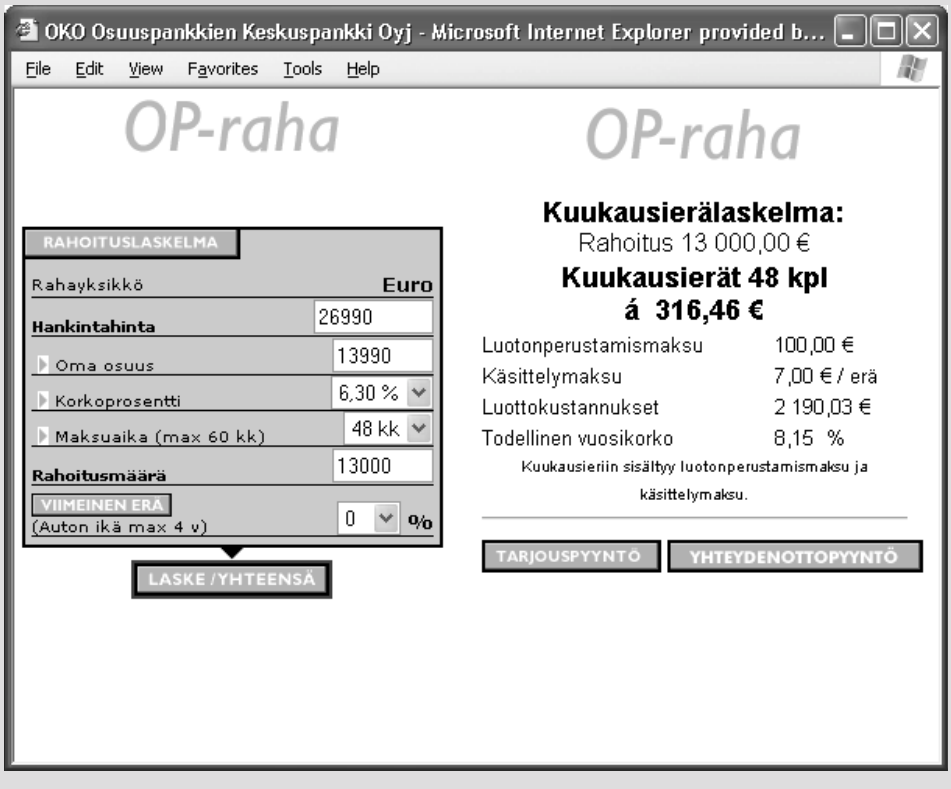
c) Auton luottohinta varusteineen $= 13\,990\ € + 48 \cdot 316{,}46\ € = 29\,180{,}08$ €.

d) Lasketaan todellinen vuosikorko sekä korkolaskuun perustuvan kaavan että rahoituslaskimen avulla.

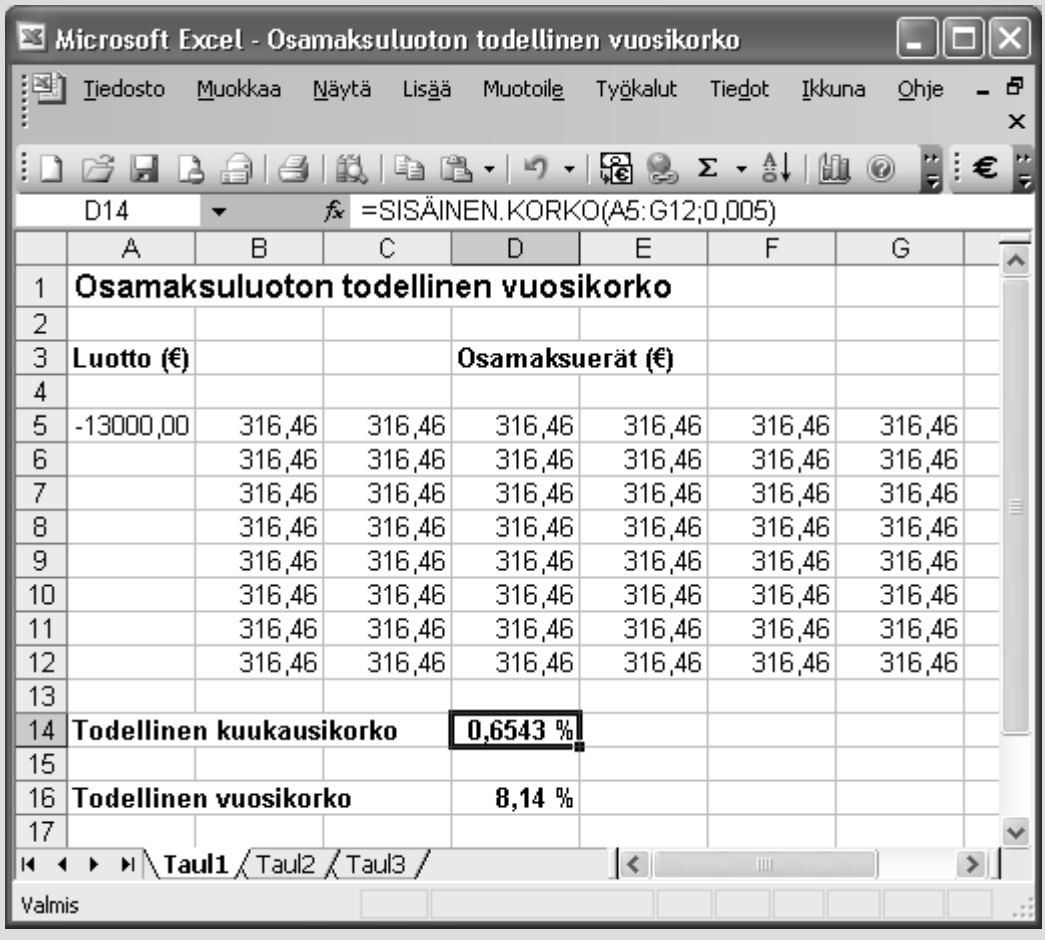
Korkolaskusta johdetun kaavan avulla:
$R = 48 \cdot 316{,}46\ € - 13\,000\ € = 2\,190\ €$
$K = 13\,100\ €$
$T = 48$
$L = 1$

$$P\,\% = \frac{200 \cdot 12 \cdot 2\,190}{13\,100 \cdot (49 + 1)}\,\% = 8{,}19\,\%$$

Rahoituslaskinta käytettäessä laskelma näyttää seuraavalta:



Todellinen vuosikorko on käytännössä sama molemmilla tavoilla. Vertailun vuoksi tulos on laskettu myös Excelin SISÄINEN.KORKO-funktion avulla, jolloin todelliseksi kuukausikoroksi saadaan 0,6543 % ja siitä edelleen konformisesti todelliseksi vuosikoroksi 8,14 %.



	A	B	C	D	E	F	G
1	**Osamaksuluoton todellinen vuosikorko**						
2							
3	**Luotto (€)**			**Osamaksuerät (€)**			
4							
5	-13000,00	316,46	316,46	316,46	316,46	316,46	316,46
6		316,46	316,46	316,46	316,46	316,46	316,46
7		316,46	316,46	316,46	316,46	316,46	316,46
8		316,46	316,46	316,46	316,46	316,46	316,46
9		316,46	316,46	316,46	316,46	316,46	316,46
10		316,46	316,46	316,46	316,46	316,46	316,46
11		316,46	316,46	316,46	316,46	316,46	316,46
12		316,46	316,46	316,46	316,46	316,46	316,46
13							
14	**Todellinen kuukausikorko**			**0,6543 %**			
15							
16	**Todellinen vuosikorko**			**8,14 %**			
17							

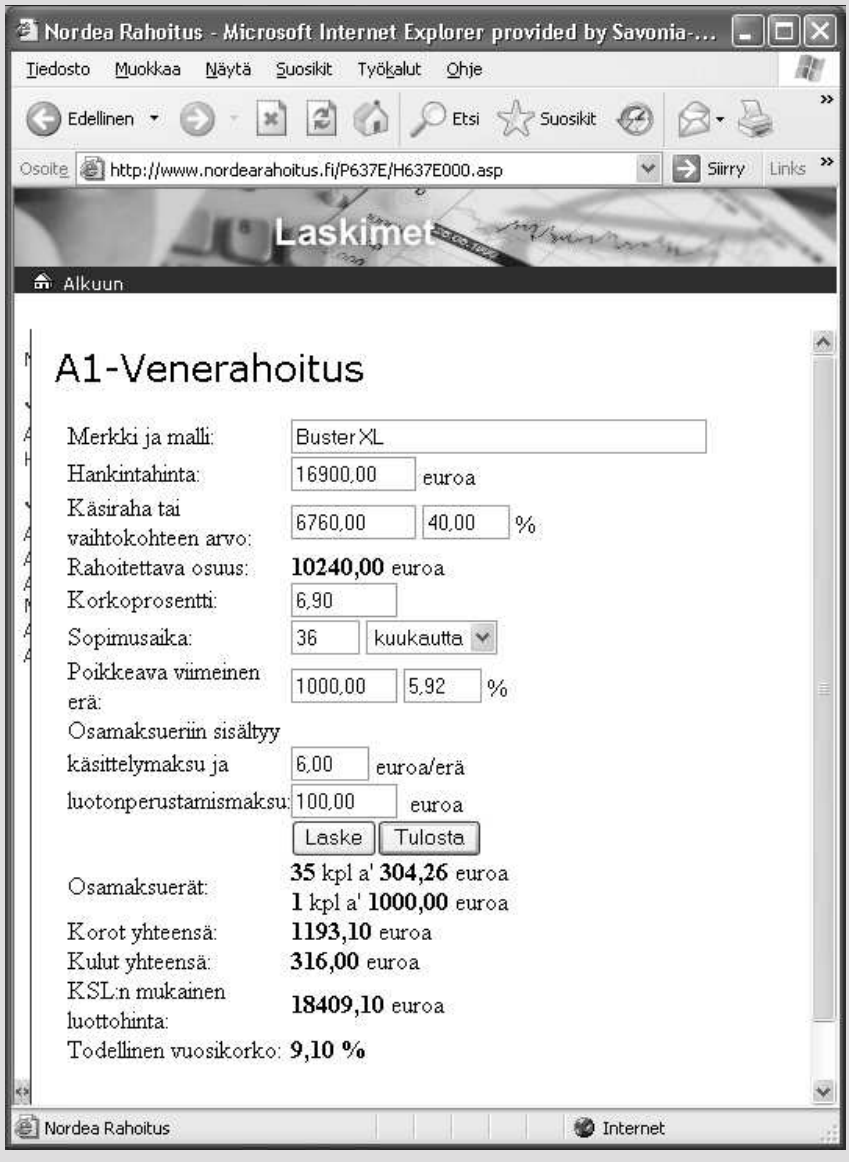
Rahoituslaskurien avulla voidaan tarkastella myös sellaisia tapauksia, joissa viimeinen erä poikkeaa muista.

ESIMERKKI 13

Henkilö ostaa veneen, jonka käteishinta on 16 900 euroa. Hän maksaa käteisellä 40 prosenttia veneen hinnasta. Loppuosa maksetaan 36 kuukauden aikana siten, että viimeisen kuukausierän suuruus on 1 000 euroa muiden erien ollessa yhtä suuria. Rahoitusyhtiön myöntämän luoton nimelliskorko on 6,9 prosenttia, luoton perustamismaksu 100 euroa ja jokaiseen osamaksuerään sisältyy 6,00 euron käsittelymaksu.

Laske a) osamaksuerien suuruus, b) luottohinta ja c) osamaksuluoton todellinen vuosikorko.

(Esimerkki jatkuu seuraavalla sivulla.)



Tulosteesta ilmenee, että rahoitettava osuus luoton perustamismaksuineen on 10 240 euroa, 35 ensimmäistä osamaksuerää käsittelymaksuineen ovat kukin 304,26 euroa ja viimeinen erä 1 000 euroa. Luottohinta on 18 409,10 euroa ja todellinen vuosikorko 9,10 prosenttia. Vertailun vuoksi voidaan todeta, että Excelin funktion SISÄINEN.KORKO avulla saadaan täsmälleen sama tulos.

Lainalaskureita on muun muassa seuraavien pankkien ja rahoituslaitosten nettisivuilla:

<www.nordearahoitus.fi>
<www.sampo.fi>
<www.op.fi>
<www.aktia.fi>
<www.handelsbanken.fi>
<www.citibank.fi>
<www.saastopankki.fi>.

6.9 Leasingrahoitus

Leasingilla tarkoitetaan käyttöomaisuuden pitkäaikaista vuokrausta.

Käytännössä leasingrahoitus toimii siten, että rahoitusyhtiö ostaa käyttöomaisuuskohteen, joita ovat muun muassa kiinteistöt, koneet, laitteet, autot ja tietokonelaitteistot, ja vuokraa sen edelleen asiakkaalle. Vuokrattavat kohteet voivat olla uusia tai käytettyjä.

Rahoitusyhtiö perii leasingvuokrat tavallisesti **kuukausittain** (joskus neljännesvuosittain) **etukäteen.** Leasingvuokra määritetään prosentteina vuokrattavan kohteen hankintahinnasta. Tätä prosenttia sanotaan **leasingkertoimeksi.**

Kun leasingsopimus tehdään, kohteelle määritetään **jäännösarvo,** joka sillä on leasingkauden päättyessä. Se sovitaan prosentteina leasingkohteen hinnasta.

Rahoitusyhtiöt ovat kehittäneet eri kohderyhmille ja eri tarkoituksiin sopivia leasingvaihtoehtoja. **Huoltoleasing** sisältää kohteen hankinnan ja rahoituksen lisäksi yleensä huollot ja korjaukset. Kohteen omistaa vuokranantaja, ja leasingkauden jälkeen vuokrattava kohde palautuu omistajalle.

Rahoitusleasing poikkeaa huoltoleasingista ennen kaikkea siinä, että vuokraajalla on **jäännösarvoriski.** Jos leasingkohteen myyntihinta on kauden päätyttyä pienempi kuin sovittu jäännösarvo, vuokraaja laskuttaa asiakkaalta myyntihinnan ja jäännösarvon erotuksen lisävuokrana. Jos taas myyntihinta on suurempi kuin jäännösarvo, vuokraaja saa jäännösarvon ylittävän osuuden palautuksena. Rahoitusleasingissä vuokraaja vastaa huoltoleasingistä poiketen kohteen huolloista ja korjauksista.

Rahoitusyhtiöt tarjoavat nykyisin myös yksityishenkilöille sopivia leasingvaihtoehtoja. **Yksityisleasing** on itse asiassa yksityiselle vuokraajalle räätälöity huoltoleasing. On kuitenkin syytä todeta, että leasingtuotteesta riippumatta laskennallisesti ne kaikki perustuvat jaksollisten suoritusten teoriaan.

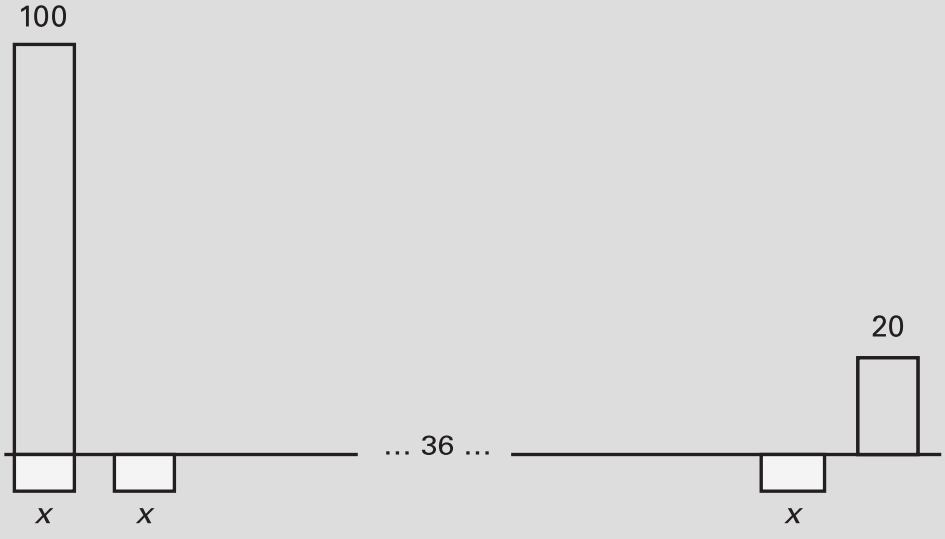
ESIMERKKI 14

Auton leasingkausi on 36 kuukautta. Vuokra maksetaan kuukausittain etukäteen, ja auton jäännösarvo leasingkauden päättyessä on 20 prosenttia hankintahinnasta. **Määritä leasingkerroin, kun rahoitusyhtiö haluaa 7,5 prosentin vuotuisen koron sijoittamalleen pääomalle.**

Merkitään auton hintaa luvulla 100 ja kuukausimaksu olkoon x. Rahoitusyhtiö muuntaa vuosikoron, kuten muidenkin luottojen yhteydessä, relatiivisesti kuukausikoroksi.

Kuukausikorko $= \dfrac{7{,}5\,\%}{12} = 0{,}625\,\%$.

Laskelmaa voidaan kuvata seuraavalla kaaviolla:



Kuukausimaksu saadaan ratkaisemalla x yhtälöstä.

$$x + x \cdot a_{35/0{,}625} = 100 - 20 \cdot v_{0{,}625}^{\,36}$$

Tästä seuraa, että

$$x \cdot (1 + a_{35/0{,}625}) = 100 - 20 \cdot v_{0{,}625}^{\,36}$$

$$x = \frac{100 - 20 v_{0{,}625}^{\,36}}{1 + a_{35\,/\,0{,}625}} = 2{,}5973.$$

Leasingkerroin on 2,5973 % kuukaudessa.

Jos auton hinta on esimerkiksi 30 000 euroa, on vuokra
0,025973 · 30 000 euroa/kk = 779,20 euroa/kk.

Leasingkertoimen laskeminen

Kuukausittain etukäteen maksettava leasingvuokra prosentteina saadaan seuraavasta kaavasta.

$$\text{Leasingkerroin} = \frac{100 - J \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-t}}{1 + \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{t-1} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{t-1} \cdot \frac{i}{12}}}$$

Kaavassa
i = rahoitusyhtiön vuotuinen tuottovaatimus
t = leasingkauden pituus kuukausina
J = jäännösarvo prosentteina rahoitusmäärästä.

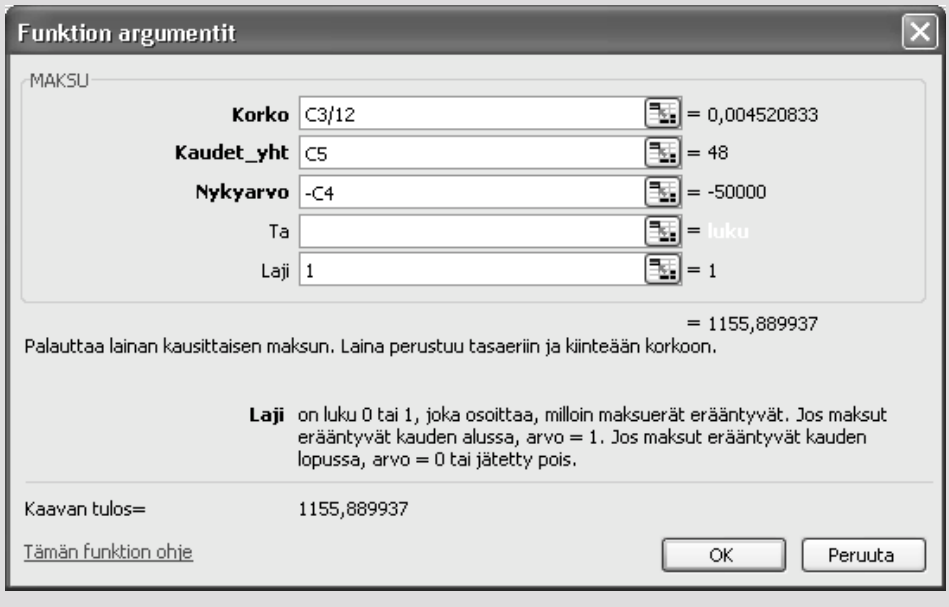
Tätä kaavaa voidaan käyttää, kun kaikki leasingvuokrat ovat yhtä suuret. Myöhemmin tarkastellaan tapausta, jossa ensimmäisen vuokran suuruus poikkeaa muista.

Leasingvuokra on yksinkertaista laskea Excelin MAKSU-funktion avulla.

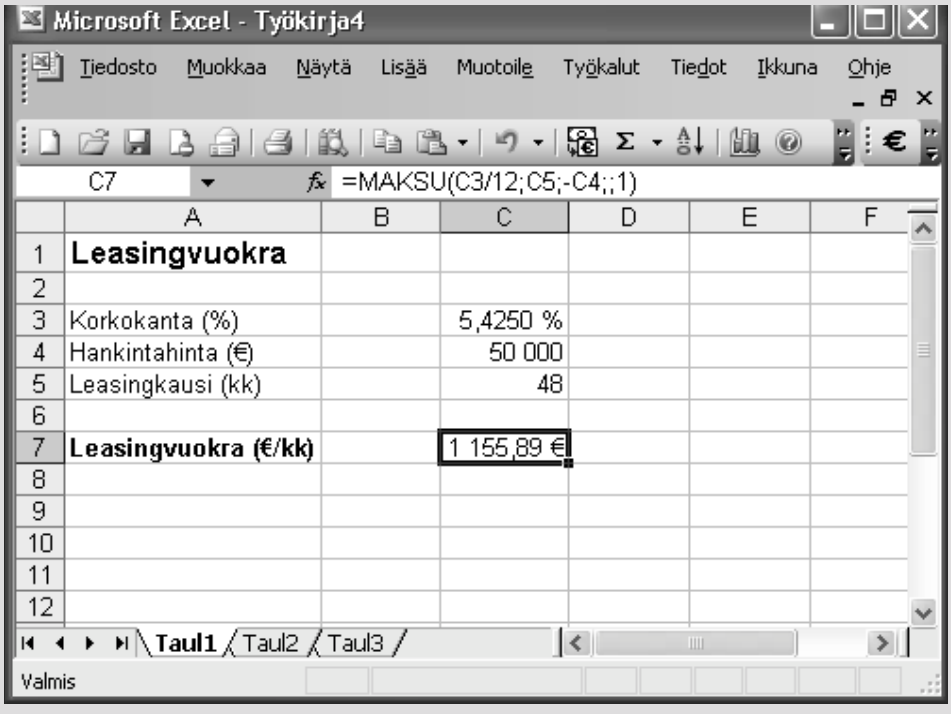
ESIMERKKI 15

Yritys hankkii 50 000 euron arvoisen koneen leasingrahoituksella. Leasingkausi on 48 kuukautta. Kuukausivuokran suuruus on 12 kuukauden euribor + 2,5 %-yksikköä. **Laske vuokraerän suuruus euroina Excelin avulla, kun 12 kuukauden euriborkorko sopimuksen tekohetkellä oli 2,925 %.**

Rahoitusyhtiön käyttämä laskentakorkokanta on (2,925 + 2,5) % = 5,425 %.



Lajiksi on asetettava luku 1, joka tarkoittaa, että vuokra maksetaan kunkin kauden alussa.



Leasingvuokra on 1 155,90 euroa kuukaudessa.

Leasingvuokrauksen vertaaminen muihin rahoitusmuotoihin on mahdollista rahoitussopimuksen **sisäisen korkokannan** (= **todellinen vuosikorko**) avulla.

ESIMERKKI 16

Rahoitusyhtiö tarjoaa ilmoituksessaan leasingsopimusta seuraavin ehdoin: Rahoitusmäärä 30 000 euroa, rahoitusaika neljä vuotta, maksu 700 euroa kuukaudessa etukäteen, jäännösarvo 0 euroa. **Laske rahoitussopimuksen sisäinen korkokanta.**

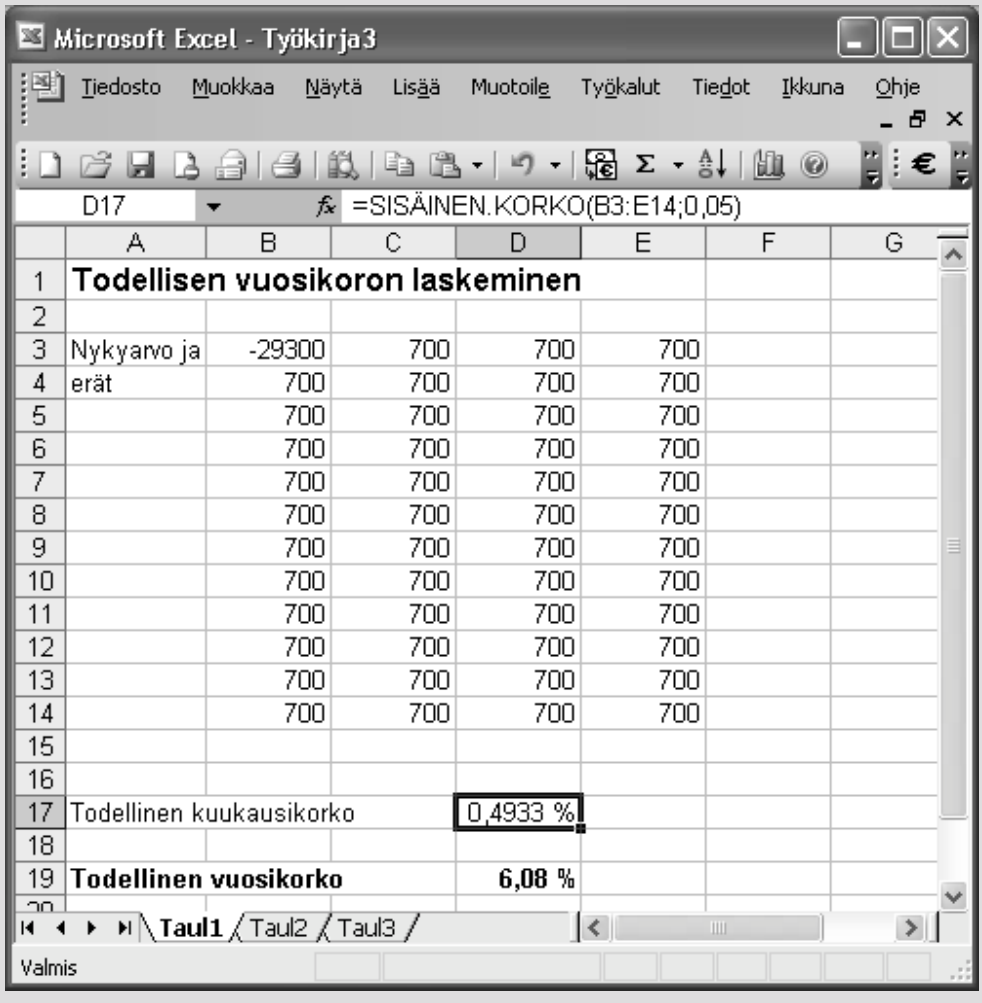
Sisäinen kuukausikorkokanta saadaan ratkaisemalla p seuraavasta yhtälöstä.

$$700 + 700\, a_{47\,/\,p} = 30\,000$$

$$a_{47\,/\,p} = \frac{30\,000 - 700}{700} = 41{,}857$$

Esimerkiksi kokeilemalla p:n arvolla 0,5 % saadaan $a_{47\,/\,0{,}005} = 41{,}793$, eli todellinen kuukausikorko on noin 0,5 %.

Edellistä tarkempi ratkaisu saadaan Excelin SISÄINEN.KORKO-funktion avulla. Merkitään luoton määräksi (negatiivisena lukuna) rahoitusmäärä vähennettynä ensimmäisellä maksuerällä ja sen jälkeen 47 maksuerää normaalisti.



Todelliseksi kuukausikoroksi saadaan 0,4933 %. Kun se muunnetaan konformisesti vuosikoroksi, saadaan p_{TOD} % ≈ 6,08 %.

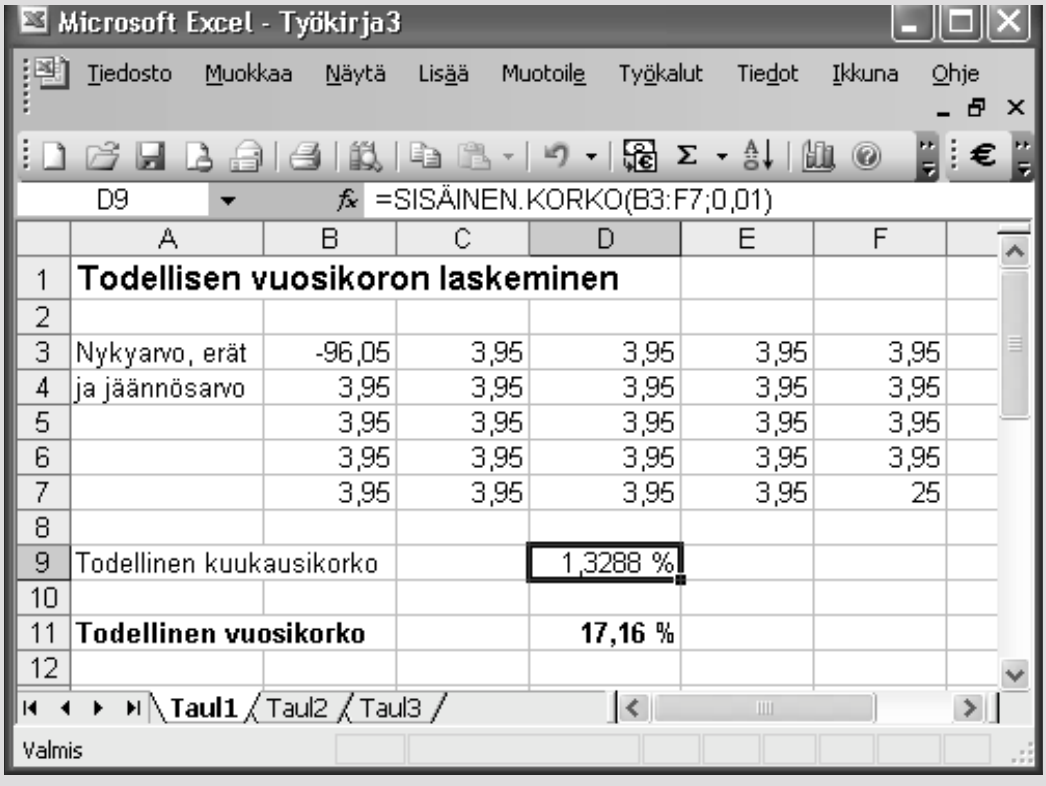
Jos leasingsopimuksessa jäännösarvo on suurempi kuin nolla, pitää jäännösarvo euroina lisätä sellaisenaan yhdeksi ylimääräiseksi maksueräksi.

ESIMERKKI 17

Koneen leasingvuokra on 3,95 prosenttia kuukaudessa ja se maksetaan etukäteen. Leasingaika on kaksi vuotta ja jäännösarvo 25 prosenttia rahoitusmäärästä. **Laske rahoitussopimuksen sisäinen korkokanta.**

Merkitään koneen hintaa luvulla 100, jolloin maksuerät ovat 3,95 ja jäännösarvo 25.

SISÄINEN.KORKO-funktio laskee sopimuksen todellisen kuukausikoron.

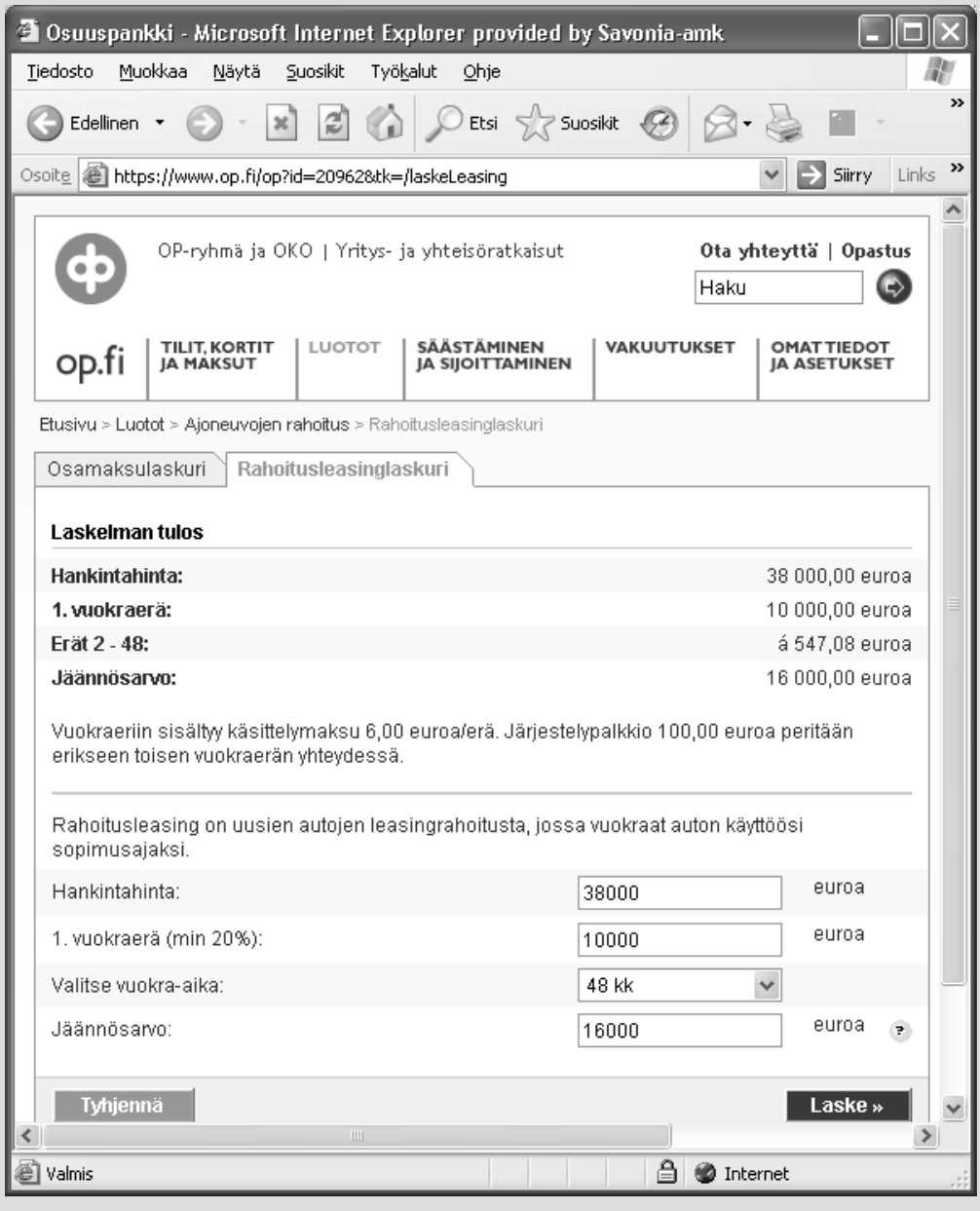


Koska todellinen kuukausikorko on 1,3288 prosenttia, saadaan todelliseksi vuosikoroksi noin 17,16 prosenttia.

Myös leasingrahoituksen kuukausimaksun voi kätevästi laskea rahoitusyhtiöiden Internet-sivuilla olevilla laskimilla. Tällöin voi myös tarkastella tapauksia, joissa ensimmäisen erän suuruus poikkeaa muista eristä.

ESIMERKKI 18

Laske Internetissä olevien leasingrahoituslaskimien avulla 38 000 euron hintaisen auton leasingrahoituksen kuukausimaksu, kun leasingkausi on 48 kuukautta, ensimmäinen erä on 10 000 euroa (esimerkiksi vanhan auton myynnistä saatava tulo) ja auton jäännösarvo neljän vuoden kuluttua 16 000 euroa.



Kuukausimaksu on 547,08 euroa kuukaudessa, paitsi ensimmäinen erä, joka on 10 000 euroa.

TEHTÄVIÄ

Käytä seuraavia tehtäviä ratkaistessasi mahdollisuuksien mukaan Exceliä tai Internetistä saatavia rahoituslaskimia.

1 Yritykselle myönnetään seuraavat bulletluotot.

	Luoton määrä (€)	Nimelliskorko (%)	Luottoaika (kk)	Koronmaksuväli (kk)	Perustamismaksu (€)
a)	20 000	4,12	6	3	100
b)	50 000	3,89	12	6	150
c)	100 000	2,95	24	12	300

Tee luoton maksutaulukko ja laske sen todellinen vuosikorko.

2 Pankki myöntää yritykselle 6.2. käyttöpääomaluottoa 200 000 euroa. Luoton nostokulut olivat 500 euroa ja nimelliskorkokanta 4,8 %. Luotto maksetaan takaisin siten, että 6.8. maksetaan siihen mennessä kertyneen koron lisäksi 40 % lainapääomasta. Loput maksetaan korkoineen 6.11.

a) Kuinka paljon yritys maksaa pankille korkoineen eräpäivinä?

b) Mikä on luoton todellinen vuosikorko?

3 Edellisen tehtävän yrityksen olisi mahdollista saada vastaava luotto myös toisesta pankista. Tällöin luoton nostokulut olisivat 200 euroa ja korkokanta 4,95 %. Luotto maksettaisiin takaisin kolmena yhtä suurena eränä, jotka erääntyisivät 12.6., 12.9. ja 12.12. Kumpi vaihtoehto on yritykselle edullisempi, kun päätös tehdään todellisen vuosikoron perusteella?

4 Kelo Oy ostaa Saha Oy:ltä 70 000 euron arvosta kattopaneelia. Kauppa rahoitetaan pankista otetulla kuuden kuukauden bulletluotolla. Luoton nostokulut ovat 500 euroa ja nimelliskorkokanta 4,55 %. Laske luoton todellinen vuosikorko.

5 Yritykselle myönnetään 60 000 euron bulletluotto, joka maksetaan takaisin kahden vuoden kuluttua. Luoton perustamismaksu on 250 euroa ja nimelliskorko 3,725 %. Luoton korot maksetaan kolmen kuukauden välein. Kuinka suuri on luoton todellinen vuosikorko?

6 Yritys tarvitsee 120 000 euron käyttöpääomaluoton 9 kuukaudeksi. Halvimman lainatarjouksen mukaan lainan korkokanta on 9 kuukauden euribor + 1,2 %-yksikköä. Luotto maksettaisiin takaisin kolmena eränä yhtä suurin lyhennyksin kolmen kuukauden välein. Euriborkorko oli luottoa nostettaessa 3,022 %. Lainan nostokulut ovat 800 euroa.

a) Tee luoton maksutaulukko, josta ilmenevät eräpäivinä maksettavat lyhennykset ja korot.

b) Laske luoton todellinen vuosikorko.

7 Veka Ky on pyytänyt tarjousta kahdelta pankilta 100 000 euron lyhytaikaisesta käyttöpääomaluotosta:

	Tarjous 1	Tarjous 2
Luottoaika	6 kk	4 kk
Korkokanta	3,75 %	4,15 %
Lyhennysten lukumäärä	2 kpl à 50 000 €	1 kpl à 100 000 €
Lyhennysten ja korkojen maksuväli	3 kk	4 kk
Nostokulut	600 €	400 €

Kumpi luotto yrityksen kannattaa ottaa, jos päätös tehdään luoton todellisen vuosikoron perusteella?

8 Laadi maksutaulukko seuraaville tasalyhennyksin maksettaville luotoille.

Luoton määrä	Aika	Lyhennysten väli	Nimelliskorko
30 000 €	2 v	3 kk	4,25 %
120 000 €	3 v	6 kk	5,17 %
180 000 €	4 v	6 kk	3,72 %

9 Laske luoton tasaerä seuraavissa tapauksissa.

	Luoton määrä (€)	Laina-aika (v)	Lyhennysten määrä / vuosi	Korkokanta (%)
a)	16 000	5	4	6
b)	50 000	8	12	4,8
c)	100 000	15	12	4,2
d)	2 000	2	12	10,8

10 80 000 euron tasaeräluotto maksetaan takaisin 10 vuodessa kuukausitasaerin. Luoton korkokanta on 12 kuukauden euribor + 1 prosenttiyksikkö. Luoton myöntämispäivänä 12 kuukauden euriborkorko on 3,56 %.

a) Laske kuukausierän suuruus.

b) Kuinka paljon korkoja kaikkiaan luotosta joudutaan maksamaan, jos euriborkorko ei muutu?

c) Kuinka suuri on luoton todellinen vuosikorko, kun luoton nostokulut ovat 250 euroa?

11 Henkilö pystyy maksamaan asuntoluotosta korkoa ja lyhennystä yhteensä 450 euroa kuukaudessa. Kuinka suurin kuukausitasaerin maksettavan luoton hän voi enintään ottaa, kun luotto on mahdollisuus saada 15 vuodeksi ja luoton korkokanta on 4,08 %?

12 Nuoripari suunnitteli asunnon ostoa. He aikoivat ottaa 50 000 euron tasaeräluoton, jota lyhennettäisiin yhtä suurin kuukausierin 10 vuoden ajan. Lainan korkokannaksi arvioitiin 5,4 %. Korkojen noustua ennen lainan ottamista korkokannaksi tuli kuitenkin 6,0 %. Kuinka monta euroa arvioitua enemmän nuoripari joutui kuukausittain maksamaan lainasta?

13 Finnvera Oy myöntää aloittavalle yrittäjälle 75 000 euron investointiluoton, jonka korkokanta on 4,15 %. Luottoa nostettaessa peritään 500 euron toimitusmaksu. Luotto maksetaan takaisin 7 vuodessa puolen vuoden välein suoritettavin tasaerin siten, että kaksi ensimmäistä vuotta ovat lyhennysvapaita.

a) Tee luoton maksutaulukko

b) Kuinka suuri on luoton todellinen vuosikorko?

14 Edellisen tehtävän yrityksen olisi mahdollisuus saada samansuuruinen luotto myös paikkakunnalla toimivasta pankista. Luottoa nostettaessa jouduttaisiin maksamaan 650 euroa toimitusmaksua, mutta luoton korkokanta olisi 0,5 prosenttiyksikköä pienempi kuin Finnveran luoton korkokanta. Tämä luotto maksettaisiin takaisin kuudessa vuodessa kolmen kuukauden välein tapahtuvin tasaerin. Kumpi luotto on yrittäjälle edullisempi, jos perusteena käytetään todellista vuosikorkoa?

15 Perhe aikoo vaihtaa asuntonsa isompaan ja tarvitsee sitä varten 50 000 euron luoton. Tarjoukset pyydetään kahdelta pankilta.

	Pankki A	Pankki B
Lainan tyyppi	tasaerä	tasaerä
Nostokulut	300 €	500 €
Korkokanta	4,20 %	4,12 %
Laina-aika	8 v	10 v
Lyhennysten väli	6 kk	3 kk
Lyhennysvapaa-aika	–	2v

a) Laske, kuinka paljon korkoa kummastakin lainasta maksetaan yhteensä.

b) Kumpi luotto on perheelle edullisempi, jos perusteena on todellinen vuosikorko?

16 Perhe ei saakaan entistä asuntoaan kaupaksi, vaan jää ”kahden asunnon loukkuun.” Tästä syystä perhe joutuu ottamaan 60 000 euroa lisää luottoa pankista A, josta he ottivat myös aikaisemman luottonsa. Uuden luoton ehdot ovat samat kuin vanhan, mutta laina-aika on 12 vuotta. Perhe vuokraa vanhan asuntonsa ja saa siitä nettotuloa 400 euroa kuukaudessa. Kuinka paljon perhe joutuu kuukausittain säästämään selvitäkseen molempien luottojen maksuista?

17 Rakennusmestari rakentaa perheelleen omakotitaloa. Talon kustannusarvio on 220 000 euroa. Entisen asunnon myytyään perhe joutuu ottamaan 80 000 euroa pankkilainaa. Pankki myöntää luoton 12 vuoden tasaeräluottona, jossa lyhennykset ja korot maksetaan kuukausittain. Luoton korkokanta on 12 kuukauden euribor + 1,0 %-yksikköä. Euriborkorko oli lainasopimusta tehtäessä 2,992 %.

a) Kuinka paljon perhe joutuu maksamaan kuukausittain pankille lyhennystä ja korkoa?

b) Kuinka monta prosenttia luoton kuukausimaksu nousee, jos euriborkorko nousee juuri ennen lainan nostamista 0,5 prosenttiyksikköä?

c) Kuinka paljon laina-aikaa tulisi pidentää, jotta kuukausimaksu pysyisi ennallaan, jos euriborkorko nousee juuri ennen luoton nostamista 0,5 prosenttiyksikköä?

18 Pankin myöntämän 120 000 euron 15 vuoden asuntoluoton nimelliskorko on 12 kuukauden euribor + 0,9 %-yksikköä. Luotto maksetaan takaisin yhtä suurin kuukausitasaerin. Kun luotto myönnettiin, oli 12 kuukauden euriborkorko 2,875 %. Kolmen vuoden kuluttua luoton myöntämisestä 12 kuukauden euriborkorko muuttui 3,245 prosenttiin.

a) Laske kuukausitasaerän suuruus ennen korkokannan muutosta ja sen jälkeen.

b) Kuinka suuri on luoton todellinen vuosikorko, kun luoton nostokulut ovat 500 euroa?

19 Edellisen tehtävän luotto myönnetään kiinteänä tasaeräluottona. Kuinka monta kuukautta laina-aika pitenee koron noston seurauksena?

20 Helmikuun 28. päivänä kahdeksi vuodeksi myönnetty 3 000 euron kulutusluotto maksetaan takaisin jokaisen kuukauden viimeinen päivä suoritettavin tasaerin. Luoton perustamiskustannukset ovat 100 euroa, nimelliskorko 6,9 % ja jokaisen kuukausierän yhteydessä maksetaan 5 euron käsittelymaksu. Kuinka suuri on luoton todellinen vuosikorko?

21 Matkaveneen hinta on 45 000 euroa. Se voidaan ostaa myös luotolla siten, että hinnasta maksetaan käteisellä 20 % ja loput maksetaan viiden vuoden aikana kuukausitasaerin. Rahoitusyhtiön myöntämän luoton korkokanta on 7,2 %. Lisäksi kuluina ovat tilinhoitomaksu 6,00 euroa/kk ja luotonperustamismaksu 150 euroa, joka sisällytetään kuukausieriin.

a) Laske kuukausierän suuruus kuluineen luotolla ostettaessa.

b) Mikä on myönnetyn luoton todellinen vuosikorko?

22 Postimyyntiliike tarjoaa stereopakettia 995 euron käteishintaan. Osamaksulla ostettaessa käteismaksuosuus on 149 euroa. Sen jälkeen on maksettava 8 kuukausierää à 114 euroa. Mikä on luoton todellinen vuosikorko?

23 Auton ohjevähittäishinta on 20 890 euroa. Kuluttaja ostaa auton luotolla. Käteismaksuna luovutetaan vanha auto, jonka hyvityshinta on 8 890 euroa. Luotto maksetaan takaisin kolmessa vuodessa yhtä suurin kuukausierin. Luoton korkokanta on 7,2 % ja laskutuspalkkio 5 euroa/kk. Laske a) kuukausierän suuruus, b) luoton todellinen vuosikorko.

24 Pesukoneen käteishinta on 520 euroa. Luottohinta saadaan lisäämällä käteishintaan 6 prosenttia. Osamaksulla ostettaessa käteismaksuosuus on 90 euroa, ja sen jälkeen maksetaan 9 keskenään yhtä suurta kuukausierää. Laske osamaksuerän suuruus ja osamaksuluoton todellinen vuosikorko.

25 Keittiökaapiston hinta on 2 800 euroa, josta käteisostajalle myönnetään 6 prosentin käteisalennus. Osamaksulla ostettaessa käteismaksuosuus on 30 prosenttia hinnasta, nimelliskorko on 6,4 prosenttia, kuukausieriä on 18 ja laskutuspalkkiota peritään 2,50 euroa/erä. Laske kuukausierän suuruus, luottohinta ja osamaksuluoton todellinen vuosikorko.

26 Autoliike mainostaa myöntävänsä auton ostoon luottoa 3,9 prosentin kiinteällä korolla. Ilmoituksen esimerkkilaskelma on seuraava:

Rahoitettava osa	**12 000** €
Kuukausierät	36 kpl
Korot yhteensä	735,15 €
Kulut yhteensä	180 €
Kuukausierä kuluineen	358,75 €

Mikä on esimerkkiluoton todellinen vuosikorko?

27 Edellisen tehtävän luoton sijasta asiakas voisi halutessaan ottaa pankista samansuuruisen luoton. Luoton nimelliskorko olisi 3 kuukauden euribor + 1,25 %-yksikköä. Luoton perustamismaksu olisi 75 euroa ja se maksettaisiin takaisin kolmen vuoden aikana yhtä suurin kuukausitasaerin. Kumpi vaihtoehto on asiakkaalle edullisempi, kun 3 kuukauden euriborkorko on 2,857 %?

28 Kodinkoneliike Gigantti mainosti tuotteitaan seuraavasti: ” Osta nyt, maksa kuudessa erässä! Korko 0 %, tilinhoitopalkkio 4 euroa/kk. Ei vuosimaksuja. Todellinen vuosikorko koostuu tilinhoitopalkkiosta.”

Tarjolla olivat mm. seuraavat tuotteet:

Tuote	Käteishinta	Erien lukumäärä	Kuukausierä
Taulutelevisio	1 899 €	6	321 €
Matkapuhelin	399 €	6	71 €

Laske osamaksuluoton todellinen vuosikorko molemmissa tapauksissa.

29 Internetissä osoitteessa <www.extralaina.fi> mainostettiin helmikuussa 2006 kulutusluottoa ilman vakuuksia ja takaajia seuraavan esimerkin avulla:

Luoton määrä	**10 000 €**
Laina-aika	5 v
Kuukausierä kuluineen	232 €

Kuinka suuri on kyseisen luoton todellinen vuosikorko?

30 Tavara myydään osamaksulla siten, että käteismaksuosuus on 25 prosenttia käteishinnasta ja luottomäärä korotettuna 8 prosentilla maksetaan kymmenenä osamaksueränä kuukauden välein. Kuinka suuri on osamaksuluoton todellinen vuosikorko?

31 Leasingkohteen rahoitusmäärä on 100 000 euroa, leasingkausi 4 vuotta ja jäännösarvo 15 % rahoitusmäärästä. Vuokra maksetaan kuukausittain etukäteen. Laske leasingkerroin ja vuokra euroina kuukaudessa, kun rahoitusyhtiö haluaa 6,5 prosentin vuotuisen koron sijoittamalleen pääomalle.

32 Tietokonelaitteiston leasingkausi on kolme vuotta, rahoitusmäärä 20 000 euroa ja jäännösarvo 0 euroa. Vuokra maksetaan kuukausittain etukäteen. Laske leasingkerroin ja kuukausivuokra euroina, kun korkokanta on 5,8 %.

33 Kuinka monta prosenttia alenee edellisen tehtävän tietokonelaitteiston leasingvuokra, jos jäännösarvoksi sovitaan 2 000 euroa?

34 Rahoitusyhtiö tarjoaa autoa leasingvuokrattavaksi seuraavin ehdoin: vuokra-aika kolme vuotta, leasingkerroin 3,122 % kuukaudessa etukäteen ja jäännösarvo 10 %. Laske rahoitussopimuksen todellinen vuosikorko.

35 Edellisen tehtävän rahoitusyhtiö suostuu neuvotteluissa asiakkaan kanssa korottamaan auton jäännösarvon 20 prosenttiin. Laske Excelin avulla uusi leasingkerroin, kun rahoitussopimuksen todellinen vuosikorko pidetään samana.

36 Konepaja hankkii leasingsopimuksella koneen, jonka hankintahinta on 120 000 euroa. Vuokra-aika on 48 kuukautta, vuokra 3 425 euroa kuukaudessa etukäteen ja jäännösarvo 0 euroa. Laske leasingrahoituksen todellinen vuosikorko.

37 Rahoitettavan kohteen leasingkausi on kaksi vuotta. Leasingkerroin on 3,675 % ja vuokra maksetaan kuukausittain etukäteen. Rahoitusyhtiön tuottovaatimus sijoitetulle pääomalle on 7,2 %. Mitä jäännösarvoa laskelmissa on käytetty?

38 Veka Ky aikoo hankkia suunnittelijalleen työsuhdeauton. Auton hankintahinta on 25 000 euroa. Auto hankitaan joko ostamalla tai tekemällä huoltoleasingsopimus. Jos auto hankitaan leasingilla, on leasingkausi 36 kuukautta ja leasingkerroin 2,461. Vuokra maksetaan kuukausittain etukäteen. Veka Ky voi sopimuksen mukaan lunastaa auton leasingkauden päätyttyä omakseen jäännösarvolla, joka on 25 prosenttia hankintahinnasta. Jos Veka Ky ostaa auton, se ottaa 25 000 euron pankkilainan, joka maksetaan takaisin kolmessa vuodessa kuukauden välein maksettavin tasaerin. Luoton korkokanta on 5,4 prosenttia, ja sitä nostettaessa maksetaan 450 euron nostokulut. Kannattaako Veka Ky:n ostaa vai vuokrata leasingsopimuksella auto, kun päätöksenteon perusteena on todellinen vuosikorko?

39 Rahoitusyhtiö laskee leasingkertoimen taulukkolaskentaohjelman avulla. Oletetaan, että leasingvuokra maksetaan kuukausittain etukäteen. Tee taulukkolaskentaohjelmalla seuraavan mallin mukainen taulukko, jonka avulla leasingkerroin ja vuokra kuukaudessa saadaan heti, kun alkutiedot annetaan.

Leasingrahoituksen kuukausimaksu	
Rahoitusmäärä (€)	20 000
Leasingkausi (kk)	36
Tuottovaatimus (%)	6,00
Jäännösarvo (%)	20
Leasingkerroin	2,521149
Leasingvuokra (€/kk)	504,23

40 Laske Internetistä saatavien leasingrahoituslaskimien avulla 35 000 euron hintaisen auton leasingrahoituksen kuukausimaksu, kun leasingkausi on 36 kuukautta, ensimmäinen erä 8 000 euroa ja auton jäännösarvo kolmen vuoden kuluttua 17 000 euroa.

7 Investointilaskelmat

Monesti ajatellaan, että investointeja ovat vain sellaiset hankkeet, joissa tuloksena on jotakin käsin kosketeltavaa: koneita, laitteita, rakennuksia. Investoinnista on kysymys kuitenkin myös esimerkiksi silloin, kun yritys kouluttaa henkilöstöään. Tässä luvussa tutustut investointeihin ennen kaikkea talouden näkökulmasta; opit arvioimaan, onko investointi taloudellisesti järkevä.

7.1 Peruskäsitteitä

Koronkorkolaskun keskeisiä sovelluksia ovat erilaiset kannattavuuslaskelmat, joissa tarkastellaan usean vuoden pituista ajanjaksoa. Tällaisia ovat muun muassa **investointilaskelmat.** Investointia voidaan tarkastella erilaisista näkökulmista: esimerkiksi teknisestä, yritys- tai kansantaloudellisesta tai ympäristönsuojelullisesta näkökulmasta. Tässä luvussa rajoitutaan yritystaloudelliseen näkökulmaan siten, että pääpaino on laskentamenetelmissä. Yritystalouden näkökulmasta investointi voidaan määritellä seuraavasti:

Investoinnilla tarkoitetaan tiettyyn hankkeeseen sijoitettujen **varojen (kustannusten)** ja hankkeesta saatavien **tuottojen** muodostamaa kokonaisuutta. Investointi kohdistuu yleensä pitkähkölle ajalle, **investointiajanjaksolle.**

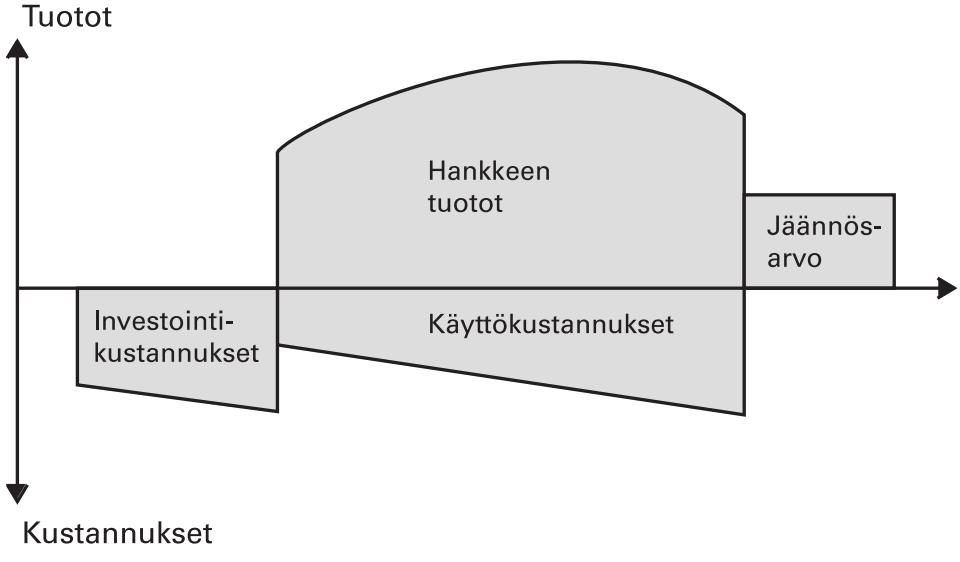
Investoinnista aiheutuu monenlaisia kustannuksia. **Investointikustannuksilla** tarkoitetaan kaikkia niitä kustannuksia, jotka syntyvät ennen investoinnin käyttöönottoa. Tällaisia ovat muun muassa
- tontin hankinta
- rakennusten, koneiden ja laitteiden hankinta
- investointihankkeen käyttöönottoon liittyvä koulutus ja konsultointi

– mahdollisten uusien organisaatioiden perustamiskustannukset
– investointihankkeen rakentamisen aikainen korko
– hankkeen käynnistämiskustannukset.

Investoinnin **käyttökustannuksia** ovat esimerkiksi tuotantokustannukset sekä ylläpito- ja huoltokustannukset.

Investoinnista saatavat tuotot voidaan myös jakaa kahteen ryhmään, varsinaisiin **investointituottoihin** ja investointiajanjakson lopussa mahdollisesti saatavaan tuottoon eli **jäännösarvoon.** Varsinaisiin tuottoihin luetaan myös investoinnista saatavat **kustannussäästöt.** Monissa tapauksissa tuottojen arviointi on hankalaa, koska mitattavissa olevien tuottojen lisäksi saattaa syntyä epäsuorasti mitattavaa tuottoa. Tällaista voi olla esimerkiksi palvelun tai työviihtyvyyden paraneminen investoinnin seurauksena. Myös ympäristönsuojeluinvestoinneista syntyy yleensä vaikeasti mitattavia epäsuoria tuottoja.

Investoinnin taloudellisia vaikutuksia voidaan kuvata seuraavalla kuviolla:



Investoinnin kannattavuuteen olennaisesti vaikuttava seikka on **laskentakorkokanta.** Laskentakorkokantana voidaan käyttää
– käypää vieraan pääoman korkoa (lainakorkoa)
– oman ja vieraan pääoman keskimääräisistä kustannuksista laskettua korkoa
– asetetun tuottotavoitteen mukaista korkoa.

Laskentakorkokanta riippuu myös siitä, otetaanko **inflaatio** huomioon laskelmissa. Jos käytetään **kiinteähintaisia** laskelmia, investoinnis-

ta aiheutuvat kustannukset ja siitä saatavat tuotot lasketaan nykyisen hintatason perusteella**. Inflaatiota ei sisällytetä kustannuksiin eikä tuottoihin.** Laskentakorkokantana on tällöin käytettävä investoinnille vaadittavaa **reaalikorkokantaa.** Koska laskelmiin sisältyy aina epävarmuutta, reaalikorkokantaan lisätään usein tietty epävarmuuslisä.

Kun käytetään **nimellishintaisia** laskelmia, kustannukset ja tuotot arvioidaan kunkin vuoden ennustetun hintatason perusteella. Tällöin laskentakorkokantana käytetään **nimelliskorkokantaa**, johon sisältyy myös inflaation osuus. Jotta nimellishintaisia laskelmia voidaan käyttää, tarvitaan luotettavia inflaatioennusteita.

7.2 Laskentamenetelmät

Yleisimmät investointilaskentamenetelmät ovat nykyarvomenetelmä, annuiteettimenetelmä, sisäisen korkokannan menetelmä, lyhimmän takaisinmaksuajan menetelmä ja pääoman tuottoastemenetelmä (ROI.) Kolme ensiksi mainittua menetelmää perustuvat koronkorkolaskuun. Lyhimmän takaisinmaksuajan menetelmässä pääomalle ei lasketa korkoa, joten se ei varsinaisesti mittaa investoinnin kannattavuutta vaan rahoitusvaikutuksia. Se on kuitenkin yksinkertainen ja melko paljon käytetty menetelmä. Pääoman tuottoastemenetelmässä lasketaan sijoitetun pääoman tuotto.

Lyhimmän takaisinmaksuajan menetelmä

Menetelmän avulla määritetään aika, jonka kuluttua investoinnista saatavat nettotuotot ovat yhtä suuret kuin investointikustannukset. Investointia pidetään sitä parempana, mitä lyhyempi tämä aika on.

Niin sanotut trendiravintolat on tapana uudistaa muutaman vuoden välein. Se on kannattavaa, koska uudistaminen lisää ravintolan liikevaihtoa niin paljon, että investointi ”maksaa itsensä takaisin” nettotuottojen lisäyksellä hyvin lyhyessä ajassa.

ESIMERKKI 1

Hankkeen investointikustannukset ovat 350 000 euroa ja vuotuinen nettotuotto 100 000 euroa. **Mikä on investoinnin takaisinmaksuaika?**

Takaisinmaksuaika saadaan jakamalla investointikustannukset vuotuisella nettotuotolla.

$$\text{Takaisinmaksuaika} = \frac{350\,000\ €}{100\,000\ €/\text{v}} = 3{,}5\ \text{v}.$$

Pääoman tuottoastemenetelmä

Pääoman tuottoasteella (ROI = return on investment) tarkoitetaan yleisessä tapauksessa vuositulon ja toimintaan sijoitetun pääoman suhdetta. Investointia pidetään sitä parempana, mitä suurempi pääoman tuottoaste on.

$$\text{ROI} = \frac{\text{Vuositulo}}{\text{Sijoitettu pääoma}}$$

ESIMERKKI 2

Edellisessä esimerkissä pääoman tuottoaste on

$$\text{ROI} = \frac{100\,000\ €}{350\,000\ €} = 0{,}29 = 29\ \%.$$

Jos vuositulo vaihtelee eri vuosina, käytetään laskelmassa vuositulojen keskiarvoa, toisinaan myös vuositulojen mediaania.

ESIMERKKI 3

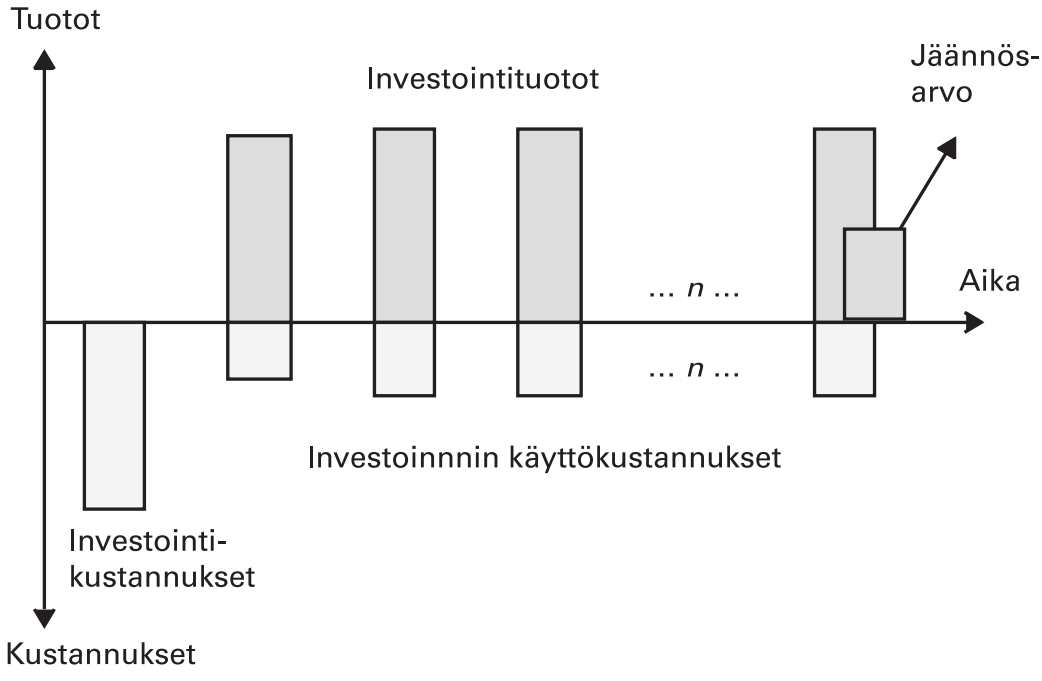
Investoinnista aiheutuu kustannuksia 150 000 euroa. Investoinnin arvioidaan lisäävän yrityksen vuotuista nettotuottoa 10 seuraavan vuoden aikana siten, että nettotuotto kasvaa nykytilanteeseen verrattuna kolmen ensimmäisen vuoden aikana 25 000 euroa vuodessa ja sen jälkeen 7 vuoden ajan 15 000 euroa vuodessa. **Laske pääoman tuottoaste.**

$$\text{Keskimääräinen nettotuotto/v} = \frac{3 \cdot 25\,000 + 7 \cdot 15\,000}{10}\ € = 18\,000\ €.$$

$$\text{ROI} = \frac{18\,000\ €}{150\,000\ €} = 0{,}12 = 12\ \%.$$

Koronkorkolaskuun perustuvissa menetelmissä varsinaiset investointituotot ja investoinnin käyttökustannukset muodostavat jatkuvan maksuvirran. Laskennan yksinkertaistamiseksi jatkuva maksuvirta korvataan vuoden välein tapahtuvilla suorituksilla siten, että ensimmäinen

suoritus tapahtuu vuoden kuluttua investointikustannusten maksamisesta. Näin aiheutuneella virheellä ei ole käytännön merkitystä. Investointia voidaan tällöin kuvata seuraavan kuvion avulla.



Nykyarvomenetelmä

Kun käytetään nykyarvomenetelmää, kaikki investoinnista saatavat tuotot ja siitä aiheutuvat kustannukset diskontataan **investoinnin käyttöönottoajankohtaan.** Investointia pidetään kannattavana, jos valittua laskentakorkokantaa käyttäen saatu **tuottojen nykyarvo (TNA)** on vähintään yhtä suuri kuin **kustannusten nykyarvo.**

Laskelma on yksinkertainen, jos vuotuiset tuotot ovat keskenään yhtä suuria, samoin vuotuiset kustannukset.

ESIMERKKI 4

Yritys aikoo hankkia tietokonejärjestelmän. Laitteiston hankintahinta on 100 000 euroa ja ohjelmisto maksaa 65 000 euroa. Lisäksi järjestelmän käyttöönotosta aiheutuu koulutus- ym. kustannuksia 25 000 euroa. Järjestelmän arvioitu käyttöaika on viisi vuotta.

Laitteiston ja ohjelmiston ylläpidosta voidaan tehdä sopimus, jonka mukaan laitteiston huolto maksaa vuosittain 6 prosenttia laitteiston hankintahinnasta ja ohjelmiston ylläpito 8 prosenttia ohjelmiston hinnasta. Vuotuiset koulutuskustannukset ovat arviolta 10 000 euroa ja muut käyttökustannukset noin 5 000 euroa vuodessa.

Investoinnin ansiosta saadaan säästöä (palkka- ym. kustannukset) 90 000 euroa vuodessa. Investoinnin jäännösarvoksi viiden vuoden kuluttua arvioidaan 25 000 euroa.

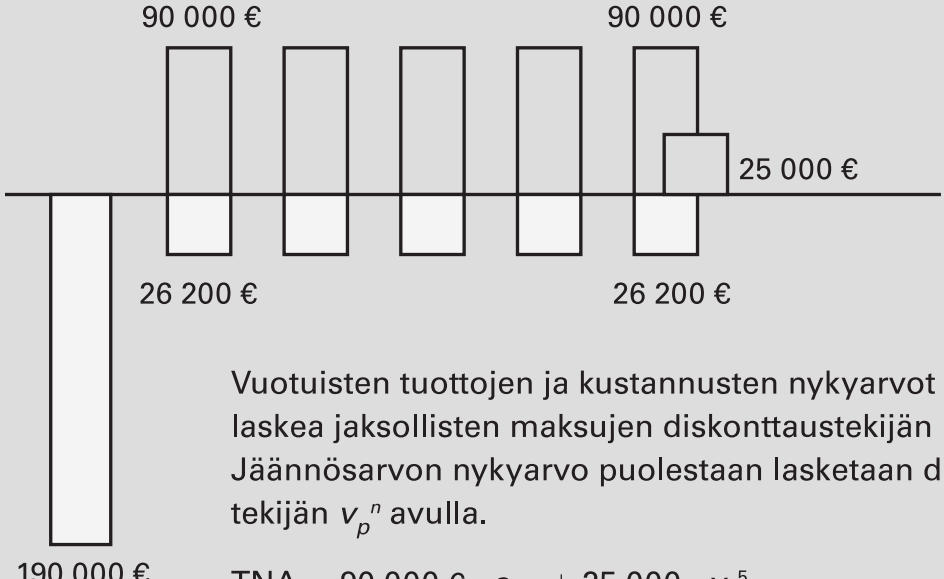
Onko investointi laskennallisesti kannattava, kun laskentakorkokanta on 8 prosenttia?

Investointikustannukset	
Laitteisto	100 000 €
Ohjelmisto	65 000 €
Koulutus ym.	25 000 €
Yhteensä	190 000 €

Investoinnin käyttökustannukset vuodessa	
Laitteiston huolto 6 % / 100 000 €	6 000 €
Ohjelmiston ylläpito 8 % / 65 000 €	5 200 €
Koulutus	10 000 €
Muut käyttökustannukset	5 000 €
Yhteensä	26 200 €

Varsinaiset tuotot vuodessa (säästöt)	90 000 €
Jäännösarvo	25 000 €

Investointia voidaan kuvata seuraavalla kuviolla.



Vuotuisten tuottojen ja kustannusten nykyarvot voidaan laskea jaksollisten maksujen diskonttaustekijän $a_{n/p}$ avulla. Jäännösarvon nykyarvo puolestaan lasketaan diskonttaustekijän $v_p^{\,n}$ avulla.

$$\text{TNA} = 90\,000\,€ \cdot a_{5/8} + 25\,000 \cdot v_8^{\,5}$$

$$= 90\,000\,€ \cdot \frac{1{,}08^5 - 1}{1{,}08^5 \cdot 0{,}08} + 25\,000\,€ \cdot 1{,}08^{-5} \approx 376\,000\,€$$

$$\text{KNA} = 190\,000\,€ + 26\,200\,€ \cdot a_{5/8}$$

$$= 190\,000\,€ + 26\,200\,€ \cdot \frac{1{,}08^5 - 1}{1{,}08^5 \cdot 0{,}08} \approx 295\,000\,€$$

$$\text{TNA} - \text{KNA} = 376\,000\,€ - 295\,000\,€ = 81\,000\,€ > 0$$

Koska tuottojen nykyarvon ja kustannusten nykyarvon erotus on positiivinen, on investointi kannattava.

Esimerkki voidaan laskea lyhyemmin vähentämällä ensin vuotuiset kustannukset vuotuisista tuotoista. Tämän jälkeen nettotuottojen nykyarvoa verrataan investointikustannuksiin. Jos niiden erotus, **nettonykyarvo**, on positiivinen, investointi on kannattava.

Vuotuinen nettotuotto $= 90\,000\ € - 26\,200\ € = 63\,800\ €$

Nettotuottojen nykyarvo $= 63\,800\ € \cdot \dfrac{1{,}08^5 - 1}{1{,}08^5 \cdot 0{,}08} + 25\,000\ € \cdot 1{,}08^{-5}$
$\approx 272\,000\ €$

Investointikustannukset	190 000 €
Investoinnin nettonykyarvo	82 000 €

Tuhannen euron ero tuloksissa johtuu pyöristyksistä.

Investoinnin kannattavuus nykyarvomenetelmällä

Merkitään H = investointikustannukset
K = investoinnin vuotuiset kustannukset
T = investoinnin vuotuinen tuotto
J = jäännösarvo
p = laskentakorkokanta
n = investointiajanjakso.

Investointi on kannattava, jos
$(T - K) \cdot a_{n/p} + J \cdot v_p^{\,n} - H \geq 0.$

ESIMERKKI 5

Investoinnin hankintameno on 500 000 euroa ja muut investointikustannukset 150 000 euroa. Investoinnin käyttöiäksi arvioidaan neljä vuotta, vuotuisiksi käyttökustannuksiksi 250 000 euroa ja jäännösarvoksi 100 000 euroa. **Kuinka suuri vuotuisen tuoton pitäisi vähintään olla, jotta investointi olisi kannattava, kun laskentakorkokanta on 10 prosenttia?**

$\text{TNA} = T \cdot a_{4/10} + 100\,000\ € \cdot v_{10}^{\,4}$

$\text{KNA} = 650\,000\ € + 250\,000\ € \cdot a_{4/10} = 1\,442\,000\ €$

Asetetaan tuottojen nykyarvo yhtä suureksi kuin kustannusten nykyarvo ja ratkaistaan näin saadusta yhtälöstä T.

$T \cdot a_{4/10} + 100\,000\ € \cdot v_{10}^{\,4} = 1\,442\,000\ €$

$T = \dfrac{1\,442\,000\ € - 100\,000\ € \cdot v_{10}^{\,4}}{a_{4/10}} = 433\,000\ €$

Vuotuisen tuoton tulisi olla vähintään 433 000 €.

Käytännössä investointilaskelmat lasketaan tietokoneen avulla. Excel-taulukkolaskentaohjelmassa on suuri joukko rahoitusfunktioita, joiden avulla laskelma on helppo suorittaa myös siinä tapauksessa, että vuotuiset kustannukset ja/tai tuotot eivät ole keskenään yhtä suuria.

ESIMERKKI 6

Laske edellinen esimerkki Excelin rahoitusfunktioiden avulla.

Keskenään yhtä suurten tasaisin välein tapahtuvien suoritusten nykyarvo sekä jäännösarvon nykyarvo saadaan funktion **NA** (englanninkielisessä versiossa **PV)** avulla. Funktio on muotoa NA(*korko; kaudet_yht; erä;* [*ta*]). Korko tarkoittaa laskentakorkokantaa (tai siihen viittaavaa solua), kaudet_yht investointiajanjaksoa, erä vuotuista tuottoa tai kustannusta ja [ta] tulevaa arvoa, eli tässä tapauksessa jäännösarvoa. Erä ja jäännösarvo on Excelin käyttämän logiikan takia syötettävä miinusmerkkisinä.

Vuotuinen tuotto saadaan kokeilemalla erilaisilla arvoilla ja vertaamalla sen jälkeen tuottojen ja kustannusten nykyarvoja toisiinsa. Excel-taulukko on seuraava:

	A	B	C	D
1	**Investoinnin kannattavuus**			
2				
3	Investointiajanjakso	4		
4	Laskentakorkokanta	10 %		
5				
6	**Investoinnista aiheutuvat kustannukset:**			
7				
8	Investointikustannukset	650 000 €		
9	Käyttökustannukset	250 000 €		
10				
11	**Kustannusten nykyarvo**	**1 442 466 €**		
12				
13				
14	**Investoinnista saatavat tuotot:**			
15				
16	Vuotuinen tuotto	433 500 €		
17	Jäännösarvo	100 000 €		
18				
19	**Tuottojen nykyarvo**	**1 442 438 €**		
20				

Kokeilun tuloksena havaitaan, että tuottojen ja kustannusten nykyarvot ovat lähes täsmälleen yhtä suuret, jos vuotuinen tuotto on 433 500 euroa. Tuottojen nykyarvon (solu B19) laskukaava ilmenee Excel-taulukon kaavojen syöttöriviltä.

Tehtävä voidaan helposti ratkaista myös Excelin **Ratkaisin**-apuohjelman avulla, mutta tässä yhteydessä sitä ei käsitellä.

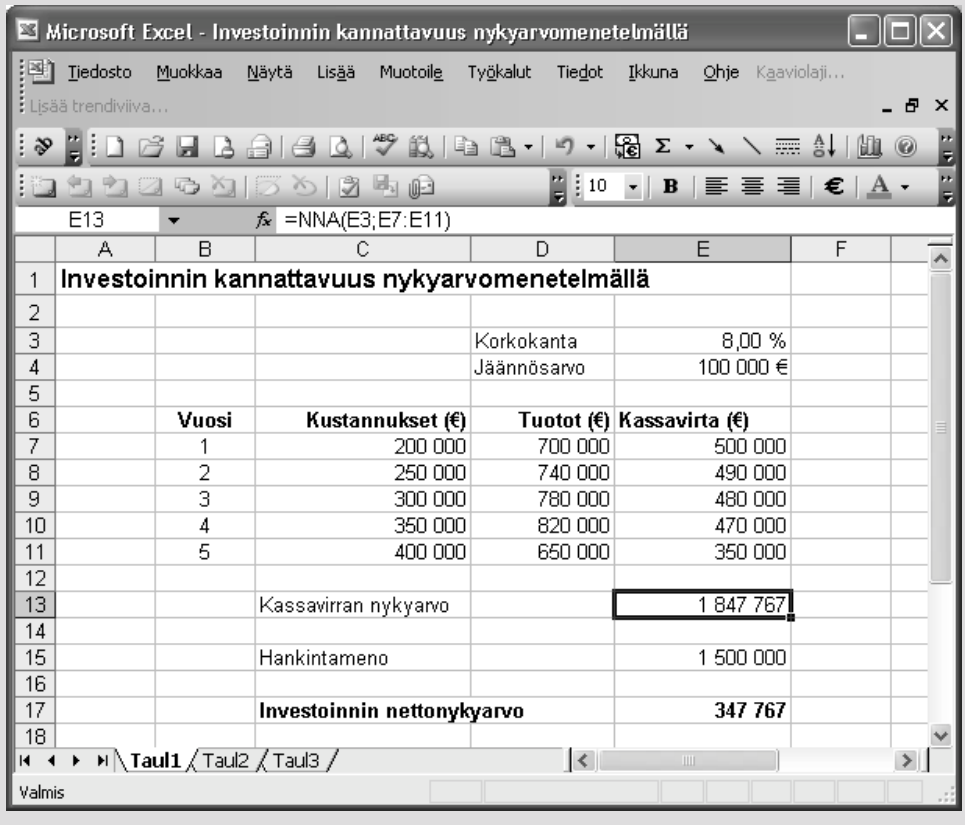
ESIMERKKI 7

Yritys aikoo uudistaa tuotantomenetelmänsä. Investoinnin hankintameno on 1 200 000 euroa ja muut investointikustannukset yhteensä 300 000 euroa. Investoinnin käyttöiäksi arvioidaan viisi vuotta. Vuotuisten kustannusten arvioidaan olevan ensimmäisenä vuonna 200 000 euroa ja kasvavan sen jälkeen vuosittain 50 000 eurolla. Vuotuisen tuoton arvioidaan olevan ensimmäisenä vuonna 700 000 euroa, ja sen arvioidaan kasvavan sitä seuraavien kolmen vuoden aikana vuosittain 40 000 eurolla. Viimeisen vuoden tuotoksi arvioidaan 650 000 euroa.

Onko investointi kannattava, kun laskentakorkokanta on 8 prosenttia ja jäännösarvon oletetaan olevan 100 000 euroa?

Ratkaistaan tehtävä Excelin rahoitusfunktion **NNA** (tai **NPV**) avulla.

Laaditaan seuraava taulukko:



	A	B	C	D	E	F
1	**Investoinnin kannattavuus nykyarvomenetelmällä**					
2						
3				Korkokanta	8,00 %	
4				Jäännösarvo	100 000 €	
5						
6		**Vuosi**	**Kustannukset (€)**	**Tuotot (€)**	**Kassavirta (€)**	
7		1	200 000	700 000	500 000	
8		2	250 000	740 000	490 000	
9		3	300 000	780 000	480 000	
10		4	350 000	820 000	470 000	
11		5	400 000	650 000	350 000	
12						
13			Kassavirran nykyarvo		1 847 767	
14						
15			Hankintameno		1 500 000	
16						
17			**Investoinnin nettonykyarvo**		**347 767**	
18						

Taulukossa vuotuinen kassavirta saadaan vähentämällä kunkin vuoden tuotosta saman vuoden kustannukset. Viidennen vuoden tuotot muodostuvat vuotuisen tuoton lisäksi jäännösarvosta (100 000 €), joten kyseisen vuoden kassavirta on 350 000 euroa.

Funktion NNA argumenteiksi syötetään korkokanta tai soluviittaus korkokannan sisältävään soluun sekä kassavirran ensimmäisen ja viimeisen vuoden soluosoitteet kaksoispisteellä erotettuna. Kassavirran nykyarvo soluun E13 saadaan siten syöttämällä =NNA(E3;E7:E11).

Koska investoinnin nettonykyarvo 347 767 € > 0, on investointi kannattava.

Jos vuotuiset kustannukset keskenään ja vuotuiset tuotot keskenään ovat yhtä suuret, voi funktion *NNA* sijasta käyttää myös funktiota **NA** (tai **PV**). Funktio on muotoa NA*(korko; kaudet_yht; erä)*. Korko tarkoittaa laskentakorkokantaa (tai siihen viittaavaa solua), kaudet_yht investointiajanjaksoa ja erä vuotuista tuottoa tai kustannusta.

Investoinnin kannattavuus nykyarvomenetelmällä (yleinen tapaus)

Merkitään

K_t = kustannukset vuonna t ($t = 1, 2, \ldots, n$)
T_t = tuotot vuonna t
J = jäännösarvo.

Investointi on kannattava, jos

$$\sum_{t=1}^{n}\left[\left(T_t - K_t\right)\cdot(1+i)^{-t}\right] + J\cdot(1+i)^{-n} - H \geq 0\,.$$

Jos investointivaihtoehtoja vertaillaan nykyarvomenetelmää käyttäen, vaihtoehdoista on paras se, jonka nettotuottojen nykyarvon ja investointikustannusten erotus on suurin. Jos vaihtoehtojen investointikustannukset kuitenkin poikkeavat merkittävästi toisistaan, ei menetelmää voi suositella vaihtoehtojen vertailuun. Tällöin kannattaa käyttää suhteellisen nykyarvon menetelmää. Siinä määritetään nettotulojen ja jäännösarvon nykyarvojen summan suhde investointikustannuksiin. Investointi on kannattava, jos tämä suhde on vähintään yksi. Vaihtoehdoista paras on se, jossa edellä mainittu suhde on suurin.

ESIMERKKI 8

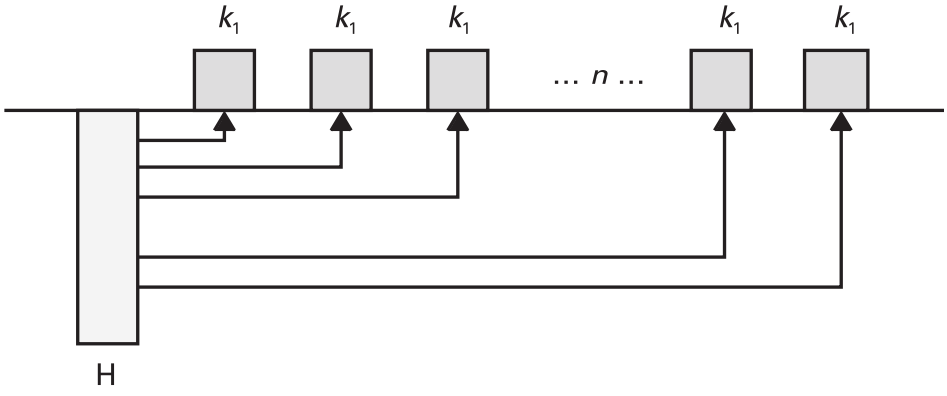
Edellisessä esimerkissä mainittu suhde on $\frac{1\,847\,767}{1\,500\,000} = 1{,}23$, joten investointi on kannattava.

Annuiteettimenetelmä

Annuiteettimenetelmässä investoinnin kannattavuutta tarkastellaan vuositasolla. Kaikki kustannukset ja tuotot muutetaan koronkorkolaskua käyttäen keskenään yhtä suuriksi **vuosikustannuksiksi** eli **menoannuiteeteiksi (MA)** ja yhtä suuriksi **vuosituloiksi** eli **tuloannuiteeteiksi (TA).** Investointia pidetään kannattavana, jos tuloannuiteetti on vähintään yhtä suuri kuin menoannuiteetti.

Tuloannuiteetti saadaan lisäämällä vuotuisiin tuottoihin jäännösarvon osuus annuiteettina. Menoannuiteetti puolestaan saadaan, kun vuotuisiin kustannuksiin lisätään investointikustannuksia vastaava annuiteetti.

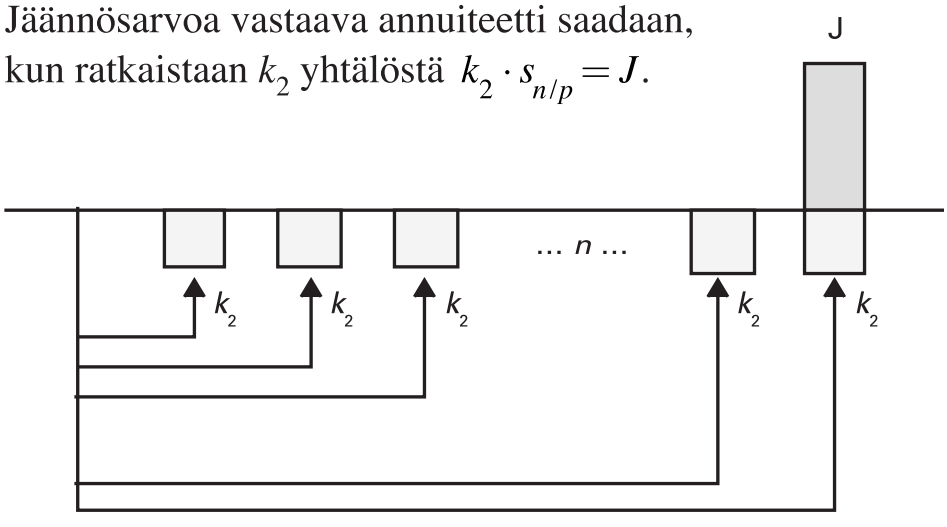
Investointikustannusten jakaminen annuiteeteiksi



Investointikustannuksia vastaava annuiteetti saadaan kertomalla investointikustannukset annuiteettitekijällä, eli

$$k_1 = H \cdot c_{n/p} = H \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

Jäännösarvoa vastaava annuiteetti saadaan, kun ratkaistaan k_2 yhtälöstä $k_2 \cdot s_{n/p} = J$.



Jäännösarvon jakaminen annuiteeteiksi

Jäännösarvoa vastaava annuiteetti saadaan, kun jäännösarvo jaetaan jaksollisten suoritusten prolongaatiotekijällä $s_{n/p}$.

$$k_2 = \frac{J}{s_{n/p}} = \frac{J}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

Annuiteettimenetelmää käytetään usein tapauksissa, joissa verrataan eri vaihtoehtojen aiheuttamia vuosikustannuksia.

ESIMERKKI 9

Kunnan rakennusviraston kuorma-auto on niin huonossa kunnossa, että sen korjauttaminen ei enää ole järkevää. Jos rakennusvirasto hankkisi uuden auton, sen hankintahinta olisi 150 000 euroa ja arvioitu taloudellinen käyttöikä kuusi vuotta. Kuorma-auton vuotuiset polttoaine-, huolto-, korjaus-, vakuutus- ym. kustannukset olisivat 25 000 euroa. Lisäksi tulisivat autonkuljettajan palkkakustannukset 50 000 euroa vuodessa. Auton jäännösarvoksi kuuden vuoden kuluttua arvioidaan 15 000 euroa.

Kunnassa on harkittu toimintojen yksityistämistä. Rakennusvirasto pyytääkin tarjoukset paikkakunnalla toimivilta autoilijoilta kuljetuspalvelujen järjestämiseksi. Halvimman tarjouksen mukaan palvelujen yksityistäminen maksaisi 90 000 euroa vuodessa.

Kannattaako rakennusviraston ostaa kuorma-auto vai käyttää yksityisiä palveluja, kun laskentakorkokanta on 6 prosenttia?

Jos auto ostetaan, tuloannuiteetti muodostuu pelkästään jäännösarvosta.

Tuloannuiteetti

$$\text{Jäännösarvon osuus} = \frac{15\,000\ €}{s_{6/6}} = \frac{15\,000\ €}{\frac{1{,}06^6 - 1}{0{,}06}} \approx 2\,200\ €$$

Yhteensä	2 200 €

Menoannuiteetti muodostuu vuotuista kustannuksista
75 000 € (25 000 € + 50 000 €) ja hankintamenon osuudesta.

Menoannuiteetti

Vuotuiset kustannukset	75 000 €
Investointikustannusten osuus $150\,000\ € \cdot \frac{1{,}06^6 \cdot 0{,}06}{1{,}06^6 - 1} \approx$	30 500 €
Yhteensä	105 500 €

Vuotuinen nettomeno on meno- ja tuloannuiteetin erotus, eli

nettomeno/vuosi = (105 500 – 2 200) € = **103 300 €.**

Jos auto ostettaisiin, siitä aiheutuisi kustannuksia runsaat 100 000 euroa vuodessa. Koska kuljetuspalvelujen hankkiminen yksityiseltä maksaisi tarjouksen mukaan 90 000 euroa vuodessa, on se edullisempi vaihtoehto.

Annuiteettimenetelmä sopii erityisen hyvin investointihankkeiden vertailuun, jos vaihtoehtojen investointiajanjaksot ovat eri pituiset.

ESIMERKKI 10

Metallialan yritys tarvitsee uuden työstökoneen. Tarjolla on kaksi eri vaihtoehtoa, A ja B. Kone A on huomattavasti kalliimpi mutta myös kestävämpi ja tehokkaampi. Tiedot vaihtoehdoista on koottu seuraavaan taulukkoon.

	A	B
Hankintameno	1 500 000 €	600 000 €
Käyttöaika	8 v	5 v
Vuotuiset kustannukset	500 000 €	400 000 €
Vuotuinen tuotto	1 000 000 €	800 000 €
Jäännösarvo	200 000 €	100 000 €

Kumpi koneista kannattaa hankkia, kun laskentakorkokanta on 6 prosenttia?

KONE A

Tuloannuiteetti

Vuotuinen tuotto	1 000 000 €
Jäännösarvon osuus $\frac{200\,000\ €}{\frac{1{,}06^8 - 1}{0{,}06}} \approx$	20 000 €
Yhteensä	1 020 000 €

Menoannuiteetti

Vuotuiset kustannukset	500 000 €
Hankintamenon osuus $1\,500\,000\ € \cdot \frac{1{,}06^8 \cdot 0{,}06}{1{,}06^8 - 1} \approx$	242 000 €
Yhteensä	742 000 €

TA – MA = (1 020 000 – 742 000) € = 278 000 €

KONE B

Tuloannuiteetti

Vuotuinen tuotto	800 000 €
Jäännösarvon osuus $\frac{100\,000\ €}{\frac{1{,}06^5 - 1}{0{,}06}} \approx$	18 000 €
Yhteensä	818 000 €

Menoannuiteetti

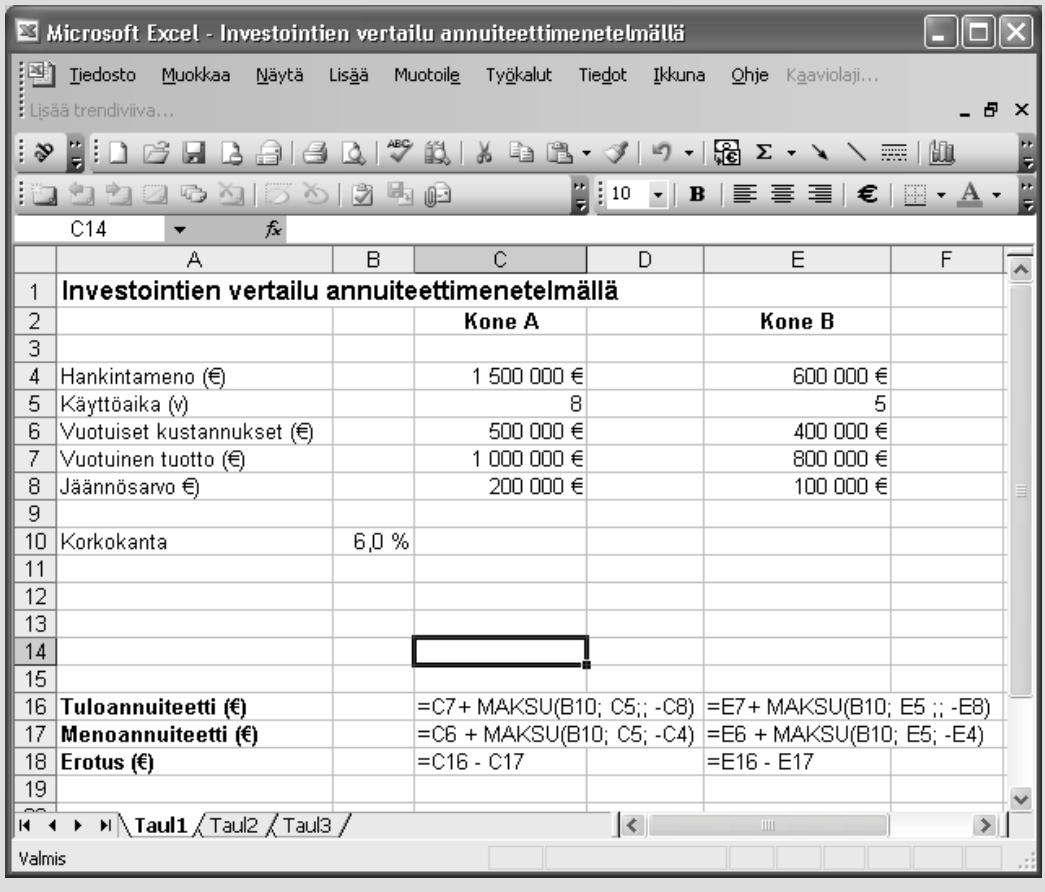
Vuotuiset kustannukset	400 000 €
Hankintamenon osuus $600\,000\ € \cdot \frac{1{,}06^5 \cdot 0{,}06}{1{,}06^5 - 1} \approx$	142 000 €
Yhteensä	542 000 €

TA – MA = (817 000 – 542 000) € = 276 000 €

Tulo- ja menoannuiteettien erotus on vaihtoehdossa A 278 000 euroa ja vaihtoehdossa B 276 000 euroa, joten koneen A hankkiminen on laskennallisesti hieman edullisempi vaihtoehto.

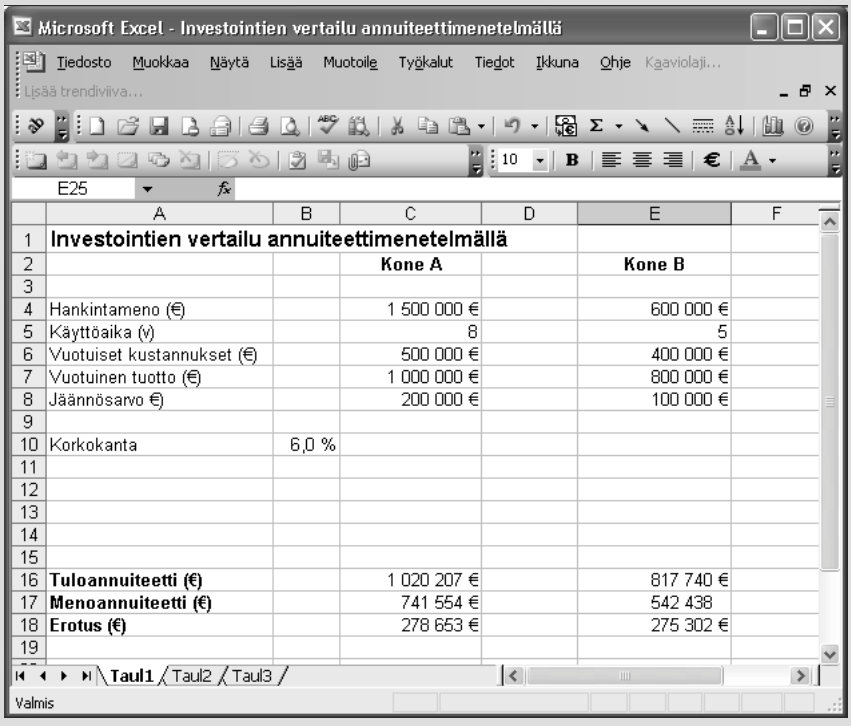
Tämäkin tehtävä voidaan ratkaista Excelin rahoitusfunktioiden avulla. Hankintamenon ja jäännösarvon jakaminen annuiteeteiksi tehdään **MAKSU** (tai **PMT**) -funktion avulla. Funktio on muotoa MAKSU*(korko; kaudet_yht; nykyarvo; [ta])*. Korko tarkoittaa laskentakorkokantaa (tai siihen viittaavaa solua), kaudet_yht investointiajanjaksoa, nykyarvo suorituksen nykyarvoa ja [ta] suorituksen tulevaa arvoa. Koska jäännösarvo on tuleva arvo, nykyarvon tilalle kaavassa tulee pelkästään kaksi puolipistettä peräkkäin.

Tarvittavat laskentakaavat näkyvät seuraavassa taulukossa.



	A	B	C	D	E	F
1	**Investointien vertailu annuiteettimenetelmällä**					
2			**Kone A**		**Kone B**	
3						
4	Hankintameno (€)		1 500 000 €		600 000 €	
5	Käyttöaika (v)		8		5	
6	Vuotuiset kustannukset (€)		500 000 €		400 000 €	
7	Vuotuinen tuotto (€)		1 000 000 €		800 000 €	
8	Jäännösarvo €)		200 000 €		100 000 €	
9						
10	Korkokanta	6,0 %				
11						
12						
13						
14						
15						
16	**Tuloannuiteetti (€)**		=C7+ MAKSU(B10; C5;; -C8)		=E7+ MAKSU(B10; E5 ;; -E8)	
17	**Menoannuiteetti (€)**		=C6 + MAKSU(B10; C5; -C4)		=E6 + MAKSU(B10; E5; -E4)	
18	**Erotus (€)**		=C16 - C17		=E16 - E17	
19						

Lopullinen taulukko suoritettuine laskutoimituksineen on seuraava.



	A	B	C	D	E	F
1	**Investointien vertailu annuiteettimenetelmällä**					
2			**Kone A**		**Kone B**	
3						
4	Hankintameno (€)		1 500 000 €		600 000 €	
5	Käyttöaika (v)		8		5	
6	Vuotuiset kustannukset (€)		500 000 €		400 000 €	
7	Vuotuinen tuotto (€)		1 000 000 €		800 000 €	
8	Jäännösarvo €)		200 000 €		100 000 €	
9						
10	Korkokanta	6,0 %				
11						
12						
13						
14						
15						
16	**Tuloannuiteetti (€)**		1 020 207 €		817 740 €	
17	**Menoannuiteetti (€)**		741 554 €		542 438	
18	**Erotus (€)**		278 653 €		275 302 €	
19						

ESIMERKKI 11

Ennen kuin edellisen esimerkin yritys on tehnyt investointipäätöksen, korot ovat lähteneet nousuun. Tällöin laskelmat päätetään tehdä uudestaan 9 prosentin korolla. **Muuttaako korkotason nousu investointivaihtoehtojen edullisuusjärjestystä?**

Muutetaan edellä olevassa taulukossa korkokantaa 6 prosentista 9 prosenttiin, jolloin saadaan seuraava laskelma.

	A	B	C	D	E	F
1	**Investointien vertailu annuiteettimenetelmällä**					
2			**Kone A**		**Kone B**	
3						
4	Hankintameno (€)		1 500 000 €		600 000 €	
5	Käyttöaika (v)		8		5	
6	Vuotuiset kustannukset (€)		500 000 €		400 000 €	
7	Vuotuinen tuotto (€)		1 000 000 €		800 000 €	
8	Jäännösarvo €)		200 000 €		100 000 €	
9						
10	Korkokanta	9,0 %				
11						
12						
13						
14						
15						
16	**Tuloannuiteetti (€)**		1 018 135 €		816 709 €	
17	**Menoannuiteetti (€)**		771 012 €		554 255	
18	**Erotus (€)**		247 123 €		262 454 €	
19						

Tulo- ja menoannuiteettien erotukset ovat 9 prosentin korkokannalla A 247 000 euroa ja B 262 000 euroa, joten vaihtoehtojen edullisuusjärjestys on muuttunut. Se johtuu siitä, että investointivaihtoehto A sitoo enemmän pääomaa kuin B. Lisäksi pääoma sitoutuu pidemmäksi ajaksi.

Sisäisen korkokannan menetelmä

Kolmas koronkorkolaskentaan perustuva menetelmä on sisäisen korkokannan menetelmä. Sitä käytettäessä määritetään se **korkokanta,** jolla investoinnista saatavien tuottojen nykyarvon ja investoinnista aiheutuvien kustannusten nykyarvon erotus on nolla, eli nykyarvot ovat yhtä suuret. Investointia pidetään kannattavana, jos **tuloksena saatu korkokanta** on vähintään yhtä suuri kuin **tavoitteeksi asetettu korkokanta.**

Investoinnin sisäinen korkokanta saadaan ratkaisemalla i seuraavasta yhtälöstä.

$$\sum_{t=1}^{n}\left[\left(T_t - K_t\right)\cdot\left(1+i\right)^{-t}\right] + J\cdot\left(1+i\right)^{-n} - H = 0$$

Kaavassa
H = investointikustannukset
J = jäännösarvo
T_t = tuotto vuonna t ($t = 1, 2, \ldots, n$)
K_t = kustannukset vuonna t
n = investointiajanjakso vuosina.

Sisäisen korkokannan likiarvon määrittäminen on yksinkertaista, jos investoinnista saatavat vuotuiset tuotot ja kustannukset ovat keskenään yhtä suuria, ja jos investoinnin jäännösarvo on nolla.

ESIMERKKI 12

Investoinnin perushankintameno on 500 000 euroa ja muut investointikustannukset 130 000 euroa. Investoinnin pitoajaksi arvioidaan viisi vuotta. Vuotuiseksi tuotoksi arvioidaan 240 000 euroa ja vuotuisiksi kustannuksiksi 90 000 euroa.

Laske investoinnin sisäinen korkokanta, kun jäännösarvo oletetaan nollaksi. Onko investointi kannattava, kun tavoitteeksi on asetettu 8 prosentin tuotto sijoitetulle pääomalle?

TNA = 240 000 € · $a_{5/p}$

KNA = 630 000 € + 90 000 € · $a_{5/p}$

Asetetaan TNA – KNA = 0, eli

$240\,000\ € \cdot a_{5/p} - (630\,000\ € + 90\,000\ € \cdot a_{5/p}) = 0$, josta seuraa, että

$150\,000 \cdot a_{5/p} = 630\,000$

$$a_{5/p} = \frac{(1+i)^5 - 1}{(1+i)^5 \cdot i} = \frac{630\,000}{150\,000} = 4{,}20.$$

Kokeilemalla eri *i*:n arvoilla havaitaan, että $i \approx 0{,}06$. Sisäinen korkokanta on siis noin 6 prosenttia. Koska se on pienempi kuin tavoitekorkokanta (8 %), investointi ei ole kannattava.

Jos investoinnin jäännösarvo on nolla ja vuotuiset tuotot keskenään sekä vuotuiset kustannukset keskenään ovat yhtä suuret, investoinnin sisäinen korkokanta saadaan ratkaisemalla p seuraavasta yhtälöstä.

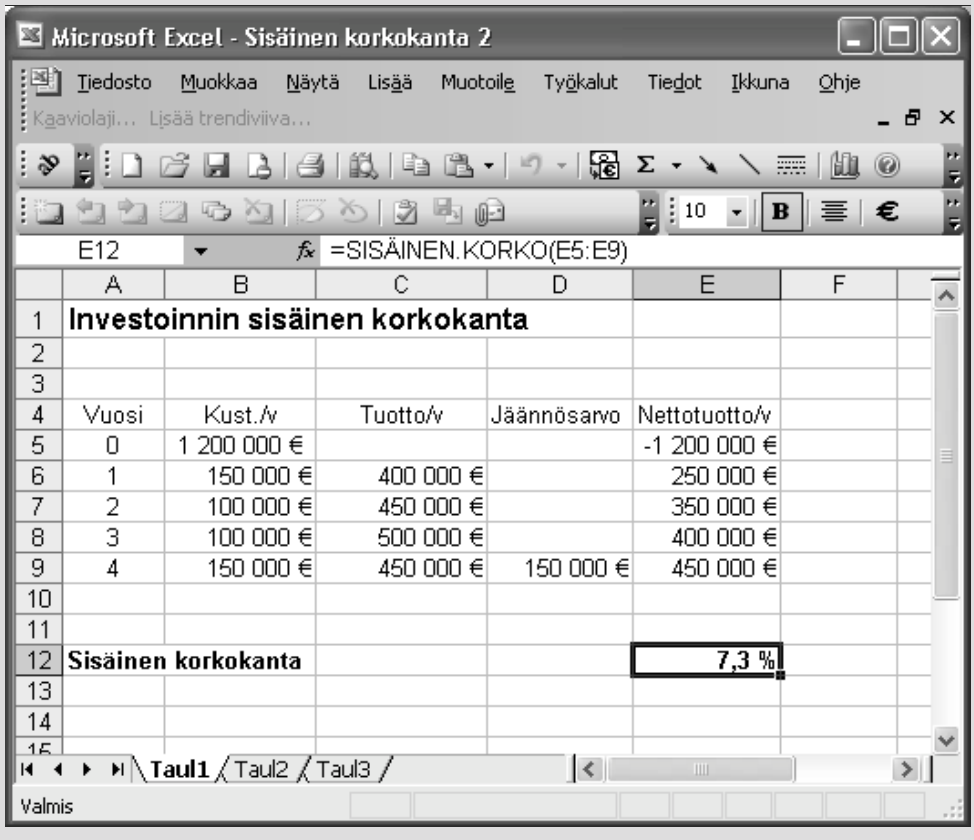
$$a_{n/p} = \frac{H}{T - K}$$

Jos investoinnin jäännösarvo poikkeaa nollasta tai vuotuiset tuotot tai kustannukset eivät ole keskenään yhtä suuria, päädytään yhtälöön, jonka ratkaiseminen manuaalisesti on usein työlästä. Tällöin sisäinen korkokanta määritetään käytännössä aina tietokoneen avulla. Excelin funktion **SISÄINEN.KORKO** (tai **IRR**) avulla voidaan laskea maksuvirran sisäinen korkokanta, kun vuotuiset tuotot keskenään ja vuotuiset kustannukset keskenään ovat yhtä suuret. Funktio on muotoa SISÄINEN.KORKO*(arvot)*. Arvot voidaan syöttää peräkkäin tai alueena, jossa ensimmäisen ja viimeisen solun osoite erotetaan toisistaan kaksoispisteellä.

ESIMERKKI 13

Hankkeen investointikustannukset ovat 1 200 000 euroa. Investointiajanjakso on neljä vuotta ja jäännösarvo neljän vuoden kuluttua 150 000 euroa. Investoinnista saatavat tuotot ovat vuosittain 400 000 euroa, 450 000 euroa, 500 000 euroa ja 450 000 euroa. Vuotuiset kustannukset ovat eri vuosina 150 000 euroa, 100 000 euroa, 100 000 euroa ja 150 000 euroa. **Laske investoinnin sisäinen korkokanta Excelin avulla.**

Muodostetaan aluksi taulukko, johon lähtöarvojen lisäksi on laskettu vuotuiset nettotuotot. Erityisesti on huomattava, että neljännen vuoden nettotuottoon on laskettava myös jäännösarvo. Investointikustannukset merkitään taulukkoon miinusmerkkisenä. Sisäinen korko saadaan seuraavasti:



	A	B	C	D	E	F
1	**Investoinnin sisäinen korkokanta**					
2						
3						
4	Vuosi	Kust./v	Tuotto/v	Jäännösarvo	Nettotuotto/v	
5	0	1 200 000 €			-1 200 000 €	
6	1	150 000 €	400 000 €		250 000 €	
7	2	100 000 €	450 000 €		350 000 €	
8	3	100 000 €	500 000 €		400 000 €	
9	4	150 000 €	450 000 €	150 000 €	450 000 €	
10						
11						
12	**Sisäinen korkokanta**				7,3 %	
13						
14						

7.3 Laskelmat ja päätöksenteko

ESIMERKKI 14

Vertaile seuraavia investointivaihtoehtoja eri laskentamenetelmillä (*H* = investointikustannukset, *k* = vuotuinen nettotuotto, *n* = investointiajanjakso).

Vaihtoehto	*H*	*k*	*n*
I	500 000 €	200 000 €	3 v
II	2 000 000 €	380 000 €	7 v

Laskentakorkokanta on 7 prosenttia.

Nykyarvomenetelmä

I	Tuottojen nykyarvo 200 000 € · $a_{3/7}$	= 525 000 €
	Kustannusten nykyarvo	= 500 000 €
	Erotus	25 000 €
II	Tuottojen nykyarvo 380 000 € · $a_{7/7}$	= 2 048 000 €
	Kustannusten nykyarvo	= 2 000 000 €
	Erotus	48 000 €

Annuiteettimenetelmä

I	Tuloannuiteetti	= 200 000 €
	Menoannuiteetti 500 000 € · $c_{3/7}$	= 191 000 €
	Erotus	9 000 €
II	Tuloannuiteetti	= 380 000 €
	Menoannuiteetti 2 000 000 € · $c_{7/7}$	= 371 000 €
	Erotus	9 000 €

Sisäisen korkokannan menetelmä

I $$a_{3/p} = \frac{500\,000\ €}{200\,000\ €} = 2{,}5 \Rightarrow i \approx 9{,}7\ \%$$

II $$a_{7/7} = \frac{2\,000\,000\ €}{380\,000\ €} \approx 5{,}263 \Rightarrow i \approx 7{,}7\ \%$$

Kun käytetään nykyarvomenetelmää, vaihtoehto II on edullisempi, sillä nykyarvojen erotus on lähes kaksinkertainen verrattuna vaihtoehtoon I. Jos käytetään annuiteettimenetelmää, vaihtoehdot osoittautuvat yhtä edullisiksi. Sisäisen korkokannan menetelmällä taas vaihtoehto I on selvästi edullisempi. Sen sisäinen korkokanta on kaksi prosenttiyksikköä suurempi kuin vaihtoehdon II sisäinen korkokanta.

Menetelmien vertailua

Nykyarvomenetelmän ja annuiteettimenetelmän antamien tulosten erilaisuus selittyy osaksi eri pituisilla investointiajanjaksoilla. Pidemmältä ajalta kertyvä nykyarvojen erotus on suurempi, vaikka molempien investointivaihtoehtojen nettovuositulo (9 000 euroa) on sama. Tällöin käytettävän menetelmän valinnan ratkaisevat muut seikat. Jos kyseessä on esimerkiksi **kone- tai laiteinvestointi, jolloin uusi investointi tehdään heti edellisen investoinnin pitoajan loputtua, kannattaa vertailussa käyttää annuiteettimenetelmää. Kertainvestoinneissa, esimerkiksi rakennushankkeissa, nykyarvomenetelmä antaa luotettavamman tuloksen.** Jos vertailtavien investointihankkeiden pitoajat ovat samat, saadaan molemmilla menetelmillä aina sama edullisuusjärjestys.

Jos verrataan sisäisen korkokannan menetelmää muihin menetelmiin, tulosten erilaisuus voi johtua paitsi eri pituisista investointiajanjaksoista, myös investointikustannusten ja vuotuisten nettotuottojen erilaisuudesta. Jos investointiin käytetään ainoastaan omaa pääomaa, sisäisen korkokannan menetelmä on paras. Sisäinen korkokanta osoittaa tällöin omalle pääomalle saatavan tuoton. Kun useimmat investoinnit käytännössä ainakin osittain rahoitetaan vieraalla pääomalla, ei menetelmien keskinäisestä paremmuudesta voi tehdä suoria johtopäätöksiä. Sitä paitsi menetelmät antavat usein saman edullisuusjärjestyksen, vaikka investointien pitoajat, investointikustannukset ja vuotuiset nettotuotot olisivat erilaiset.

Riskit

Investointilaskelmiin sisältyy aina riskejä, koska investointihankkeen vaikutusaika on yleensä pitkä. Tavallisesti vain investointikustannukset voidaan arvioida suhteellisen tarkasti. Laskelmiin sisältyvä epävarmuus voidaan eliminoida joko pyrkimällä selvittämään hankkeeseen liittyvät riskit ja niiden todennäköisyydet tai tekemällä vaihtoehtoisia laskelmia. Käytännössä jälkimmäinen tapa on yleisempi. Tavallisesti tehdään kolme laskelmaa: todennäköinen vaihtoehto, optimistinen vaihtoehto ja pessimistinen vaihtoehto. Jos pessimistinenkin vaihtoehto antaa sellaisen tuloksen, että investointihanke kannattaa toteuttaa, on hankkeeseen sisältyvä riski pieni, jos tuotto- ja kustannusarviot on realistisesti tehty.

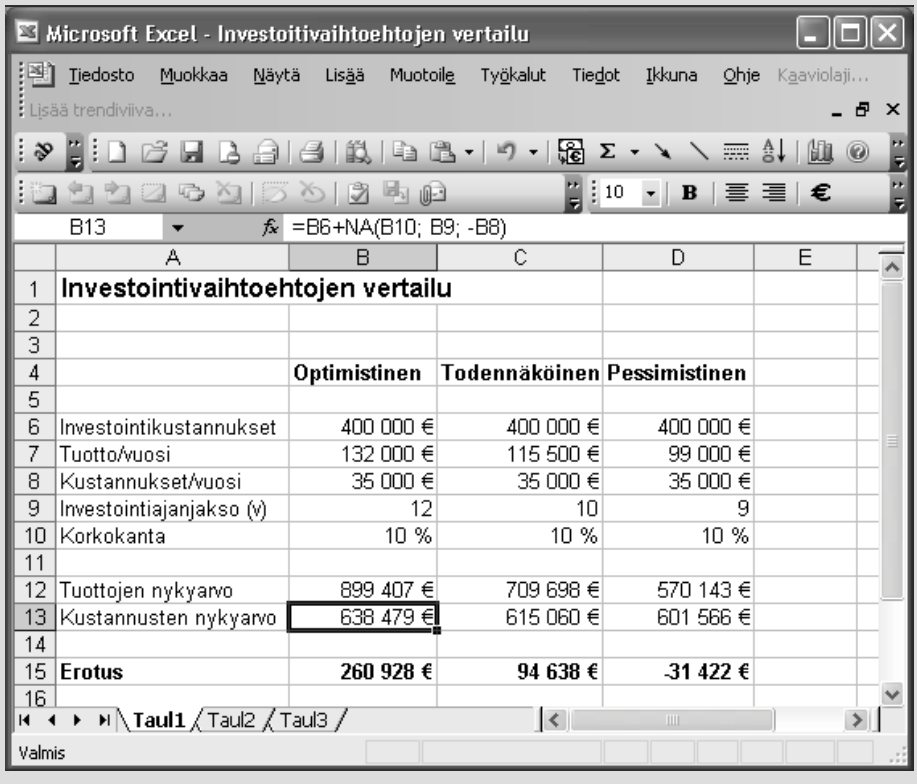
ESIMERKKI 15

Yrittäjä aikoo rakentaa kaupalliselta pohjalta toimivan tennishallin. Hallin hinta pystytettynä on 400 000 euroa. Valmistajan ilmoituksen mukaan tällaisen niin sanotun ylipainehallin kestoikä on 10 vuotta. Optimistinen arvio on 12 vuotta ja pessimistinen 9 vuotta. Halli rakennettaisiin kunnalta vuokrattavalle tontille, jonka vuosivuokra on 12 500 euroa. Hallin siivous- ja ylläpitokulut tulisivat olemaan 22 500 euroa vuodessa.

Hallin käyttöaste tulisi markkinointitutkimuksen mukaan olemaan 70 prosenttia. Optimistinen arvio on 80 prosenttia ja pessimistinen 60 prosenttia. Hallin käytöstä saatavat bruttotuotot 100 prosentin käyttöasteella ovat 500 euroa päivässä. Halli olisi auki 330 päivää vuodessa.

Laadi nykyarvomenetelmällä todennäköiseen, optimistiseen ja pessimistiseen arvioon pohjautuvat laskelmat. Kannattaako hanke toteuttaa, kun laskentakorkokanta on 10 prosenttia?

Vuotuinen bruttotuotto 100 prosentin käyttöasteella olisi
$330 \cdot 500\ € = 165\ 000\ €$.



Hanke on todennäköisen tai optimistisen vaihtoehdon toteutuessa selvästi kannattava, mutta sijoitetulle pääomalle ei saada 10 prosentin vuotuista tuottoa, jos pessimistinen vaihtoehto toteutuu. Tappio jää tässäkin tapauksessa kuitenkin melko lieväksi.

Herkkyysanalyysi

Laskentakorkokannan tai investointihankkeen muiden oletusarvojen muutosten tutkimista sanotaan **herkkyysanalyysiksi.** Herkkyysanalyysi kannattaa aina tehdä tietokoneen avulla, jolloin muutoksia voi tarkastella monipuolisesti ja muutosten vaikutukset nähdään välittömästi.

TEHTÄVIÄ

Kun ratkaiset seuraavia tehtäviä, valitse sopiva menetelmä annettujen tietojen perusteella. Käytä Excel-taulukkolaskentaohjelmaa mahdollisuuksien mukaan.

1 Ravintola pyrkii saamaan lisää asiakkaita. Sitä varten se investoi tilojen uusimiseen 100 000 euroa ja henkilöstön koulutukseen 25 000 euroa. Näillä toimenpiteillä ravintolan lisämyynnin arvioidaan seuraavien vuosien aikana kasvavan 150 000 euroa vuodessa. Nettotulo kasvaneesta myynnistä on 35 %. Laske investoinnin takaisinmaksuaika

2 Laske edellisen tehtävän investoinnin takaisinmaksuaika, kun lisämyynniksi ensimmäisenä vuonna arvioidaan 150 000 euroa, seuraavana vuonna 100 000 euroa ja sen jälkeen neljänä vuonna 75 000 euroa.

3 Laske tehtävän 1 investoinnille pääoman tuottoaste.

4 Laske tehtävän 2 investoinnille pääoman tuottoaste, kun investointiajanjakso on kuusi vuotta.

5 Laske nykyarvomenetelmää käyttäen, onko investointi kannattava.

	Hankintameno (€)	Nettotuotto/v (€)	Investointiajanjakso (v)	p (%)
a)	182 000	30 000	8	6
b)	1 100 000	150 000	12	8
c)	100 000	28 000	5	7

6 Tuotantolaitos ostaa uuden koneen. Sen investointikustannukset ovat 170 000 euroa, arvioitu käyttöikä kuusi vuotta, jäännösarvo 50 000 euroa, vuosituotto 60 000 euroa ja vuotuiset kustannukset 20 000 euroa. Onko investointi kannattava, kun laskentakorkokanta on 8 %?

7 Edellisen tehtävän investointihankkeen ollessa valmisteluvaiheessa markkinoille tulee uusi kilpaileva konemalli. Sen investointikustannukset ovat 250 000 euroa, arvioitu käyttöikä 8 vuotta, jäännösarvo 70 000 euroa, vuosituotto 75 000 euroa ja vuotuiset kustannukset 30 000 euroa. Kumpi koneista kannattaa hankkia, kun laskentakorkokanta on 8 %?

8 Päätöksen tekemisen vaikeudesta johtuen tehtävien 6 ja 7 yritys päättää vertailla koneiden edullisuutta vielä suhteellisen nykyarvon menetelmällä. Kumpi vaihtoehto on edullisempi, kun laskentakorkokantana on edelleen 8 %?

9 Yritys harkitsee henkilöstön koulutusprojektin käynnistämistä. Koulutus maksaisi saadun tarjouksen mukaan 100 000 euroa. Yritys arvioi, että koulutus kohottaisi tuottavuutta siten, että yrityksen tulos (verojen jälkeen) paranisi seuraavan neljän vuoden aikana 40 000 eurolla vuodessa. Onko koulutusprojektin käynnistäminen taloudellisesti kannattavaa, kun laskentakorkokanta on 10 %?

10 Kaivinkoneen hankintahinta on 800 000 euroa. Sen arvioitu käyttöikä on kuusi vuotta. Kaivinkoneen käytöstä aiheutuvat vuotuiset kustannukset ovat seuraavan taulukon mukaiset.

Palkkakustannukset	100 000 €
Polttoaine, huolto ja korjaukset	90 000 €
Vakuutukset ja sekalaiset kulut	10 000 €

Vuotuiset bruttotuotot ovat arviolta 400 000 euroa ja jäännösarvo 125 000 euroa. Onko investointi kannattava, kun laskentakorkokanta on 10 %?

11 Edellisen tehtävän kaivinkoneen sijasta voitaisiin hankkia käytetty kaivinkone, jonka hankintahinta on 400 000 euroa ja arvioitu käyttöikä neljä vuotta. Vuotuiset polttoaine-, huolto- ja korjauskustannukset ovat arviolta 10 % suuremmat kuin uuden koneen vastaavat kustannukset. Vuotuisten tuottojen arvioidaan olevan vastaavasti 10 prosenttia uuden koneen tuottoja pienemmät. Käytetyn koneen jäännösarvoksi neljän vuoden kuluttua arvioidaan 75 000 euroa. Kumpi vaihtoehdoista on edullisempi, jos käytetään 10 prosentin laskentakorkokantaa?

12 Hankkeen investointikustannukset ovat 650 000 euroa. Investoinnin käyttöiäksi arvioidaan neljä vuotta, vuotuisiksi käyttökustannuksiksi 250 000 euroa ja jäännösarvoksi 100 000 euroa. Määritä Excelin avulla, kuinka suuri vuotuisen tuoton pitäisi vähintään olla, jotta investointi olisi kannattava, kun laskentakorkokanta on a) 6 prosenttia, b) 10 prosenttia.

13 Hankkeen investointikustannukset ovat 100 000 euroa, investointiajanjakso viisi vuotta ja jäännösarvo 10 000 euroa. Kuinka monta prosenttia investointikustannuksista vuotuisen nettotuoton tulisi vähintään olla, jotta investointi olisi kannattava, kun laskentakorkokanta on 10 prosenttia.

14 Määritä Excelin avulla, kuinka pitkä koneen käyttöiän tulisi vähintään olla, kun sen hinta asennuksineen on 500 000 euroa ja vuotuinen nettotuotto 90 000 euroa. Jäännösarvo oletetaan nollaksi ja laskentakorkokanta on 8 %.

15 Veka Ky harkitsee uuden tuotteen valmistuksen aloittamista. Tuotetta voidaan valmistaa tuotantomenetelmillä A ja B. Tuotantomenetelmien vaatimat kustannukset ja tuotot ovat seuraavan taulukon mukaiset.

	A	B
Tuotantolinjan hankinta	520 000 €	400 000 €
Käyttöönottokoulutus	50 000 €	50 000 €
Muut investointikustannukset	150 000 €	100 000 €
Vuotuiset palkkakustannukset	200 000 €	200 000 €
Muut vuotuiset kustannukset	150 000 €	100 000 €
Vuotuinen tuotto	600 000 €	500 000 €

Molempien vaihtoehtojen investointiajanjakso on neljä vuotta ja jäännösarvot oletetaan nolliksi.

a) Selvitä nykyarvomenetelmällä, kumpi vaihtoehto on edullisempi, kun korkokanta on 6 prosenttia.

b) Tutki, muuttuuko vaihtoehtojen edullisuusjärjestys, jos laskentakorkokanta on 10 prosenttia.

16 Tilitoimiston työt ovat lisääntyneet siinä määrin, että sen on palkattava uusi työntekijä tai hankittava tehokkaampi tietojärjestelmä. Uuden henkilön palkkaamisesta aiheutuu kustannuksia sosiaalikuluineen 36 000 euroa vuodessa. Tietojärjestelmän hankinnasta aiheutuvat kustannukset ovat puolestaan seuraavat:

Laitteiston hankinta	50 000 €
Ohjelmiston hankinta	25 000 €
Koulutus	10 000 €
Muut investointikustannukset	5 000 €

Laitteiston huolto maksaisi vuosittain 8 % hankintahinnasta ja ohjelmiston ylläpito 6 % ohjelmiston hinnasta. Muut vuotuiset käyttökustannukset ovat arviolta 10 000 euroa. Investoinnin pitoajan arvioidaan olevan viisi vuotta ja jäännösarvon 5 000 euroa. Kannattaako yrityksen hankkia uusi tietojärjestelmä vai palkata uusi työntekijä, kun laskentakorkokanta on 8 %.

17 Muuttuuko edellisen tehtävän tulos, kun oletetaan, että työntekijän palkkakustannukset ovat ensimmäisenä vuonna 36 000 euroa ja ne kasvavat vuosittain 4 %?

18 Kunta harkitsee uimahallin pysäköintialueen asfaltointia. Halvimman urakkatarjouksen mukaan se maksaisi 100 000 euroa. Asfaltointi pitäisi uusia 10 vuoden välein. Jos pysäköintialue asfaltoidaan, sen vuotuiset auraus-, ym. kunnossapitokustannukset ovat viiden ensimmäisen vuoden aikana 6 000 euroa vuodessa. Sen jälkeen niiden arvioidaan kasvavan vuosittain 10 prosenttia. Jos pysäköintialuetta ei asfaltoida, sen vuotuiset auraus- ja kunnossapitokustannukset ovat 22 000 euroa. Onko pysäköintialueen asfaltointi taloudellisesti perusteltua, kun laskentakorkokanta on a) 6 prosenttia, b) 10 prosenttia?

19 Huonekaluliike tarvitsee lisää varastotilaa. Sitä voisi vuokrata, jolloin tilojen vuosivuokra olisi 75 000 euroa. Toinen vaihtoehto on rakentaa uusi varasto, jonka rakentaminen maksaisi 250 000 euroa. Sen käyttöiäksi arvioidaan 20 vuotta ja vuotuisiksi lämmitys- ja kunnossapitokustannuksiksi 45 000 euroa. Lisäksi jouduttaisiin maksamaan tontin vuokraa 5 000 euroa vuodessa. Rakennuksen jäännösarvon 20 vuoden kuluttua arvioidaan olevan 10 prosenttia rakentamiskustannuksista. Kannattaako varaston rakentaminen, kun laskentakorkokanta on 8 prosenttia?

20 Konepaja aikoo hankkia hitsausrobotin. Sen voi ostaa tai leasingvuokrata. Robotin ostohinta on 100 000 euroa. Sen vuotuiset huoltokustannukset ovat 6 000 euroa ja taloudellinen käyttöikä viisi vuotta. Viiden vuoden kuluttua robotista saisi myytäessä tai vaihdossa uuteen arviolta 20 000 euroa. Kuinka suuri robotin vuosivuokra saa enintään olla, jotta vuokraaminen olisi kannattavaa, kun laskentakorkokanta on 8 %.

21 Selvitä Excelin avulla, kuinka paljon edellisen tehtävän robotti saisi enintään maksaa, jotta sen ostaminen olisi yhtä edullista kuin vuokraaminen, jos vuosivuokra on 32 000 euroa ja laskentakorkokanta 11,5 %.

22 Yrityksen vanha kone on mennyt epäkuntoon. Sen peruskorjaus maksaisi 20 000 euroa, jolloin sitä voitaisiin käyttää vielä neljä vuotta. Uusi kone maksaisi 60 000 euroa. Sen arvioitu käyttöikä on 10 vuotta. Vanhan koneen vuotuiset käyttökustannukset olisivat 5 000 euroa suuremmat kuin uuden koneen käyttökustannukset. Molempien koneiden jäännösarvot ovat 8 000 euroa. Vanha kone on korjaamattomana täysin arvoton. Kannattaako vanhan koneen korjaus, kun laskentakorkokanta on 6 %?

23 Kiinteistön maalaus maksaisi yhteensä 30 000 euroa, josta maalin osuus on 30 % ja loput työkustannuksia. Maalaus on uusittava 8 vuoden välein. Markkinoille on tullut uusi maalilaatu, jota käyttämällä maalauksen uusimisväli olisi 12 vuotta. Kuinka monta prosenttia nykyisin käytettävää maalia enemmän uusi maalilaatu saa maksaa, jotta sen käyttö olisi kannattavaa, kun laskentakorkokanta on 8 %?

24 Edustaja Matti Mäki harkitsee nykyisen autonsa vaihtamista uuteen. Nykyisestä autosta saisi vaihdossa 12 000 euroa. Uuden auton hinta on 29 000 euroa, ja sen taloudellinen käyttöikä viisi vuotta. Viiden vuoden kuluttua jäännösarvon arvioidaan olevan 12 000 euroa. Jos Matti pitää vanhan autonsa, hän arvioi voivansa käyttää sitä vielä kaksi vuotta, jonka jälkeen siitä saisi arviolta 6 000 euroa. Vanhan auton vuotuiset polttoaine-, huolto- ja korjauskustannukset ovat 1 000 euroa suuremmat kuin uuden auton vastaavat kustannukset. Kannattaako Matin vaihtaa auto heti vai kahden vuoden kuluttua, kun laskentakorkokanta on 8 prosenttia? (Ohje: Jos vanha auto päätetään pitää vielä kaksi vuotta, sen arvoa on pidettävä sen käytöstä aiheutuvana kustannuksena, koska tällöin kyseinen rahamäärä jää saamatta.)

25 Hotellin pitää uusia huoneidensa lattioiden päällysteet. Jos käytetään samaa kokolattiamattoa kuin aikaisemmin, uusiminen maksaa 70 000 euroa. Tällöin päällysteet joudutaan uusimaan viiden vuoden välein. Markkinoille on tullut myös kestävämpi lattianpäällyste. Sitä käytettäessä uusiminen on suoritettava 8 vuoden välein. Kuinka paljon kestävämmän laadun käyttäminen saa enintään maksaa, jotta sen käyttö olisi taloudellisesti perusteltua, kun laskentakorkokanta on 10 prosenttia?

26 Laske investoinnin sisäinen korkokanta seuraavissa tapauksissa.

	Hankintameno (€)	Nettotuotto/v (€)	Investointiajanjakso (v)
a)	450 000	100 000	7
b)	800 000	300 000	4
c)	275 000	90 000	4

27 Ravintola aikoo korottaa tasoaan tekemällä tilojen peruskorjauksen. Korjaus maksaisi halvimman urakkatarjouksen mukaan 250 000 euroa. Korjauksen ansiosta ravintolan vuotuisen nettotuoton arvioidaan kohoavan seuraavien neljän vuoden aikana 80 000 eurolla vuodessa. Laske investoinnin sisäinen korkokanta.

28 Kauppias aikoo uudistaa myymälätilojaan. Uudistaminen maksaisi 150 000 euroa, ja sen arvioidaan lisäävän vuotuista liikevaihtoa 200 000 eurolla vuodessa seuraavien neljän vuoden aikana. Kauppiaan saama katetuotto on 25 % liikevaihdosta. Kannattaako myymälätilojen uudistaminen, jos tavoitteena on vähintään 10 prosentin vuotuinen tuotto sijoitetulle pääomalle?

29 Yrittäjä aikoo hankkia käytetyn koneen. Hänellä on valittavana kaksi samanlaista mutta eri-ikäistä konetta. Vanhemman koneen jäljellä oleva käyttöikä on neljä vuotta ja uudemman koneen seitsemän vuotta. Vanhempi kone maksaa 310 000 euroa. Kuinka paljon yrittäjän kannattaa enintään tarjota uudemmasta koneesta, jotta se olisi vanhemman koneen kanssa laskennallisesti yhtä edullinen, kun molempien koneiden vuotuinen nettotuotto on 100 000 euroa?

30 Investoinnin perushankintameno on 1 000 000 euroa ja muut investointikustannukset 200 000 euroa. Vuotuisiksi kustannuksiksi arvioidaan ensimmäisenä vuonna 100 000 euroa. Sen jälkeen kustannusten arvioidaan kasvavan keskimäärin 5 prosenttia vuodessa. Vuotuiset tuotot ovat ensimmäisenä vuonna 350 000 euroa ja niiden arvioidaan kasvavan 10 prosenttia vuodessa. Jäännösarvon arvioidaan olevan viiden vuoden kuluttua 100 000 euroa. Laske investoinnin sisäinen korkokanta Excelin avulla.

31 Yrityksen hallitus tekee investointipäätöksen. Sen mukaan yritys tulee hankkimaan koneen, jonka hankintahinta on 250 000 euroa, arvioitu käyttöikä 8 vuotta, vuotuinen tuotto 90 000 euroa, vuotuiset kustannukset 40 000 euroa ja jäännösarvo pitoajan loputtua 25 000 euroa. Päätös perustuu laskelmaan, joka on tehty 6 prosentin korkokannalla. Kun investointipäätöstä ryhdytään toteuttamaan, yleinen korkotaso on noussut 4 prosenttiyksikköä. Myös koneen hankintahinta on noussut 10 prosenttia. Vuotuista tuottoarviota päätetään tällöin korottaa 5 000 eurolla ja vuotuisten kustannusten arvioidaan olevan 10 prosenttia suuremmat kuin päätöstä tehdessä. Pitäisikö investointipäätös purkaa?

32 Edellisen tehtävän investoinnin tuottoarviota tarkistetaan myöhemmin siten, että se on neljänä ensimmäisenä vuotena 95 000 euroa ja sen jälkeen 90 000 euroa. Laske investoinnin sisäinen korkokanta.

33 Tarkka Oy:n hallitus pohtii tietohallinnon kehittämistä. Nykyisin osa tietohallinnosta hoidetaan itse ja osa hankitaan ostopalveluna. Vaihtoehdot ovat koko tietohallinnon ulkoistaminen tai nykyisen järjestelmän kehittäminen, jolloin nykyisin ostopalveluna hankittavat sovellukset voitaisiin siirtää yritykselle. Jos nykyistä järjestelmää päätetään kehittää, investointikustannukset ovat yhteensä 400 000 euroa. Vuotuiset lisäkustannukset nykyiseen järjestelmään verrattuna ovat ensimmäisenä vuonna 35 000 euroa ja niiden arvioidaan kasvavan 3 prosenttia vuodessa. Uuden järjestelmän käyttöönotto toisi säästöä ostopalvelujen lakkauttamisen ansiosta ensimmäisenä vuotena 130 000 euroa, ja säästön arvioidaan sen jälkeen kasvavan 5 prosenttia vuodessa. Hallitus päättää toteuttaa tarvittavat investoinnit, jos niille saadaan vähintään 8 prosentin vuotuinen tuotto. Mikä on hallituksen päätös, kun uuden investoinnin taloudellinen käyttöikä on viisi vuotta ja jäännösarvo oletetaan nollaksi?

34 Laajeneva yritys tarvitsee lisää tuotantotilaa. Tarjolla olisi käytetty rakennus, jonka hinta on 1 800 000 euroa. Tiloja voitaisiin käyttää arviolta 20 vuotta, minkä jälkeen niiden arvoksi arvioidaan 500 000 euroa. Vuotuiset lämmitys- ja kunnossapitokustannukset ovat arviolta 80 000 euroa. Yrityksen olisi myös mahdollista rakentaa uudet tilat. Niiden arvioitu käyttöikä olisi 30 vuotta ja jäännösarvo 800 000 euroa. Vuotuiset lämmitys- ja kunnossapitokustannukset ovat arviolta 50 prosenttia pienemmät kuin käytetyn rakennuksen vastaavat kustannukset. Kuinka paljon uuden rakennuksen rakentaminen saa maksaa, jotta se olisi kannattavaa, kun laskentakorkokanta on 8 prosenttia?

35 Taksiautoilija aikoo hankkia uuden auton. Hänellä on kaksi vaihtoehtoa:

	A	B
Hankintahinta	42 000 €	30 000 €
Polttoainekust./vuosi	20 000 €	25 000 €
Huoltokust./vuosi	1 000 €	800 €
Vakuutukset/vuosi	1 400 €	1 000 €
Pitoaika	4 v	3 v
Jäännösarvo	15 000 €	12 000 €

Kumpi auto taksiautoilijan kannattaa hankkia, kun laskentakorkokanta on 8 prosenttia?

36 Edellisessä tehtävässä optimistinen vaihtoehto on, että molempien autojen pitoaika on vuoden pitempi, mutta kustannukset ja jäännösarvot samat kuin edellä. Pessimistisen vaihtoehdon mukaan vuotuiset polttoaine- ja huoltokustannukset ovat 20 prosenttia edellä esitettyä korkeammat ja korkokanta 12 prosenttia. Tee molempien autojen hankinnasta laskelmat optimistisen ja pessimistisen vaihtoehdon toteutuessa. Pitäisikö hankintapäätöstä muuttaa, jos a) optimistinen vaihtoehto, b) pessimistinen vaihtoehto toteutuu?

37 Yritys aikoo aloittaa uuden tuotteen valmistuksen. Tehdyn selvityksen perusteella tuotteen myyntimääräksi vuosittain arvioidaan 15 000 kappaletta ja myyntihinnaksi 60 euroa kappaleelta. Optimistinen arvio on 10 % edellä mainittuja lukuja suurempi ja pessimistinen arvio 10 % pienempi. Tuotteen valmistuksesta aiheutuvat muuttuvat kustannukset ovat seuraavat:

Välittömät palkat	12,50 €/kpl
Raaka-aineet	15,00 €/kpl
Muut muuttuvat kustannukset	2,50 €/kpl

Kiinteät kustannukset arvioidaan 60 000 euroksi vuodessa. Optimistisen arvion mukaan kaikki kustannukset ovat 5 % edellä esitettyä pienemmät ja pessimistisen arvion mukaan 5 % suuremmat. Tuotteen valmistusta varten joudutaan rakentamaan uusi tuotantolinja, jonka investointikustannukset ovat 900 000 euroa. Tuotantolinjaa voitaisiin käyttää viisi vuotta.

Tee Excelin avulla laskelmat, jos

a) kaikki todennäköiset vaihtoehdot toteutuvat

b) kaikki optimistiset vaihtoehdot toteutuvat

c) kaikki pessimistiset vaihtoehdot toteutuvat

d) sekä optimistinen myyntimäärä- että myyntihinta-arvio, mutta pessimistiset kustannusarviot toteutuvat.

Laskentakorkokanta on 10 %.

8
Hinnoittelu

Tuotteen tai palvelun hinta on keskeinen ihmisten ostopäätöksiin vaikuttava tekijä. Välttämättömyystuotteissa liian kallis hinta johtaa korvaavan tuotteen hankkimiseen, muissa tuotteissa mahdollisesti ostopäätöksen lykkäämiseen tai jopa perumiseen. Oikein hinnoiteltu tuote tuottaa usein yritykselle huomattavan kilpailuedun – kannattaa siis osata hinnoitella oikein.

Markkinataloudessa kilpailevien yritysten hinnoittelu on jopa kriittinen menestystekijä. Oikein hinnoiteltu hyödyke (tavara tai palvelu) saa usein aikaan positiivisen kassavirran. Jos hinnoittelu epäonnistuu, voivat seuraukset vastaavasti olla kauaskantoisia. Muun muassa uusien automallien hinnoittelussa on useille maahantuojille joskus sattunut epäonnistumisia.

ESIMERKKI 1

Autojen maahantuoja on sopinut tehtaan kanssa, että se tilaa uutta automallia vuoden aikana yhteensä 2 000 kappaletta. Myynnin alettua maahantuoja havaitsee, että mallin kysyntä on paljon arvioitua pienempää. Markkinatutkimuksen tuloksena todetaan, että kuluttajat pitävät automallia hyvänä mutta kilpailijoihin nähden ylihinnoiteltuna.

Maahantuojan keinot tilanteen korjaamiseksi ovat vähissä. Yksinkertaisin tapa olisi laskea automallin hintaa, mutta se aiheuttaisi todennäköisesti tyytymättömyyttä auton jo tilanneiden keskuudessa. Nämä asiakkaat eivät ehkä seuraavalla kerralla enää edes ostaisi samanmerkkistä autoa. Jos taas mitään ei tehdä, tilanne korjautuu vähitellen, kun muiden automallien hinnat kohoavat. Maahantuojan uusien autojen varasto kuitenkin kasvaa, ja varastoon sitoutuu runsaasti pääomaa. Lisäksi automalleihin tehdään vuosittain ainakin kosmeettisia muutoksia. Varastoon jäävät autot joudutaan seuraavana vuonna joka tapauksessa myymään alennuksella.

Hyödykkeen hinnoittelu riippuu monesta seikasta. Hinnan **alaraja** riippuu ainakin pitkällä aikavälillä todellisista kustannuksista. Markkinataloudessa toimiva yritys ei voi toimia tappiollisesti kovin pitkään.

Ylärajan määräävät markkinat, toisin sanoen se kuinka paljon kuluttajat ovat valmiita kyseisestä hyödykkeestä maksamaan. Tähän taas vaikuttavat muun muassa markkinoilla olevat kilpailevat tuotteet sekä niiden hinnat ja saatavuus. Myös mielikuvatekijöillä on monesti suuri merkitys. Hinnoittelua voidaankin tukea oikein suunnatulla mielikuvamarkkinoinnilla.

Hinnan ylä- ja alarajan erotusta kutsutaan **hinnoittelualueeksi.**

Hyödykkeen hinta voi olla kiinteä tai se voi vaihdella asiakkaan mukaan. Monet halvat, säännöllisesti käytettävät tuotteet ja palvelut ovat kiinteähintaisia. Esimerkiksi päivittäistavarat maksavat samassa liikkeessä kaikille asiakkaille yhtä paljon. Näihinkin voi kuitenkin sisältyä kanta-asiakasalennuksia (bonukset, määräalennukset). Monien investointi- tai kestokulutushyödykkeiden hinta vaihtelee asiakkaan mukaan.

Joskus tuotteen hintaa ei vielä lopullisesti tiedetä edes myyntitapahtuman yhteydessä. Asiaa kuvaa seuraava esimerkki.

ESIMERKKI 2

Uuden matkapuhelimen hinta on liikkeessä 300 euroa. Liike hyvittää asiakkaalle vanhasta matkapuhelimesta 100 euroa. Myöhemmin liike joutuu myymään asiakkaalta ostamansa puhelimen 75 eurolla. Tällöin uuden matkapuhelimen kaupasta saadaan 275 euroa, vaikka vanhan puhelimen myynnistä ei aiheutuisi mitään kustannuksia eikä vaihdossa tuleville tuotteille asetettaisi tuottovaatimuksia.

Asiakas tarkastelee hyödykkeen hintaa vain omasta näkökulmastaan. Hänelle tärkeintä on saada tuote tai palvelu kilpailukykyiseen hintaan. Yritykselle tiettyjen asiakkaiden maksama hinta ei yleensä ole ratkaiseva, vaan sen on tarkasteltava myyntiä kokonaisuutena. Vaikka asiakkailta saataisiin yrityksen kannalta erinomainen hinta, tulos voi kokonaisuudessaan olla huono, jos myynnin määrä jää selvästi tavoitteesta. Yritysten hinnoittelu perustuukin myyntibudjettiin, jossa asetetaan sekä **hintatavoitteet** että **määrälliset tavoitteet.**

Tässä luvussa hinnoittelua tarkastellaan kustannuslähtöisesti käyttäen hyväksi katetuottolaskentaa. Tutustutaan katetuottolaskentaan ennen kuin perehdytään tarkemmin hinnoitteluun.

8.1 Katetuottolaskennan perusteet

Katetuottolaskenta perustuu **lineaariseen funktioon** ja oletukseen, että kaikki kustannukset voidaan jakaa **kiinteisiin** ja **muuttuviin kustannuksiin.** Lisäksi oletetaan, että muuttuvat kustannukset yksikköä kohti pysyvät samoina, vaikka **suoritemäärä** (valmistus- tai myyntimäärä) vaihtelisi.

Katetuottolaskennan ajatuksena on, että jokaisesta valmistetusta tai myydystä tuotteesta saadaan tietty tuotto, mutta se vaatii myös kustannuksia. Tuotteista on saatava niin suuri **myyntikate,** että kiinteät kustannukset ovat sitä pienemmät. Tällöin toiminta on kannattavaa.

Laskelmissa käytetään myöhemmin seuraavia merkintöjä:
K = kokonaiskustannukset
K_k = kiinteät kustannukset
K_m = muuttuvat kustannukset
k = kokonaiskustannukset yhtä yksikköä kohti
k_m = muuttuvat kustannukset yksikköä kohti
x = suoritemäärä (valmistettava tai myytävä määrä).

Rajoitetun ajanjakson (esimerkiksi vuoden) aikana kiinteät kustannukset eivät riipu toiminnan laajuudesta. Muuttuvia kustannuksia ovat kaikki sellaiset kustannukset, jotka vaihtelevat, kun suoritemäärä vaihtelee. Lisäksi katetuottolaskennassa oletetaan, että muuttuvat kustannukset yksikköä kohti pysyvät vakiona suoritemäärän vaihtelusta riippumatta.

ESIMERKKI 3

Tyypillisiä kiinteitä kustannuksia ovat muun muassa tilojen kuukausivuokrat, kuukausipalkat ja kiinteistöverot. Muuttuvia kustannuksia aiheuttavat muun muassa raaka-aineiden tai tuotteiden ostot ja suoritepalkat (urakkapalkat).

Kokonaiskustannukset ovat kiinteiden ja muuttuvien kustannusten summa eli

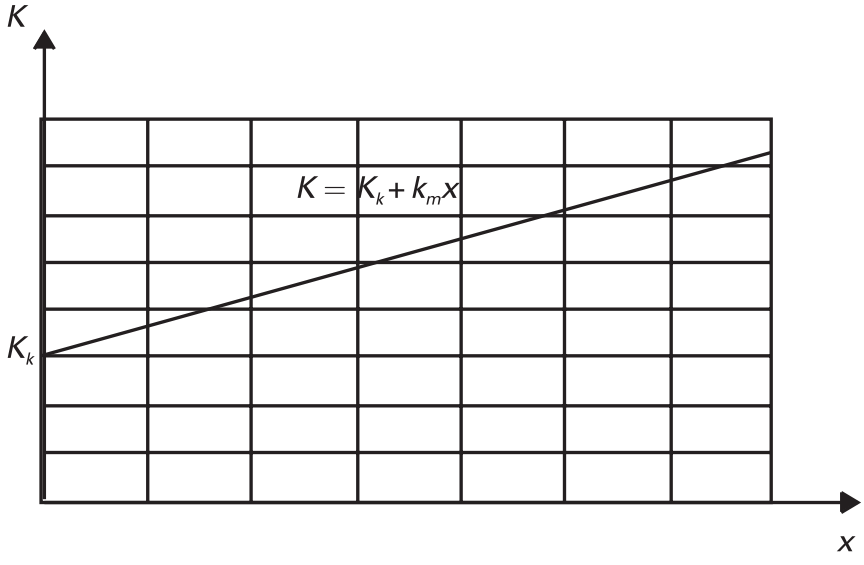
$$K = K_k + K_m.$$

Muuttuvat kustannukset K_m riippuvat suoritemäärästä siten, että $K_m = k_m x$.

Kokonaiskustannusten riippuvuus suoritemäärästä voidaan siten ilmaista seuraavalla **kustannusfunktiolla.**

$$K = K_k + k_m x$$

Kustannusfunktio on suoritemäärän lineaarinen funktio.



ESIMERKKI 4

Parturiliike haluaa kilpailun kiristyessä hinnoitella hiustenleikkuun uudelleen. Sitä varten se tarkastelee tilikauden kustannusrakennetta. Vuokra, vesi, sähkö, lämpö ja muut kiinteät kustannukset olivat edellisellä tilikaudella 6 000 euroa. Yhden hiustenleikkuun muuttuvat kustannukset (suoritepalkat, aineet ym.) ovat 10 euroa.

a) Muodosta kustannusten riippuvuutta suoritemäärästä kyseisen tilikauden aikana kuvaava funktio ja piirrä sen kuvaaja.

b) Laske tilikauden kokonaiskustannukset, kun sen aikana tehtiin 4 620 hiustenleikkuuta.

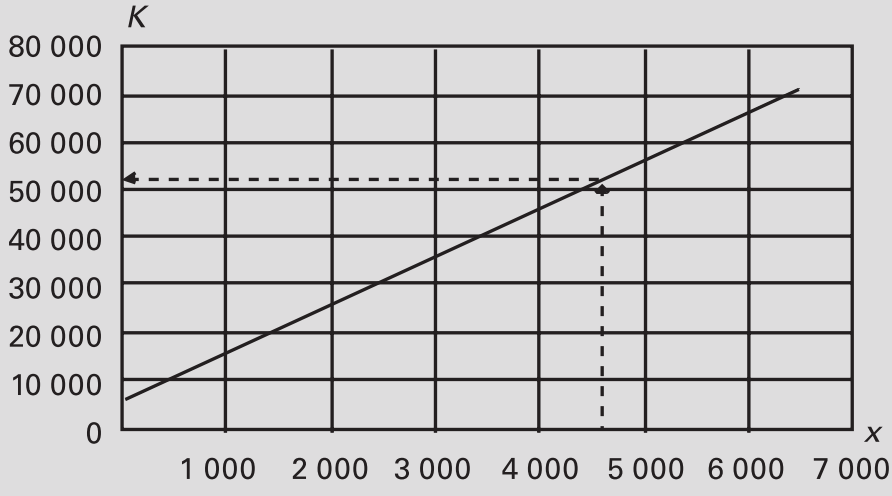
a) Merkitään suoritemäärää (= hiustenleikkausten määrä) symbolilla x. Se vaihtelee eri tilikausien aikana ja jopa päivittäin. Koska $K_k = 6\,000$ € ja $k_m = 10$ €, saadaan kustannusfunktioksi $K = 6\,000 + 10x$. Se on lineaarinen funktio, eli sen kuvaaja on suora. Määritetään kaksi suoran pistettä.

Koska suoritemäärä ei voi olla negatiivinen luku, on pienin mahdollinen x:n arvo 0. Suurin arvo riippuu parturiliikkeen **kapasiteetista** eli siitä, kuinka monta tukanleikkuuta tilikauden aikana enintään voidaan suorittaa. Oletetaan, että tässä tapauksessa määrä on 6 500.

$K(0) = 6\,000 + 10 \cdot 0 = 6\,000$

$K(6\,500) = 6\,000 + 10 \cdot 6\,500 = 71\,000$

Kustannusfunktion $K = 6\,000 + 10x$ kuvaaja on seuraavan kuvan mukainen.



b) Kun $x = 4\,620$, $K = 6\,000 + 10 \cdot 4\,620 = 52\,200$, eli kokonaiskustannukset tilikaudella olivat 52 200 euroa. Sen likiarvo voidaan määrittää myös kustannusfunktion kuvaajasta.

Yrityksen kannattavuuden vuoksi on tärkeää, että kokonaiskustannukset yhtä yksikköä kohti (lyhyemmin **yksikkökustannukset)** ovat kilpailukykyiset. Esimerkiksi viime aikoina paljon puhuttu ”Kiina-ilmiö” johtuu siitä, että yritykset kilpaillessaan globaaleilla markkinoilla joutuvat minimoimaan yksikkökustannukset. Tuotannon siirtäminen Kiinaan ja muihin halvan työvoiman maihin pienentää tuotteiden valmistuksen yksikkökustannuksia.

Yksikkökustannukset saadaan, kun muuttuviin yksikkökustannuksiin lisätään osuus kiinteistä kustannuksista.

$$k = \frac{K}{x} = \frac{K_k + k_m x}{x} = \frac{K_k}{x} + k_m$$

ESIMERKKI 5

Laske edellisen esimerkin parturiliikkeen yksikkökustannukset a) edellisen tilikauden suoritemäärällä 4 620, b) seuraavan tilikauden arvioidulla suoritemäärällä 4 900.

a) Yksikkökustannukset saadaan jakamalla kiinteät kustannukset 6 000 euroa suoritemäärällä ja lisäämällä siihen muuttuvat yksikkökustannukset.

$$k = \frac{6\,000}{4\,620} + 10 = 11{,}30$$

Yhden hiustenleikkuun kokonaiskustannukset edellisellä tilikaudella olivat 11,30 euroa.

b) $k = \frac{6\,000}{4\,900} + 10 = 11{,}20$, eli yksikkökustannukset ovat 11,20 €.

Yksikkökustannukset pienenevät suoritemäärän kasvaessa, koska kiinteät kustannukset jakaantuvat entistä suuremmalle suoritemäärälle.

Yrityksen kannattavuus riippuu paitsi yksikkökustannuksista, myös tuotteesta tai palvelusta saatavasta hinnasta. Jos hyödykkeen yksikköhintaa merkitään symbolilla p ja kokonaistuottoa symbolilla T, myös kokonaistuotto on suoritemäärän lineaarinen funktio.

$$T = px$$

Jos myyntihinta ei ole sama kaikille asiakkaille, voidaan kokonaistuotto laskea keskimääräisen hinnan perusteella tai laskea se seuraavalla kaavalla.

$$T = p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n$$

Kaavassa x_1 on hinnalla p_1 myyty hyödykemäärä, x_2 hinnalla p_2 myyty hyödykemäärä jne.

ESIMERKKI 6

Esimerkissä 4 mainitussa parturiliikkeessä hiustenleikkauksen arvonlisäveroton[1] hinta on 16 euroa. **Laske yrityksen tilikauden a) kokonaistuotto, b) tuottojen ja kustannusten erotus.**

a) Koska $p = 16$, on $T = 16x$. Parturiliikkeen suoritemäärä tilikaudella oli 4 620 hiustenleikkuuta, joten $T = 16 \cdot 4\,620$ € $= 73\,920$ €.

b) Koska kokonaiskustannukset tilikaudella olivat 52 200 € (katso esimerkki 4), on

$T - K = (73\,920 - 52\,200)$ € $= 21\,720$ €.

[1] Kustannuslaskennassa tuottoja käsitellään arvonlisäverottomina, koska yritykselle arvonlisävero on "myynnin oikaisuerä", yritys toimii vain arvonlisäveron tilittäjänä valtiolle.

Tuottojen ja kustannusten erotus osoittaa parturiliikkeen tuloksen kyseiseltä tilikaudelta ennen veroja. **Tulos** V on tuottojen T ja kustannusten K erotus, eli

$$V = T - K.$$

Toisaalta, koska $T = px$ ja $K = K_k + k_m x$, saadaan $V = px - (K_k + k_m x)$. Sieventämällä saadaan lopullinen tuloksen kaava.

$$V = (p - k_m)\,x - K_k.$$

Suoritemäärää, jolla yritykselle ei tule voittoa eikä tappiota, sanotaan **kriittiseksi suoritemääräksi** tai **kriittiseksi pisteeksi.**

ESIMERKKI 7

Mikä on esimerkin 4 parturiliikkeen kriittinen suoritemäärä?

Määritetään se suoritemäärä, jolla tulos $V = 0$. Koska $p = 16$ €, $k_m = 10$ € ja $K_k = 6\,000$ €, saadaan $V = (16 - 10)x - 6\,000$ eli $V = 6x - 6\,000$.

$6x - 6\,000 = 0$

$6x = 6\,000$

$$x = \frac{6\,000}{6} = 1000.$$

Edellisen esimerkin tulos $x = 1\,000$ tarkoittaa sitä, että parturiliikkeen on suoritettava vähintään 1 000 hiustenleikkuuta tilikaudessa välttyäkseen tappiolta.

Tuloksen kaavassa olevaa lauseketta $(p - k_m)x$ sanotaan **(kokonais)-katetuotoksi** ja lauseketta $p - k_m$ **yksikkökatetuotoksi.** Katetuotolla (KT) tarkoitetaan siis **tuottojen ja muuttuvien kustannusten** erotusta.

ESIMERKKI 8

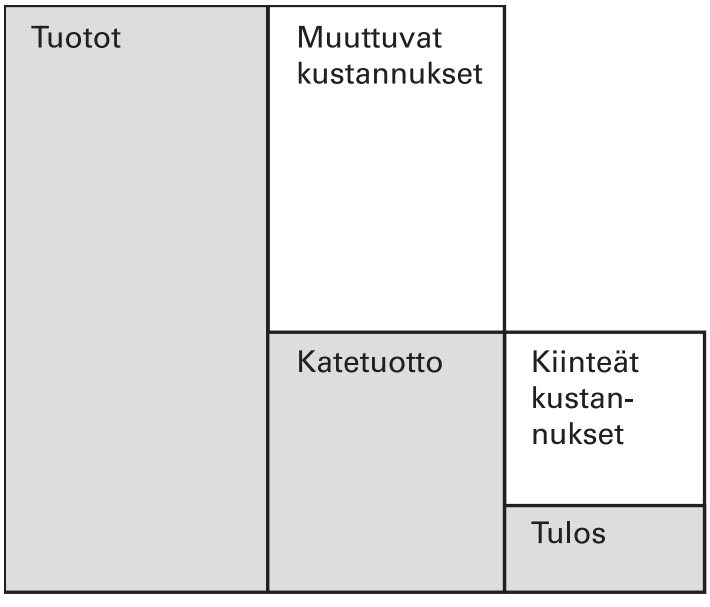
Mikä on edellisen esimerkin parturiliikkeen a) yksikkökatetuotto, b) kokonaiskatetuotto edellisellä tilikaudella?

a) Koska $p = 16$ € ja $k_m = 10$ €, on yhden hiustenleikkuun kate
16 € $- 10$ € $= 6$ €.

b) Koska suoritemäärä oli 4 620 hiustenleikkuuta, on kokonaiskate
$6 \cdot 4\,620$ € $= 27\,720$ €.

Kiinteät kustannukset yritys kattaa katetuoton avulla. Kiinteät kustannukset ylittävä osa katetuotosta on voittoa.

Katetuottolaskennan keskeiset käsitteet voidaan esittää seuraavan kuvion avulla.



Tuloksen (voitto tai tappio) riippuvuus suoritemäärästä esitetään graafisesti **katetuottokuvion** avulla.

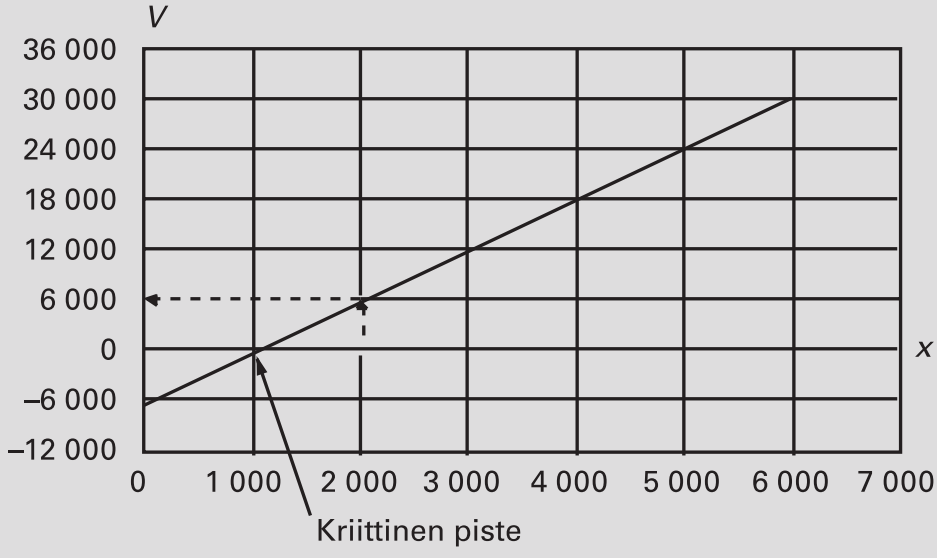
ESIMERKKI 9

Esitä parturiliikkeen tulos suoritemäärän funktiona.

Kuten edellä totesimme, tulos $V = 6x - 6\,000$. Sen kuvaaja on suora. Määritetään muutamia suoran pisteitä ja piirretään sen jälkeen kuvio.

x	0	2 000	6 000
V	–6 000	6 000	30 000

Katetuottokuvio: $V = 6x - 6\,000$



Käytännössä yrityksen tulos lasketaan **tuloslaskelman** avulla. Katetuottolaskennan mukainen tuloslaskelma on seuraava:

Tuotot (T)
– Muuttuvat kustannukset (K_m)
Katetuotto (KT)
– Kiinteät kustannukset (K_k)
Tulos (V)

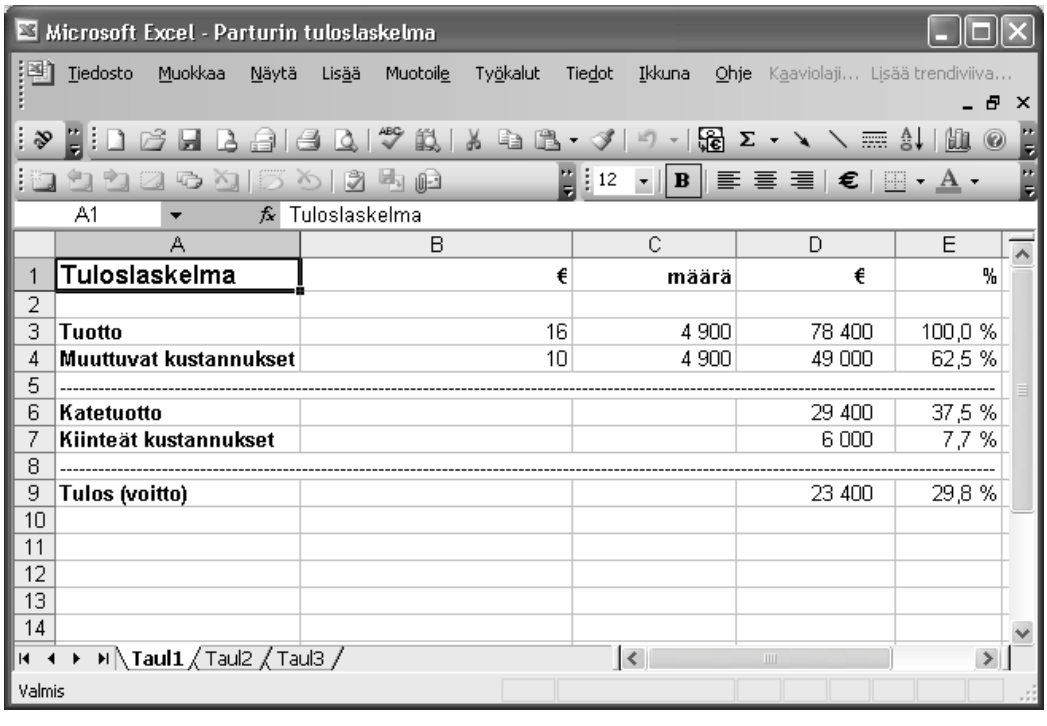
ESIMERKKI 10

Laske parturiliikkeen tulos tilikaudelta, kun suoritemäärä on a) 4 620 hiustenleikkuuta, b) 4 900 hiustenleikkuuta.

a)	Tuotto (16 · 4 620 €)	73 920 €	100,0 %
	Muuttuvat kustannukset (10 · 4 620 €)	46 200 €	62,5 %
	Katetuotto	27 720 €	37,5 %
	Kiinteät kustannukset	6 000 €	8,1 %
	Tulos	21 720 €	29,4 %
b)	Tuotto (16 · 4 900 €)	78 400 €	100,0 %
	Muuttuvat kustannukset (10 · 4 900 €)	49 000 €	62,5 %
	Katetuotto	29 400 €	37,5 %
	Kiinteät kustannukset	6 000 €	7,7 %
	Tulos	23 400 €	29,8 %

Kaikki prosenttiluvut lasketaan käyttäen perusarvona tuottoa. Prosenttiluvut ovat molemmissa tuloslaskelmissa samat katetuottoon asti. Kateprosentista (37,5 %) ei siis voi päätellä tulosta.

Käytännössä tuloslaskelma on kätevintä tehdä Excelin avulla, jolloin muutoksia on helppo tarkastella, kun laskutoimitukset on syötetty kaavoina taulukkoon.



	A	B	C	D	E
1	**Tuloslaskelma**	**€**	**määrä**	**€**	**%**
2					
3	**Tuotto**	16	4 900	78 400	100,0 %
4	**Muuttuvat kustannukset**	10	4 900	49 000	62,5 %
5	----------				
6	**Katetuotto**			29 400	37,5 %
7	**Kiinteät kustannukset**			6 000	7,7 %
8	----------				
9	**Tulos (voitto)**			23 400	29,8 %
10					
11					
12					
13					
14					

8.2 Katetuottohinnoittelun perusteet

Tarkastellaan aluksi yleistä hinnanasettamisongelmaa.

Markkinataloudessa yritykset voivat hinnoitella tuotteensa ja palvelunsa vapaasti. Ne pyrkivät yleensä mahdollisimman hyvään tulokseen (voiton maksimointiin). Kun hyödykkeen hinta nousee, sen kysyntä (menekki) tavallisesti laskee. Ongelmana on määrittää tuotteelle tai palvelulle sellainen hinta, että kysyntä huomioon ottaen siitä saatava kokonaistulos on mahdollisimman suuri. Voidaan kuitenkin helposti osoittaa, että kokonaistuloksen tarkastelun sijaan voidaan tarkastella kokonaiskatetuottoa, sillä sen maksimoituessa myös tulos maksimoituu.

ESIMERKKI 11

Elokuvateatterin lipun hinta on 9,00 euroa ja kävijämäärä nykyisin keskimäärin 2 000 kävijää kuukaudessa. Elokuvayhtiölle joudutaan maksamaan jokaisesta myydystä pääsylipusta elokuvan vuokraa 3,00 euroa. Oletetaan, että muita muuttuvia kustannuksia ei ole.

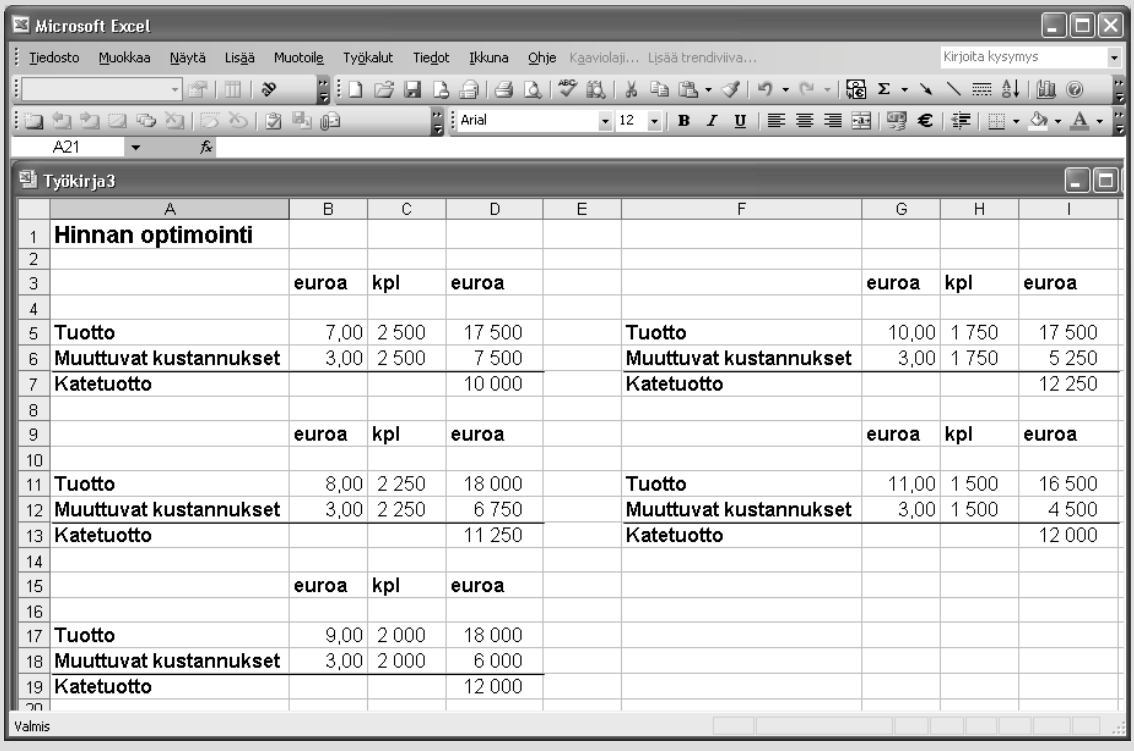
Elokuvissakävijöille tehdyn kyselyn perusteella arvioidaan, että lipun hinnan alentuessa yhdellä eurolla elokuvissakävijöiden määrä kasvaa pysyvästi 250 kävijällä kuukaudessa. Vastaavasti kahden euron alennus lisäisi kävijämäärää nykyisestä 500 kävijällä kuukaudessa. Jos taas lipun hintaa korotettaisiin, vähenisi myynti 250 lipulla kuukaudessa jokaista yhden euron hinnankorotusta kohti.

Onko nykyinen hinta oikea, vai pitäisikö sitä korottaa tai alentaa, jos pyritään voiton maksimointiin?

Lasketaan kokonaiskatetuotto kuukaudessa eri lipunhinnoilla. Tehdään aluksi taulukko kävijämääristä.

Lipun hinta (€)	Kysyntä (hlöä/kk)
7,00	2 500
8,00	2 250
9,00	2 000
10,00	1 750
11,00	1 500

Tehtävän ratkaisemisessa kannattaa käyttää taulukkolaskentaohjelmaa. Seuraavassa taulukossa kokonaiskatetuotot on laskettu edellä mainituilla hinnoilla.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Hinnan optimointi**								
2									
3		**euroa**	**kpl**	**euroa**			**euroa**	**kpl**	**euroa**
4									
5	**Tuotto**	7,00	2 500	17 500		**Tuotto**	10,00	1 750	17 500
6	**Muuttuvat kustannukset**	3,00	2 500	7 500		**Muuttuvat kustannukset**	3,00	1 750	5 250
7	**Katetuotto**			10 000		**Katetuotto**			12 250
8									
9		**euroa**	**kpl**	**euroa**			**euroa**	**kpl**	**euroa**
10									
11	**Tuotto**	8,00	2 250	18 000		**Tuotto**	11,00	1 500	16 500
12	**Muuttuvat kustannukset**	3,00	2 250	6 750		**Muuttuvat kustannukset**	3,00	1 500	4 500
13	**Katetuotto**			11 250		**Katetuotto**			12 000
14									
15		**euroa**	**kpl**	**euroa**					
16									
17	**Tuotto**	9,00	2 000	18 000					
18	**Muuttuvat kustannukset**	3,00	2 000	6 000					
19	**Katetuotto**			12 000					

Kun hintaa korotetaan 7,00 eurosta, kokonaiskatetuotto kasvaa siten, että se on suurimmillaan, kun hinta on 10,00 euroa. Sen jälkeen kokonaiskate näyttää kääntyvän laskuun.

Johtopäätös on, että paras kokonaiskate saavutettaisiin, jos elokuvalipun hintaa korotettaisiin 10,00 euroon kappaleelta.

Edellä olevan päättelyn heikkoutena on, että kaikkia mahdollisia hintoja ei ole kokeiltu. On mahdollista, että jokin hinta 9,00 ja 11,00 euron välillä antaisi vielä paremman kokonaiskatteen.

Seuraavassa esimerkki ratkaistaan käyttäen apuna differentiaalilaskentaa.

Jos elokuvalippujen kysyntää hinnan vaihdellessa merkitään symbolilla q ja lipun hintaa symbolilla p, voidaan lippujen kysynnän (kpl/kk) riippuvuutta hinnasta (euroa) kuvata funktiolla

$q(p) = ap + b$, jossa a ja b ovat vakioita.

Tämä johtuu siitä, että kysyntä muuttuu aina vakiomäärän hinnan muuttuessa yhden euron. Kysyntä q on siis hinnan p lineaarinen funktio.

Koska esimerkiksi $q = 2\,000$, kun $p = 9{,}00$ ja $q = 1\,750$, kun $p = 10{,}00$, saadaan vakioiden a ja b arvot ratkaisemalla yhtälöpari

$$\begin{cases} 2\,000 = a \cdot 9{,}00 + b \\ 1\,750 = a \cdot 10{,}00 + b \end{cases} \text{ eli}$$

$$\begin{cases} 9a + b = 2\,000 \\ 10a + b = 1\,750. \end{cases}$$

Ratkaisu on: $a = -250$ ja $b = 4\,250$, joten elokuvalippujen kysynnän ja hinnan välillä vallitsee yhteys

$q(p) = -250p + 4\,250.$

Kun lipun hinta on euroina p, on yksikkökatetuotto $(p - 3)$ ja kokonaiskate

$KT = (p - 3) \cdot q(p)$ eli $KT = (p - 3) \cdot (-250p + 4\,250)$.

Sieventämällä kokonaiskatetuoton riippuvuudeksi hinnasta p saadaan

$KT = -250p^2 + 5\,000p - 12\,750.$

Koska KT on toisen asteen polynomifunktio, sen kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli. Paraabelin huippupiste on samalla kokonaiskatetuoton maksimiarvo.

Määritetään tämä maksimiarvo derivoimalla KT ja asettamalla derivaatan arvoksi nolla.

$KT' = -500p + 5\,000$

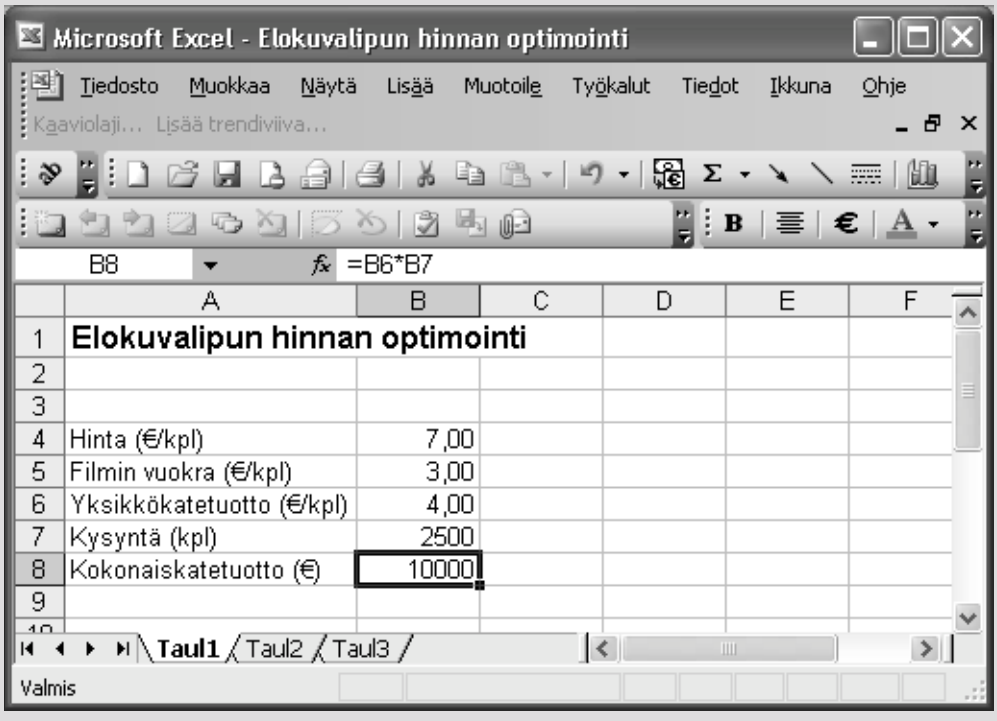
$KT' = 0$ eli $-500p + 5\,000 = 0$, josta saadaan: $p = 10$

Lasketaan vielä kokonaiskatetuoton arvo, kun $p = 10$

$KT(10) = -250 \cdot 102 + 5\,000 \cdot 10 - 12\,750 = 12\,250$

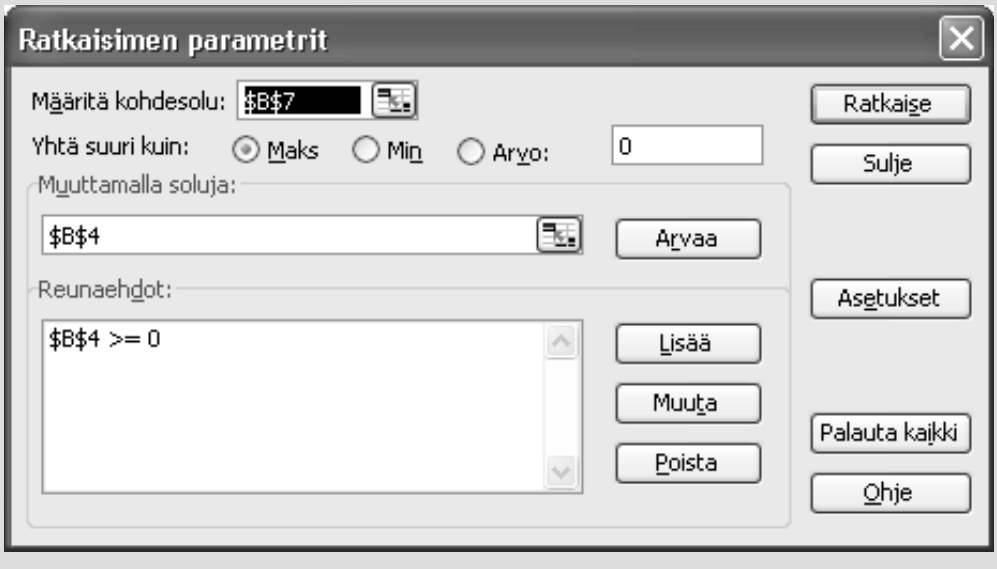
Saimme siis osoitetuksi, että elokuvateatterin kokonaiskatetuotto maksimoituu, kun lipun hinnaksi asetetaan 10,00 euroa. Kokonaiskatetuoton maksimiarvo on 12 250 euroa kuukaudessa.

Jos differentiaalilaskenta on päässyt unohtumaan, voi kokonaiskatetuoton maksimiarvon laskea tarkasti myös taulukkolaskennan avulla. Exceliin sisältyy **Ratkaisin**-apuohjelma **(Solver),** jonka avulla maksimiarvon määrittäminen käy helposti.

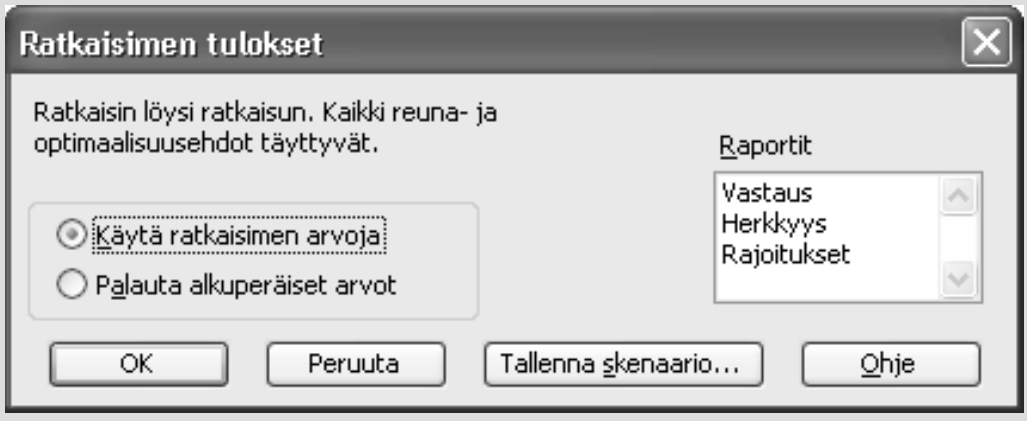


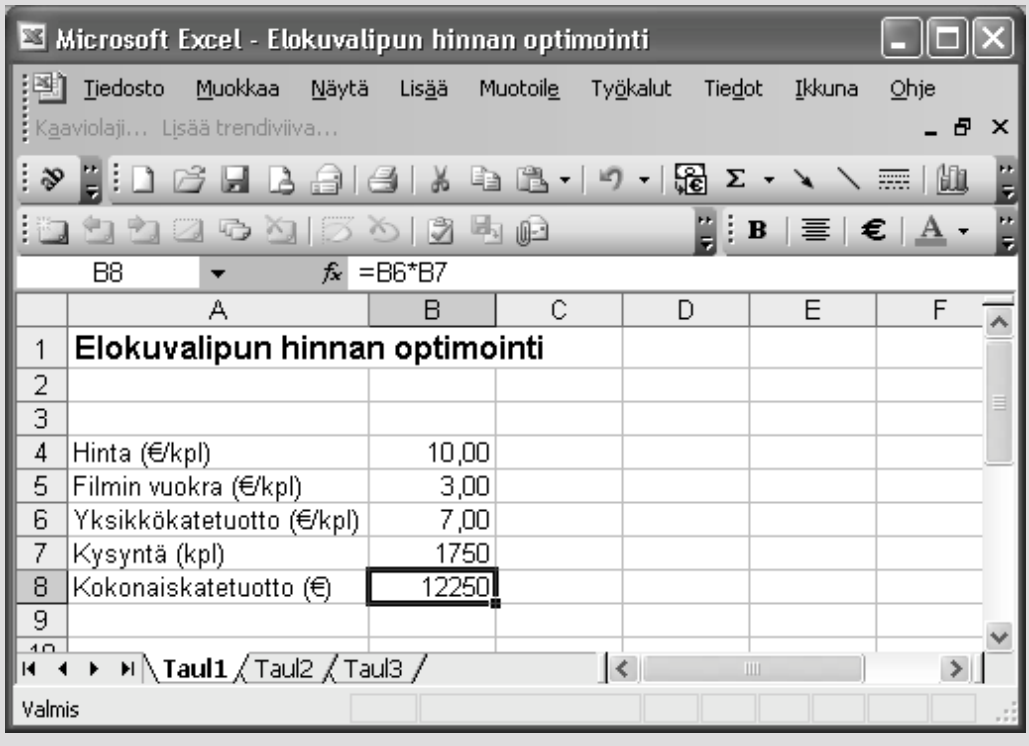
Asetetaan lipun hinnaksi aluksi esimerkiksi 7 euroa (solu B4). Yksikkökatetuotto (solu B5) saadaan silloin vähentämällä lipun hinnasta filmin vuokra 3 euroa (=B4-B5). Elokuvalippujen kysynnän riippuvuus hinnasta on edellä olevan mukaan muotoa –250p + 4 250, joten soluun B6 kirjoitetaan vastaava kaava (=-250*B4+4 250). Tällöin kokonaiskatetuotto on yksikkökatetuoton ja kysynnän tulo, eli soluun B7 kirjoitetaan kaava (=B5*B6).

Sen jälkeen käynnistetään Ratkaisin-apuohjelma Excelin Työkalut-valikosta. Ratkaisin pyytää määrittelemään kohdesolun (maksimoitavan solun B7), joka saadaan muuttamalla hinnan arvoa (solu B4). Lisäksi Ratkaisin pyytää mahdollisia reunaehtoja. Tässä tapauksessa reunaehdoksi on asetettu se, että hinta (solun B4 arvo) ei voi olla negatiivinen.



Napsautetaan hiirellä Ratkaise-painiketta, jolloin saadaan seuraava tulos.





Käytännössä hinnoittelu siis perustuu paitsi kustannuksiin myös kilpailutilanteeseen markkinoilla. Pitkällä aikavälillä toiminta on kuitenkin kannattavaa vain, jos toiminnasta saatavat tuotot ylittävät kustannukset. Tuotteiden ja palvelujen hinnoittelussa on siten välttämättä tarkasteltava kustannuksia.

8.3 Arvonlisävero

Ainoa lakisääteinen hinnoitteluun liittyvä kustannus on arvonlisävero; yrityksen on **tilitettävä myynnin ja ostojen erotuksesta arvonlisäveroa valtiolle.**

Suomessa yleinen arvonlisäveroprosentti on 22 prosenttia. Elintarvikkeiden ja rehujen arvonlisävero on 17 prosenttia. Kirjoista, lääkkeistä, liikuntapalveluista, elokuvanäytöksistä, henkilökuljetuksista, majoituspalveluista, kulttuuri- ja viihdetilaisuuksista ja televisioluvista arvonlisäveroa peritään 8 prosenttia.

Arvonlisäverotuksen yleisperiaate hinnoittelussa

Verovelvollinen (yritys) laskee 22 prosenttia arvonlisäveroa myymiensä tuotteiden verottomasta myyntihinnasta. Veron tilitysvaiheessa verovelvollinen saa kuitenkin vähentää tästä myynnin verosta hankintoihinsa sisältyvät ostojen verot. Valtiolle tilitetään näiden erotus.

Tilitettävä arvonlisävero = myynnin alv – ostojen alv

Lain mukaan arvonlisäverovelvollinen yritys saa vähentää arvonlisäverovelvollista liiketoimintaa varten toiselta arvonlisäverovelvolliselta ostamastaan tavarasta tai palvelusta sen arvonlisäveron, jonka myyjä joutuu tästä myynnistä maksamaan.

Jotta yritys voi tehdä ostoistaan edellä mainitun vähennyksen, **yrityksellä on oltava ostosta tosite, johon myyjä on merkinnyt arvonlisäveron määrän.**

K-MARKET PUISTORI
PUISTOLANTORI 1
P.3893286
LY-1634084-0

Latz kastike herkkulajitelma	4.69	B
Valio ykkösmaito 1l	0.79	B
Valio raparperi-herukkakeitto1kg	1.90	B
Torino pasta kaura plus 500g	1.60	B
2 x 0.33		
Piltti aurinkoinen 125g 4kk	0.66	B
0.555 x 4.90		
NAUTA-SIKA JAUHELIHA	2.72	TB
Kantolan kaurakeksi 300g term	1.89	B
0.784 x 1.59		
BANAANI	1.56	B
Muovikassi	0.13	E
0.367 x 3.49		
Pirkka kurkku	1.28	B

YHTEENSÄ e 17.22
OP KULTAKORTTI
L: 19966
A:06022803173059 1
PANKKIKRT 17.22

ALV	NETTO	VERO	BRUTTO	
17.00 %	14.61	2.48	17.09	B
22.00 %	0.11	0.02	0.13	E

PLUSSAA OSTOKSISTASI
4920158071435395

AUKIOLOAIKAMME:
ARKISIN 7-21
LAUANTAISIN 7-18
SUNNUNTAISIN 12-21
TERVETULOA UUDELLEEN!
#173059 C:000016 K:03 28/02/2006 17:08

On huomattava, että myyntitositteeseen merkitty arvonlisäveron määrä ei osoita ostajalle, kuinka paljon myyjä on tilittänyt arvonlisäveroa valtiolle. Se osoittaa vain, kuinka paljon tavaran tai palvelun myyntihetkellä siihen sisältyy kaikissa aikaisemmissa vaiheissa tilitettyä veroa. Ostajana toimivalle yritykselle tämä on kuitenkin olennainen tieto, koska sillä on ostovähennysoikeus nimenomaan tästä määrästä. Yritys ei voi tehdä ostovähennystä omaan käyttöön hankituista tavaroista tai palveluista. Jotta ostovähennyksen saa, oston pitää siis liittyä verolliseen liiketoimintaan.

Tilitettävä arvonlisävero on kustannus, joka yrityksen on otettava huomioon hinnoitellessaan tuotteita ja palveluja. Tarkastellaan aluksi tapausta, jossa tunnetaan verollinen myyntihinta ja on laskettava arvonlisäveron osuus siitä.

ESIMERKKI 12

Opiskelija ostaa tietokoneen ohjelmistoineen 1 200 eurolla. **Kuinka paljon hintaan sisältyy arvonlisäveroa, ja mikä on veroton hinta?**

Merkitään verotonta hintaa x:llä.
Koska veroton hinta + alv = verollinen hinta, saadaan yhtälö

$x + 0{,}22x = 1\,200$ €, eli

$1{,}22x = 1\,200$ €, josta

$$x = \frac{1\,200\ €}{1{,}22} = 983{,}60\ €.$$

$\text{Alv} = 0{,}22x = 0{,}22 \cdot 983{,}60\ € = 216{,}40\ €.$

Arvonlisäveron osuus on 216,40 € ja veroton hinta on 983,60 €.

Käytännössä arvonlisävero ja veroton hinta lasketaan yleensä seuraavan laskelman avulla:

Verollinen hinta	1 200,00 €	122 %
Alv 22 % $\left(\frac{22}{122} \cdot 1200\ €\right)$	216,40 €	22 %
Veroton hinta	983,60 €	100 %

Edellisen esimerkin yleistyksenä voidaan todeta, että kun arvonlisävero on 22 prosenttia verottomasta myyntihinnasta, se on $100 \cdot \frac{22}{122}\% = \mathbf{18{,}03}$ prosenttia verollisesta myyntihinnasta. Asia voidaan tarkistaa edellisestä esimerkistä: 0,1803 · 1 200 euroa = 216,36 euroa. Neljän sentin ero johtuu prosenttiluvun pyöristyksestä.

Katetuottohinnoittelussa ostohintana käytetään **arvonlisäverotonta ostohintaa.** Myös mahdolliset muut kustannukset otetaan laskelmaan arvonlisäverottomina. Tällöin tavaran tai palvelun myyntihintaan yhteensä sisältyvä arvonlisävero saadaan lisäämällä verottomaan myyntihintaan 22 prosenttia (tai 17 % tai 8 %).

ESIMERKKI 13

Vähittäisliike ostaa tukkuliikkeeltä tavaran, jonka verollinen hinta on 122 euroa ja veroton hinta 100 euroa. Vähittäisliikkeen myyntihinta saadaan lisäämällä verottomaan tukkuhintaan myyntikatetta 50 euroa ja sen lisäksi arvonlisäveroa 22 prosenttia. **Mikä on tavaran vähittäismyyntihinta, ja kuinka paljon vähittäisliike joutuu tilittämään tavarasta arvonlisäveroa valtiolle?**

Tehdään seuraava hinnoittelulaskelma:

Veroton ostohinta	100,00 €
Myyntikate	50,00 €
Veroton myyntihinta	150,00 €
Alv 22 % / 150 €	33,00 €
Verollinen myyntihinta	183,00 €

Koska ostohintaan sisältyy arvonlisäveroa 22 euroa, saa vähittäisliike vähentää tämän summan laskelmaan sisältyvästä veron määrästä (edellyttäen, että tavara myydään 183 eurolla).

Tilitettävä alv = 33,00 € – 22,00 € = 11,00 €.

Käytännössä katetuottohinnoittelu perustuu seuraavaan hinnoittelukaavioon:

Veroton ostohinta
+ Muut muuttuvat kustannukset
= Muuttuvat kustannukset (hankintahinta)
+ Katetuotto
= Veroton myyntihinta
+ Arvonlisävero
= Nettomyyntihinta
+ Varaukset
= Bruttomyyntihinta

Kauppaliikkeen hinnoittelussa muuttuvia kustannuksia ovat verottoman ostohinnan lisäksi esimerkiksi rahti- ja vakuutuskustannukset. Teollisuusyrityksissä muuttuvia kustannuksia ovat muun muassa raaka-ainekustannukset sekä välittömästä työstä aiheutuvat kustannukset.

Katetuotolla yrityksen on katettava toiminnastaan aiheutuvat kiinteät kustannukset. Katetuottoon sisältyy myös **voittolisä.** Katetuottohinnoittelussa katetuoton perusarvo on **veroton myyntihinta.**

Verottomaan myyntihintaan lisätään varaus arvonlisäveron tilittämistä varten. Hinnoittelun yhteydessä laskettu arvonlisävero poikkeaa lopullisesta arvonlisäverosta, jos myyntihinta on suunniteltua korkeampi tai alempi.

Nettomyyntihintaan lisätään usein myös **alennusvaraus** tai **varaus hävikkiä** varten. Kokemuksesta tiedetään, että esimerkiksi kestokulutustavarakaupassa asiakkaat tinkivät. Siihen varaudutaan lisäämällä nettomyyntihintaan alennusvaraus. Hävikkiä aiheuttavat muun muassa pilaantuminen ja varkaudet.

ESIMERKKI 14

Vähittäisliike hankkii tukkuliikkeeltä hiustenkuivaajia. Hankinnasta aiheutuvat muuttuvat kustannukset (veroton) ovat 10 euroa kappaleelta ja vähittäisliikkeen katetavoite on 30 prosenttia.

a) Laske veroton myyntihinta.

b) Kuinka monta prosenttia katetuotto on muuttuvista kustannuksista?

a) Katetuotto on 30 % verottomasta myyntihinnasta, jota ei tunneta. Merkitään sitä x:llä. Tällöin $x = 10\ € + 0{,}30x$, eli $0{,}7x = 10\ €$, joten

$$x = \frac{10\ €}{0{,}7} = 14{,}29\ €.$$

b) Katetuotto $= 14{,}29\ € - 10\ € = 4{,}29\ €$.

$$p\,\% = \frac{4{,}29}{10} \cdot 100\,\% = 42{,}9\,\%.$$

Edellä mainittu voidaan yleistää.

Jos katetuotto on p % verottomasta myyntihinnasta, se on $100 \cdot \dfrac{p}{100 - p}$ % muuttuvista kustannuksista (hankintahinnasta).

Alennus- ja hävikkivarausten perusarvo on bruttomyyntihinta. Sen vuoksi varauksia laskettaessa menetellään samalla tavalla kuin myyntikatetta laskettaessa, koska bruttomyyntihintaa ei tunneta.

ESIMERKKI 15

Kännyköitä myyvä liike on tehnyt vuosineljännekselle seuraavan myyntibudjetin.

Myyntibudjetti 1.1.–31.3.	Määrä (kpl)	Yksikköhinta (€)	Yhteensä (€)
Liikevaihto	3 000	244 (keskim.)	732 000
Alv			132 000
Veroton myynti	3 000	200 (keskim.)	600 000
Muuttuvat kustannukset	3 000	140 (keskim.)	420 000
Katetuotto			180 000
Kiinteät kustannukset			120 000
Tulos (voitto)			60 000

Markkinoille on tulossa uusi matkapuhelinmalli. Sen veroton ostohinta tukkuliikkeeltä on 115 euroa. Muita muuttuvia kustannuksia vähittäisliikkeelle aiheutuu arviolta 10 euroa kappaleelta.

Hinnoittele uutuuskännykkä, kun sen myynnistä pyritään saamaan sama prosentuaalinen kate kuin muistakin kännyköistä. Hinnoittelussa varaudutaan 10 prosentin keskimääräiseen alennukseen.

Katetavoite prosentteina saadaan suoraan myyntibudjetista. Koska katetavoite on 180 000 euroa ja myyntitavoite 600 000 euroa, on prosentuaalinen katetavoite:

$$\text{Kate-\%} = \frac{180\,000}{600\,000} = 0{,}3 = 30\,\%.$$

Hinnoittelulaskelma on seuraava:

Ostohinta	115,00 €
Muut muuttuvat kustannukset	10,00 €
Muuttuvat kustannukset yhteensä	125,00 €
Katetuotto $\left(\frac{30}{100-30} \cdot 125\ €\right)$	53,60 €
Veroton myyntihinta	178,60 €
Alv 22 % / 178,60 €	39,30 €
Nettomyyntihinta	217,90 €
Alennusvaraus $\left(\frac{10}{100-10} \cdot 217{,}90\ €\right)$	24,20 €
Bruttomyyntihinta	242,10 €

Uutuuskännykän bruttomyyntihinta on 242 euroa.

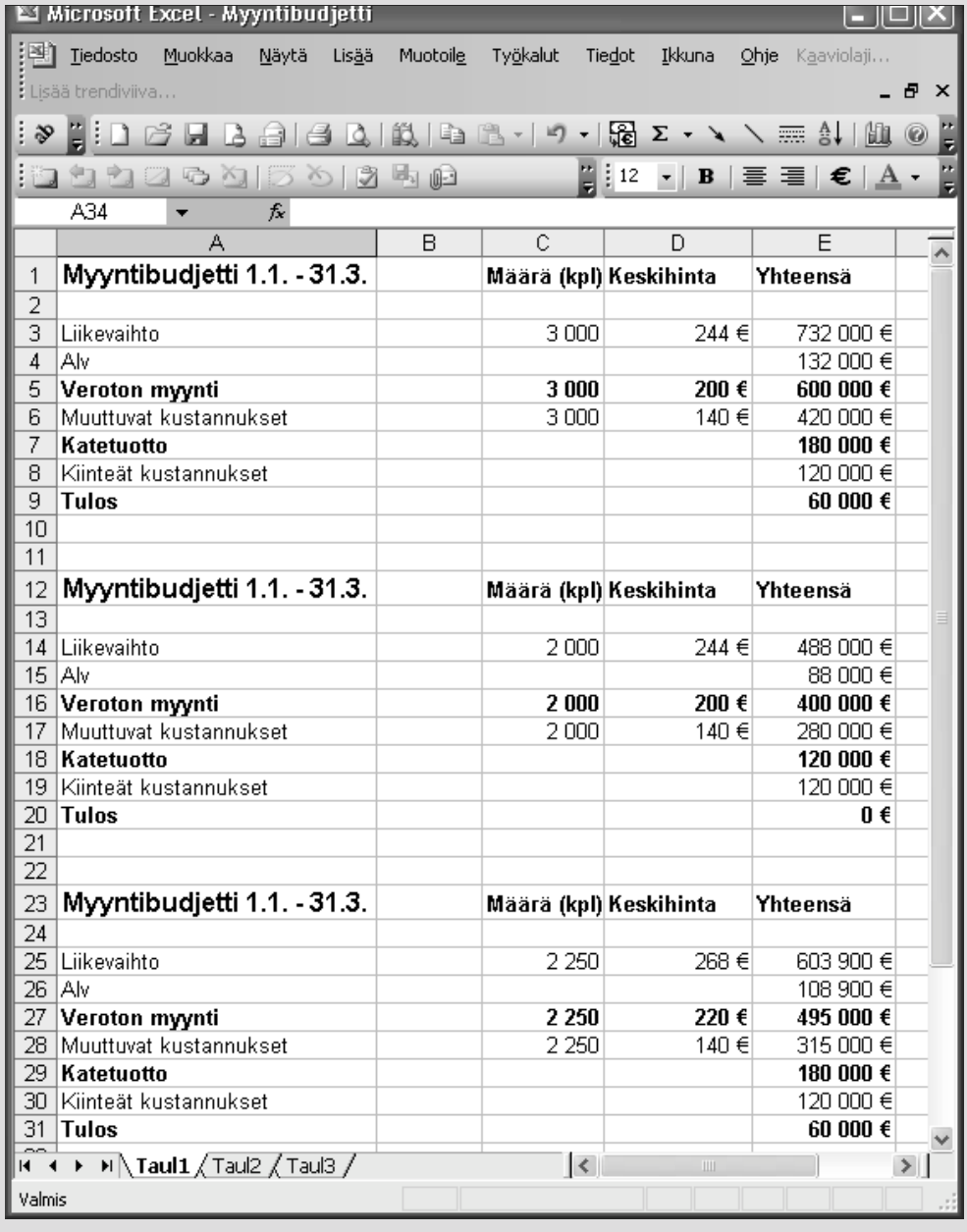
Hinnoittelulaskelmat kannattaa aina tehdä taulukkolaskentaohjelman avulla, jolloin voidaan kokeilla erilaisia vaihtoehtoja.

ESIMERKKI 16

Tee edellisen esimerkin myyntibudjetti Excelin avulla.

a) Tutki, millä myyntimäärällä tulos pienenee nollaan (kriittinen myyntimäärä), jos veroton myyntihinta ja muuttuvat kustannukset pysyvät ennallaan.

b) Kuinka paljon myyntimäärä voi pienentyä tuloksen heikentymättä, jos keskimääräinen veroton myyntihinta on 220 euroa?



	A	B	C	D	E
1	**Myyntibudjetti 1.1. - 31.3.**		**Määrä (kpl)**	**Keskihinta**	**Yhteensä**
2					
3	Liikevaihto		3 000	244 €	732 000 €
4	Alv				132 000 €
5	**Veroton myynti**		**3 000**	**200 €**	**600 000 €**
6	Muuttuvat kustannukset		3 000	140 €	420 000 €
7	**Katetuotto**				**180 000 €**
8	Kiinteät kustannukset				120 000 €
9	**Tulos**				**60 000 €**
10					
11					
12	**Myyntibudjetti 1.1. - 31.3.**		**Määrä (kpl)**	**Keskihinta**	**Yhteensä**
13					
14	Liikevaihto		2 000	244 €	488 000 €
15	Alv				88 000 €
16	**Veroton myynti**		**2 000**	**200 €**	**400 000 €**
17	Muuttuvat kustannukset		2 000	140 €	280 000 €
18	**Katetuotto**				**120 000 €**
19	Kiinteät kustannukset				120 000 €
20	**Tulos**				**0 €**
21					
22					
23	**Myyntibudjetti 1.1. - 31.3.**		**Määrä (kpl)**	**Keskihinta**	**Yhteensä**
24					
25	Liikevaihto		2 250	268 €	603 900 €
26	Alv				108 900 €
27	**Veroton myynti**		**2 250**	**220 €**	**495 000 €**
28	Muuttuvat kustannukset		2 250	140 €	315 000 €
29	**Katetuotto**				**180 000 €**
30	Kiinteät kustannukset				120 000 €
31	**Tulos**				**60 000 €**

a) Kokeilemalla havaitaan, että kriittinen myyntimäärä on 2 000 matkapuhelinta budjettikauden aikana.

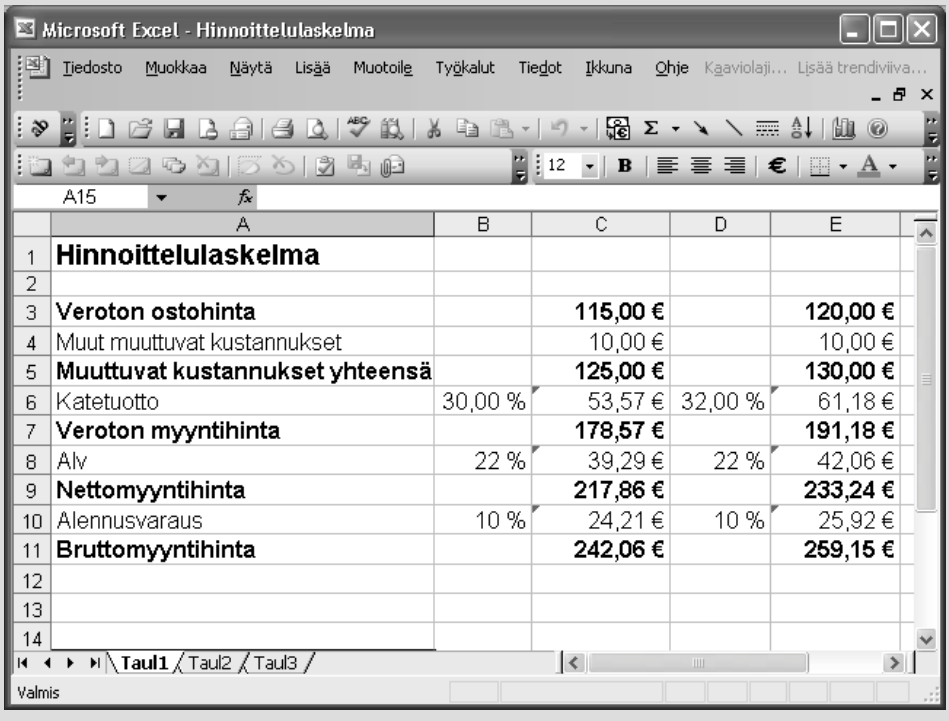
b) Jos matkapuhelinten keskimääräinen veroton myyntihinta on 20 euroa budjetoitua korkeampi eli 220 euroa, voi budjetoitu myyntimäärä vähentyä 750 kappaleella ilman, että tulos heikkenee.

ESIMERKKI 17

Esimerkin 15 uuden matkapuhelinmallin veroton tukkuostohinta nousee kovan kysynnän vuoksi 5 euroa. **Hinnoittele uutuuskännykkä Excelin avulla, kun vähittäisliike nostaa samalla myyntikatetavoitetta 2 prosenttiyksiköllä.**

Korotusten jälkeen veroton ostohinta on 120 euroa ja myyntikatetavoite 32 prosenttia.

Tehdään Excel-taulukko siten, että vierekkäin ovat alkuperäinen ja uusi laskelma.



	A	B	C	D	E
1	**Hinnoittelulaskelma**				
2					
3	**Veroton ostohinta**		**115,00 €**		**120,00 €**
4	Muut muuttuvat kustannukset		10,00 €		10,00 €
5	**Muuttuvat kustannukset yhteensä**		**125,00 €**		**130,00 €**
6	Katetuotto	30,00 %	53,57 €	32,00 %	61,18 €
7	**Veroton myyntihinta**		**178,57 €**		**191,18 €**
8	Alv	22 %	39,29 €	22 %	42,06 €
9	**Nettomyyntihinta**		**217,86 €**		**233,24 €**
10	Alennusvaraus	10 %	24,21 €	10 %	25,92 €
11	**Bruttomyyntihinta**		**242,06 €**		**259,15 €**
12					
13					
14					

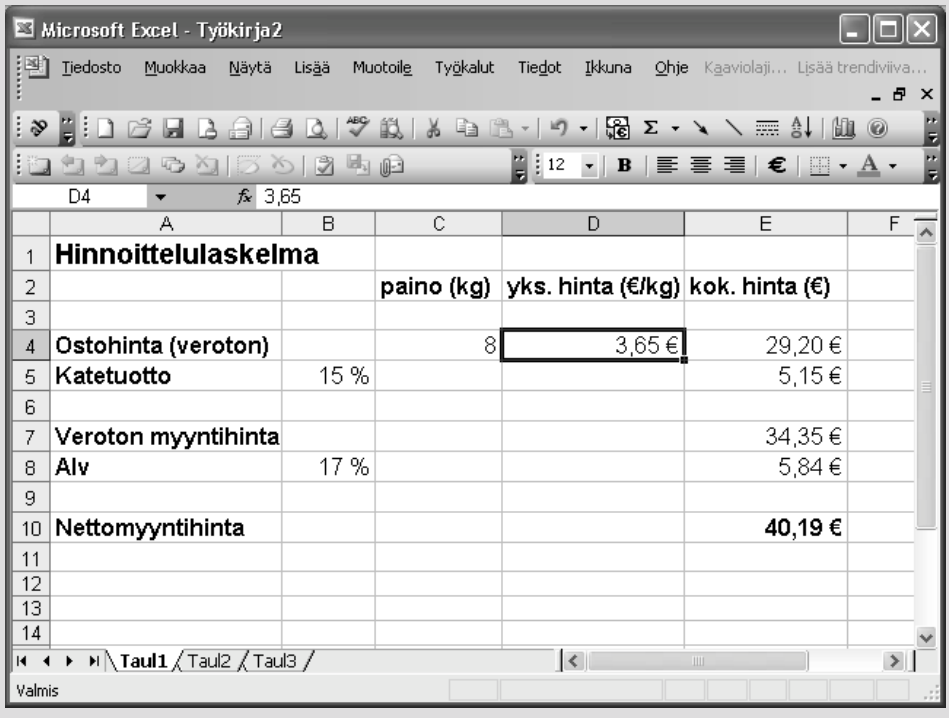
Uutuuskännykän bruttomyyntihinta korotusten jälkeen on 259 euroa.

Vähittäismyyntihinta (brutto) nousee muutosten johdosta 17 euroa. Tukkuliikkeen osuus hinnankorotuksesta on 5 euroa ja vähittäisliikkeen myyntikate paranee noin 7,50 euroa. Myös alennusvaraus kasvaa hieman, mutta se ei yleensä tule liikkeen kassaan.

ESIMERKKI 18

Joulukinkkumarkkinoilla on kova hintakilpailu. Kauppias arvioi, että kinkun kilohinta voi olla enintään 5,00 euroa kilolta. **Millä hinnalla hänen olisi saatava 8 kilon painoinen kinkku tuottajalta liikkeeseen toimitettuna, jotta hän voisi myydä kinkun edellä mainittuun kilohintaan, kun katetavoite on 15 prosenttia?** Hankinnasta ei aiheudu muita muuttuvia kustannuksia. Elintarvikkeena kinkun hintaan sisältyy arvonlisäveroa 17 %.

Käytetään tehtävän ratkaisemisessa Exceliä, jolloin tuottajahinta on helppo laskea kokeilemalla.

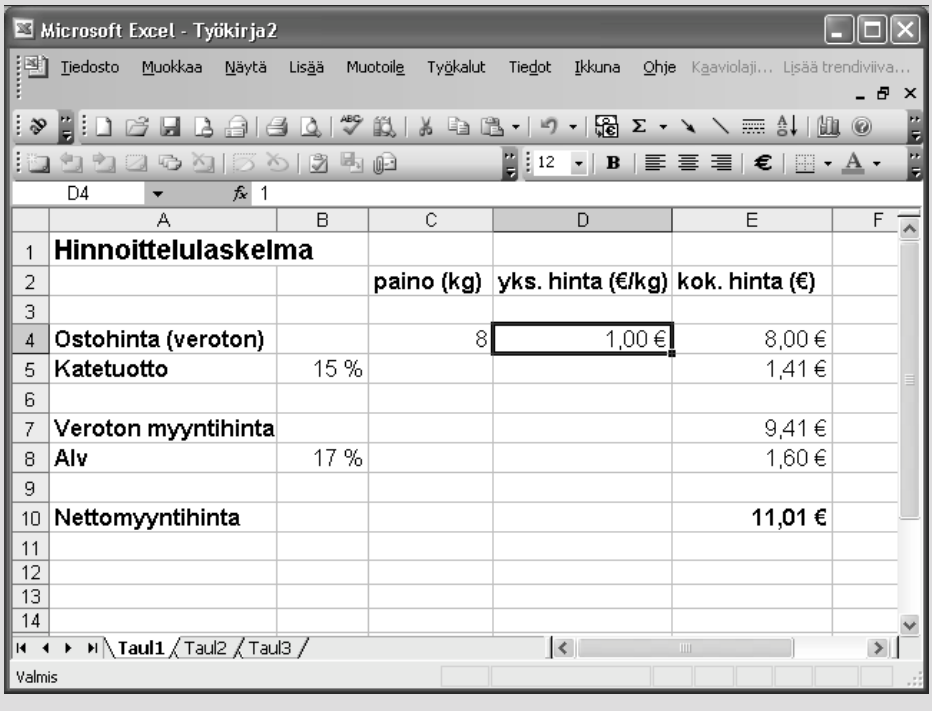


Koska tavoitemyyntihinta on 5,00 euroa kilolta, 8 kilogramman painoisen kinkun tavoitemyyntihinta on 40 euroa.

Tuottajalle tarjottavaksi hinnaksi saadaan kokeilemalla noin 3,65 €/kg, eli kauppias voi maksaa 8 kilon painoisesta kinkusta enintään 29 euroa.

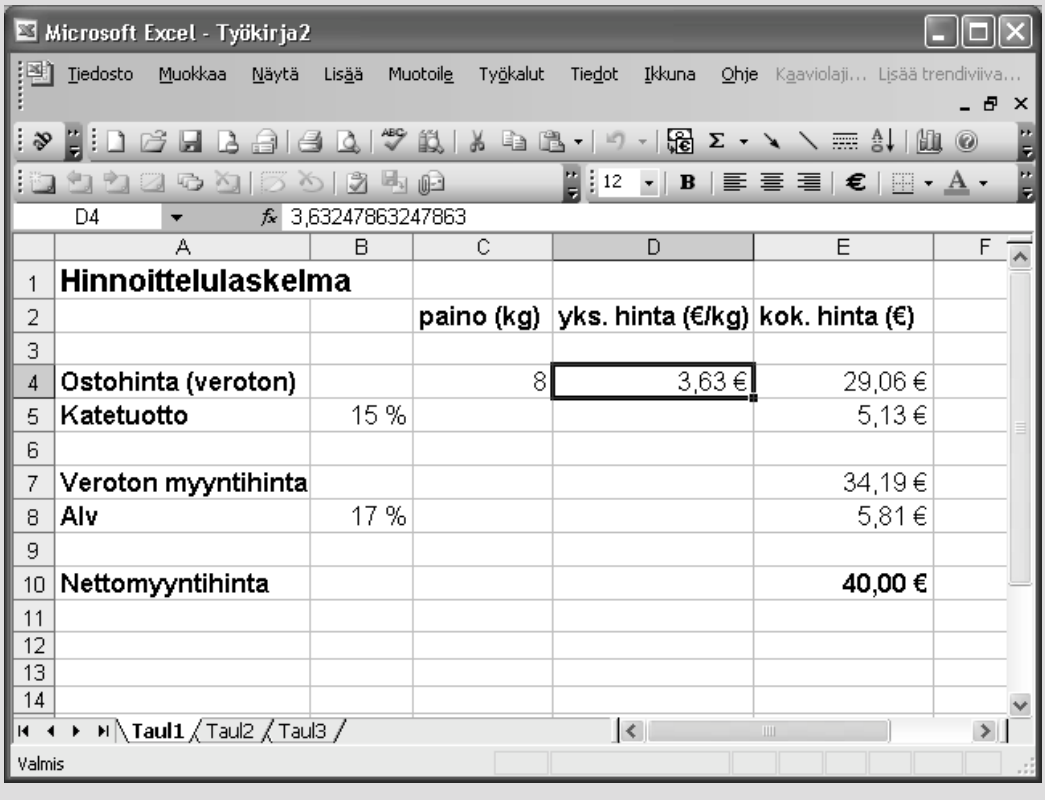
Tämäkin tehtävä voidaan ratkaista myös Excelin Ratkaisin-apuohjelman avulla.

Asetetaan aluksi tuottajalle tarjottavaksi yksikköhinnaksi jokin mielivaltainen arvo, esimerkiksi 1,00 €/kg.



Käynnistetään ratkaisin ja asetetaan solun E10 tavoitearvoksi 40 euroa muuttamalla solun D4 arvoa.

Kun napsautetaan Ratkaise-painiketta, saadaan seuraava taulukko.



	A	B	C	D	E	F
1	**Hinnoittelulaskelma**					
2			**paino (kg)**	**yks. hinta (€/kg)**	**kok. hinta (€)**	
3						
4	**Ostohinta (veroton)**		8	3,63 €	29,06 €	
5	**Katetuotto**	15 %			5,13 €	
6						
7	**Veroton myyntihinta**				34,19 €	
8	**Alv**	17 %			5,81 €	
9						
10	**Nettomyyntihinta**				**40,00 €**	
11						
12						
13						
14						

Tarkasti laskien tuottajalle maksettava enimmäishinta olisi 3,63 euroa kilolta eli kauppias voisi maksaa 8 kilon kinkusta enintään 29,06 euroa.

TEHTÄVIÄ

Seuraavissa tehtävissä oletetaan, että arvonlisävero on 22 prosenttia, ellei tehtävässä toisin mainita. Jos mahdollista, käytä tehtäviä ratkaistessasi Exceliä tai muuta taulukkolaskentaohjelmaa.

1 Yhtä tuotetta valmistavan yrityksen kiinteät kustannukset ovat 100 000 euroa tilikaudessa ja muuttuvat kustannukset 52 euroa kappaleelta. Toimiessaan täydellä kapasiteetilla yritys valmistaa 10 000 tuotetta tilikaudessa.

a) Muodosta kustannusfunktio.

b) Laske kokonaiskustannukset ja yksikkökustannukset, kun kapasiteetti on täydessä käytössä..

c) Kuinka monta prosenttia pienemmät yksikkökustannukset ovat täydellä kapasiteetilla verrattuna siihen, että suoritemäärä on 6 000 kappaletta tilikaudessa?

2 Edellisen tehtävän yritys myy valmistamansa tuotteet hintaan 75 euroa kappaleelta.

a) Piirrä katetuottokuvio.

b) Laske kriittinen suoritemäärä.

c) Tee tuloslaskelmat suoritemäärillä 6 000 kappaletta ja 10 000 kappaletta.

3 Tuotteen valmistuksesta aiheutuu kiinteitä kustannuksia 4 000 euroa kuukaudessa. Muuttuvat yksikkökustannukset ovat 3,20 euroa. Muodosta kustannusfunktio ja laske kokonaiskustannukset ja yksikkökustannukset, kun suoritemäärä on a) 1 800 kappaletta kuukaudessa, b) 3 000 kappaletta kuukaudessa.

4 Edellisen tehtävän yritys myy valmistamansa tuotteet hintaan 4,60 euroa kappale.

a) Muodosta tuottofunktio ja piirrä tuotto- ja kustannusfunktion kuvaajat.

b) Määritä kriittinen suoritemäärä.

c) Piirrä katetuottokuvio.

d) Tee tuloslaskelmat suoritemäärillä 2 000 kappaletta ja 3 500 kappaletta.

5 Tuotteen myynnistä aiheutuu kiinteitä kustannuksia 85 000 euroa vuodessa ja muuttuvat kustannukset ovat 2,10 euroa kappaleelta.

a) Muodosta kustannusfunktio ja piirrä sen kuvaajaa, kun suoritemäärä voi olla enintään 100 000 kappaletta vuodessa.

b) Laske kokonaiskustannukset ja yksikkökustannukset, kun suoritemäärä on 80 000 kappaletta vuodessa.

c) Laske kokonaiskustannukset ja yksikkökustannukset, jos suoritemäärä kasvaa 90 000 kappaleeseen vuodessa.

6 Edellisen tehtävän yritys myy tuotetta hintaa 3,20 euroa kappale.

a) Määritä kriittinen suoritemäärä sekä katetuottokuvion avulla että laskemalla.

b) Laske katetuotto ja tulos suoritemäärillä 70 000 kappaletta ja 100 000 kappaletta.

7 Yrityksellä on vapaata kapasiteettia ja se harkitsee joko tuotteen A tai tuotteen B valmistuksen aloittamista. Tuotteista on käytettävissä seuraavat tiedot:

Tuote	A	B
Kiinteät kustannukset	50 000 €	30 000 €
Muuttuvat yksikkökustannukset	0,60 €/kg	0,80 €/kg

Kuinka suuri suoritemäärän pitää vähintään olla, jotta tuotteen A valmistamisesta aiheutuvat kokonaiskustannukset olisivat pienemmät kuin tuotteen B valmistamisesta aiheutuvat kokonaiskustannukset?

8 Edellisen tehtävän molempia tuotteita voidaan myydä hintaan 1,20 euroa kilo.

a) Piirrä samaan kuvioon molemmista tuotteista katetuottokuviot.

b) Tee molempien tuotteiden valmistusvaihtoehdoista tuloslaskelmat, kun suoritemäärä on 120 000 kilogrammaa.

9 Yritys voi aloittaa joko tuotteen A, B tai C valmistuksen. Tuotetta A voitaisiin myydä hintaan 400 euroa kappale, tuotetta B hintaan 575 euroa kappale ja tuotetta C hintaan 825 euroa kappale. Tuotteiden valmistukseen tarvitaan konetyöaikaa ja ihmistyötä seuraavan taulukon mukaisesti.

Tuote	A	B	C
Konetyö	2 h/kpl	5 h/kpl	7 h/kpl
Ihmistyö	3 h/kpl	2 h/kpl	6 h/kpl

Yhden konetyötunnin hinta on 60 euroa ja ihmistyötunnin hinta 40 euroa. Muita muuttuvia kustannuksia aiheutuu tuotteen A valmistamisesta 110 euroa kappaleelta, tuotteen B valmistamisesta 115 euroa kappaleelta ja tuotteen C valmistamisesta 170 euroa kappaleelta.

Mitä tuotetta kannattaa ryhtyä valmistamaan, jos pyritään mahdollisimman suureen a) yksikkökatetuottoon, b) vuotuiseen kokonaiskatetuottoon, kun tuotetta A voidaan valmistaa 1 000 kappaletta vuodessa, tuotetta B 800 kappaletta vuodessa ja tuotetta C 300 kappaletta vuodessa?

10 Tuotteen veroton myyntihinta on a) 75 euroa, b) 880 euroa, c) 1 600 euroa. Laske arvonlisäveron suuruus ja verollinen myyntihinta, kun tuote on täysin verollinen.

11 Tuotteen myyntihinta on a) 120 €/kpl, b) 445 €/kpl, c) 1 390 €/kpl. Kuinka paljon hintaan sisältyy arvonlisäveroa, ja mikä on veroton hinta, kun tuote on täysin verollinen?

12 Vähittäisliikkeen verollinen myynti oli tammikuussa 450 000 euroa ja ostot 300 000 euroa. Myynnistä ja ostoista 40 prosenttia oli sellaisia, joista arvonlisävero on 22 prosenttia. Loppuosa oli elintarvikemyyntiä, josta arvonlisävero on 17 prosenttia. Kuinka paljon arvonlisäveroa vähittäisliike joutuu tilittämään tammikuun myynnistä valtiolle?

13 Urheiluliikkeen myymien polkupyörien veroton keskimyyntihinta on 350 euroa ja veroton hankintahinta (muuttuvat kustannukset) tukkuliikkeestä keskimäärin 250 euroa. Polkupyörien tilikauden kokonaismyynti nykyisellä keskihinnalla on 500 kappaletta. Markkinatutkimuksen perusteella arvioidaan, että jokainen 10 euron keskihinnan korotus vähentää kauden myyntiä 20 pyörällä. Vastaavasti jokainen 10 euron suuruinen keskihinnan alennus lisää kauden myyntiä 20 polkupyörällä.

Tutki, pitäisikö liikkeen muuttaa nykyistä polkupyörien keskimyyntihintaa, jos se pyrkii voiton maksimointiin. Mikä on polkupyörien myynnistä saatava kokonaiskatetuoton maksimiarvo?

14 Tukkuliike aloittaa kokonaan uuden tuotteen markkinoinnin Suomessa. Tuotteen valmistuksesta aiheutuvat muuttuvat kustannukset ovat 45 euroa kappaleelta. Markkinatutkimuksen mukaan tuotteen kysyntä vaihtelisi hinnan muuttuessa seuraavasti:

Hinta (€/kpl)	Kysyntä (kpl/kk)
55,00	240 000
58,00	215 000
60,00	200 000
62,00	180 000
65,00	140 000
70,00	100 000

Mikä edellä mainituista hinnoista on tukkuliikkeen kannalta optimaalinen, kun tavoitteena on myyntivoiton maksimointi?

15 Vähittäisliike ostaa tukkuliikkeeltä tavaraa, jonka verollinen hinta on 750 euroa kappaleelta ja veroton hinta 614,80 euroa. Vähittäismyyntihinta saadaan lisäämällä verottomaan tukkuhintaan myyntikatetta 100 euroa ja lisäksi arvonlisäveroa 22 prosenttia. Mikä on tavaran vähittäismyyntihinta, ja kuinka paljon vähittäisliike joutuu tilittämään tavarasta arvonlisäveroa valtiolle?

16 Vähittäisliike ostaa tukkuliikkeeltä tietokonepelejä. Yhden pelin tukkumyyntihinta on 45 euroa, johon sisältyy arvonlisäveroa 8,10 euroa. Vähittäisliike hinnoittelee pelit lisäämällä verottomaan hintaan myyntikatetta 25 prosenttia ja lisäksi arvonlisäveron.

a) Laske pelin vähittäismyyntihinta.

b) Kuinka paljon vähittäisliike tilittää yhdestä pelistä arvonlisäveroa valtiolle?

17 Tuotteen veroton ostohinta on 240 euroa ja myyntikate 50 euroa. Mikä on myyntikateprosentti?

18 Nettomyyntihintaan a) 25,50 euroa, b) 182 euroa, c) 5 200 euroa tehdään alennusvaraus 8 prosentin alennusta varten. Laske alennusvaraus euroina.

19 Tukkuliike ostaa valmistajalta 50 kappaletta naisten takkeja. Koko erän veroton hinta on 4 250 euroa ja arvonlisävero 766,40 euroa. Tukkuliikkeen myyntikate on 15 prosenttia, ja se tekee varauksen 10 prosentin alennusta varten.

a) Laske yhden takin bruttomyyntihinta.

b) Kuinka paljon tukkuliike tilittää takkien myynnistä arvonlisäveroa valtiolle, kun kaikki takit myydään tukkuliikkeen nettomyyntihintaan?

20 Vähittäisliike ostaa tukkuliikkeeltä suksia. Suksien veroton hinta on 40 euroa pari. Ostosta aiheutuvat muut muuttuvat kustannukset ovat keskimäärin 2 euroa pari. Liike asettaa myyntikatetavoitteeksi 30 prosenttia ja tekee varauksen 20 prosentin alennusta varten. Hinnoittele sukset.

21 Edellisen tehtävän suksien myyntitavoite on 500 paria kaudessa. Tee myyntibudjetti, kun suksille kohdistetaan kiinteitä kustannuksia 4 000 euroa kaudessa. Myyntibudjettiin ei sisällytetä alennusvarauksen osuutta.

22 Hiihtokauden alettua tehtävän 20 liike huomaa, että suksien kysyntä on paljon odotettua laimeampaa, koska kilpaileva yritys myy vastaavia suksia hieman halvemmalla. Tällöin myyntikatetavoitetta alennetaan 25 prosenttiin. Laske suksien kriittinen myyntimäärä alennetulla katetavoitteella.

23 Kodinkoneita myyvä liike ostaa tukkuliikkeeltä astianpesukoneita verottomaan hintaan 305 euroa kappale. Hankinnasta aiheutuvat muut muuttuvat kustannukset (rahti, vakuutus ym.) ovat keskimäärin 15 euroa kappale. Astianpesukoneiden myyntikatetavoite on 25 prosenttia ja lisäksi tehdään varaus 15 prosentin alennusta varten. Hinnoittele astianpesukone.

24 Edellisen tehtävän astianpesukoneiden myyntitavoite on 200 kappaletta tilikaudessa. Tee myyntibudjetti, kun tuotteelle kohdistetaan kiinteitä kustannuksia 9 500 euroa. Myyntibudjettiin ei sisällytetä alennusvarauksen osuutta.

25 Laske edellisen tehtävän astianpesukoneiden kriittinen myyntimäärä.

26 Elintarvikeliike ostaa tuottajalta 1 000 kilon erän luomujuustoa. Juuston veroton hinta on 5,20 euroa kilogrammalta liikkeeseen toimitettuna. Liikkeen myyntikatetavoite on 35 prosenttia. Lisäksi tehdään varaus 5 prosentin hävikkiä varten. Mikä on juuston myyntihinta (€/kg), kun arvonlisäveroprosentti on 17?

27 Kuinka monta prosenttia juuston myyntihinta muuttuu, jos myyntikatetavoitetta a) alennetaan 30 prosenttiin, b) nostetaan 38 prosenttiin?

28 Laske tehtävän 26 juustolle kerroin, jolla veroton ostohinta on kerrottava, jotta saataisiin bruttomyyntihinta. Laske tätä hinnoittelukerrointa käyttäen seuraavien luomutuotteiden bruttomyyntihinta.

Tuote	Veroton ostohinta
Leipä (kpl)	1,50 €
Voi (kg)	2,20 €

29 Markkinoille on tullut uusi televisiomalli. Kovan kilpailun vuoksi sen nettovähittäismyyntihinta voi olla enintään 660 euroa. Millä verottomalla hinnalla vähittäisliikkeen pitää voida ostaa kyseisiä televisioita tukkuliikkeeltä, kun televisioiden myyntikatetavoite on 28 prosenttia?

30 Tuotteen nettovähittäismyyntihinta voi olla enintään 85 euroa kappaleelta. Mikä voi vähittäisliikkeen veroton ostohinta (€/kpl) tukkuliikkeeltä enintään olla, kun vähittäisliikkeen myyntikatteen tulee olla vähintään 25 prosenttia?

31 Tavaran veroton ostohinta tukkuliikkeestä on 1 450 euroa. Lisäksi muut muuttuvat kustannukset ovat 50 euroa kappaleelta. Tavaran tavoiteltu myyntikate on 480 euroa. Myöhemmin veroton ostohinta nousee 10 prosenttia. Tällöin katetavoitetta joudutaan kovan kilpailun vuoksi alentamaan 20 prosenttiin. Laske tavaran verollinen myyntihinta ennen muutoksia ja muutosten jälkeen.

32 Tuotteen myyntikate on ollut 25 prosenttia. Mikä on uusi myyntikateprosentti, jos veroton hankintahinta (muuttuvat kustannukset) nousee 10 prosenttia ja veroton myyntihinta nousee 8 prosenttia?

33 Tuotteen alkuperäinen veroton myyntihinta on 500 euroa kappaleelta ja myyntikate 25 prosenttia. Myöhemmin muuttuvat kustannukset kohoavat 10 prosenttia. Kilpailutilanteen vuoksi verotonta myyntihintaa voidaan korottaa vain 15 eurolla. Laske uusi myyntikateprosentti.

34 Tuotteen hankinnasta aiheutuvat muuttuvat kustannukset ilman arvonlisäveroa ovat 1 500 euroa ja tavoiteltu myyntikate 480 euroa Myöhemmin muuttuvat kustannukset kohoavat 12 prosenttia. Tällöin katetavoitetta joudutaan kovan kilpailun vuoksi alentamaan 20 prosenttiin. Laske uusi verollinen myyntihinta.

9
Arvopaperit

Arvopapereiden suosio vaihtelee pörssikurssien mukaan. Toisinaan kaduilla on pitkät jonot osakkeita haluavia ihmisiä, toisinaan innostus arvopapereihin tuntuu taas kokonaan lopahtavan pörssikuplan puhjettua. Jos varojaan aikoo sijoittaa arvopapereihin, on tunnettava arvopaperisäästämisen perusasiat. Se ei kuitenkaan vielä takaa muhkeita voittoja.

9.1 Käsitteitä

Arvopaperiksi sanotaan arvopaperikaupan kohteena olevaa asiakirjaa tai arvo-osuutta. Arvopaperi on todistus osakkuudesta tai saatavasta. Arvopapereiksi lasketaan mm. osakkeet ja joukkovelkakirjat.

Osakkeet

Osake on osuus osakeyhtiön osakepääomasta. Osakepääoma koostuu samansuuruisista osakkeista. Osakepääoma jakautuu yhteen tai useampaan osakesarjaan. Kantaosakkeisiin liittyy yleensä suurempi äänivalta kuin muihin osakkeisiin. Etuoikeutetuilla osakkeilla on vähemmän äänivaltaa kuin kantaosakkeilla, mutta ne ovat etuoikeutettuja osingonjaossa muihin osakkeisiin nähden.

Osakkeen nimellisarvo on osakepääoma jaettuna osakkeiden lukumäärällä. Osakekaupassa osakkeen hinta eli kurssi on harvoin nimellisarvon suuruinen. Osakkeen **myyntikurssi** on alin hinta, johon osakkeen myyjä on valmis tekemään kaupat. Osakkeen **ostokurssi** on puolestaan ylin hinta, jonka ostaja on valmis maksamaan osakkeesta.

Joukkovelkakirjat

Joukkovelkakirja on joukkovelkakirjalainan eli joukkolainan osavelkakirja, josta ilmenee lainan suuruus ja ehdot. Ehdoissa määritellään muun muassa milloin ja miten laina maksetaan takaisin, mikä on lainan korko ja mitkä ovat koronmaksupäivät.

Tavanomaisia joukkovelkakirjoja ovat **obligaatiot** ja **debentuurit.** Obligaatiot ovat haltijavelkakirjoja, joita voivat laskea liikkeeseen valtio, julkisyhteisö tai riittävän suuri yritys, joka on saanut siihen valtioneuvoston luvan. Obligaatiolainan liikkeellelaskija joutuu antamaan lainan merkitsijöiden turvaksi vakuuden. Debentuurilaina eroaa obligaatiolainasta siinä, että debentuurilainan liikkeellelaskija lupaa lunastaa lainan takaisin sen eräpäivänä, mutta lainalla ei ole muuta turvaavaa vakuutta.

Optiot

Option haltijalla on oikeus mutta ei velvollisuutta ostaa tai myydä option perustana oleva hyödyke option voimassaoloaikana ennalta määrättyyn hintaan. Jos kaupankäynnin kohteena on osake, puhutaan osakeoptiosta. Osakkeiden **osto-optio** antaa osakeoption haltijalle oikeuden ostaa ja **myyntioptio** oikeuden myydä option perustana olevat osakkeet. Yritysten kannustusjärjestelmissä esimerkiksi yrityksen johtajille voidaan antaa osto-optioita.

Optiokaupassa option asettaja eli myyjä luovuttaa option haltijalle valinnanvapauden, mutta ei pyyteettömästi. Suostuessaan asettajaksi myyjä ottaa riskin, josta ostajan on maksettava tietty ennalta sovittu hinta. Toisaalta option ostaja voi option avulla suojautua osakkeiden kurssiriskeiltä.

Sijoitusrahastojen osuudet

Sijoitusrahasto on osakkeista ja muista arvopapereista koostuva rahasto, jonka omistavat yhteisesti siihen sijoittaneet henkilöt ja yhteisöt. Sijoitusrahastoyhtiö harjoittaa sijoitusrahastotoimintaa. Sijoitusrahastoyhtiö hoitaa hallinnon, markkinoinnin, sijoituspolitiikan ja sijoituspäätökset. Se myös sekä myy että lunastaa sijoitusrahaston osuuksia niiden käypään hintaan.

Sijoitusrahaston osuuden arvo määräytyy sen netto-omaisuuden mukaan siten, että netto-omaisuus jaetaan liikkeellä olevien osuuksien lukumäärällä. Osuuden arvo lasketaan päivittäin, ja se vaihtelee markkinatilanteen mukaan.

Sijoitusrahastoon sijoittaminen on hyvä vaihtoehto niille, joilla ei ole aikaa tai halua jatkuvasti seurata arvopapereiden hinnanmuutoksia. Sijoitusrahastoyhtiö huolehtii keräämiensä rahojen sijoittamisesta parhaaksi katsomallaan tavalla. Tavallisesti rahoitusyhtiö hajauttaa riskit monipuolisilla sijoituksilla. Tällöin sijoitusrahastoon varojaan sijoittanut saa suursijoittajan edut.

Missä arvopaperikauppaa käydään?

Arvopaperikauppaa käydään pörssin välityksellä. Arvopapereiden ostamiseen tai myymiseen liittyvät toimeksiannot jätetään pankille tai pankkiiriliikkeelle, josta ne välitetään **Helsingin Pörssiin.** Osto- tai myyntitoimeksiannon voi myös tehdä Internetin välityksellä. Kauppoja tekevät pörssimeklarit tietokoneiden välityksellä.

Sijoitusrahastojen osuuksia voi ostaa tai myydä suoraan sijoitusrahastojen säilytyspankeista.

Mistä tiedot?

Pörssikurssit heijastelevat tulevaisuuden odotuksia. Arvopapereiden ostamista tai myymistä suunniteltaessa kannattaa seurata yrityksen kasvuja kannattavuusnäkymiä, jotta osaisi ostaa tai myydä sopivaan aikaan sopivalla hinnalla. Pohjaa päätöksentekoon saa esimerkiksi lehtien pörssisivuilta, teksti-TV:stä ja Internetistä. Lehtien pörssisivuilta näkee mm. pörssilistat ja sijoitusrahastot**.** Tärkeitä Internet-osoitteita ovat muun muassa <www.omx.fi> (Helsingin pörssi), <www.kauppalehti.fi> (Kauppalehti), <www.porssisaatio.fi> (Pörssisäätiö), <www.wow.fi> (Talentum), <www.arvopaperi.fi> (Arvopaperi Online), <www.apk.fi> (Suomen arvopaperikeskus) ja <www.taloussanomat.fi> (Taloussanomat). Edellä olevasta käy ilmi, että pörssikauppa on julkista; kaikilla osapuolilla on siis mahdollisuus saada tietoa toteutuneiden kauppojen hinnoista ja määristä yhtä aikaa.

Kaupankäynnin mittarit

Pörssissä tapahtuvaa kaupankäyntiä pyritään seuraamaan monin tavoin. Vaihto miljoonina euroina ilmaisee, kuinka suurella summalla kauppoja on yhteensä tehty. Arvopaperin hinnan vaihtelua päivän aikana seurataan alimman, ylimmän ja viimeisen kaupantekokurssin perusteella. Hinnan kehitystä seurataan sekä euromääräisenä että muutosprosentin avulla. Hinnankehityksen vertailuajankohtia on kolme: edellinen pörssipäivä, edellinen kuukausi ja edelliset 12 kuukautta. Yhden kuukauden ja 12 kuukauden luvuissa on otettu huomioon osakkeiden pilkkomiset eli **splittaukset** sekä mahdolliset osakeannit. Hinnan kehitystä voi arvioida myös kuluvan vuoden alimman ja ylimmän kurssin perusteella. Markkina-arvo miljoonina euroina on yrityksen osakkeiden lukumäärä kerrottuna viimeisellä kaupantekokurssilla.

Pörssilistat

Yrityksiä, joiden osakkeilla käydään pörssissä kauppaa, sanotaan pörssiyhtiöiksi. Helsingin Pörssin pörssilistoilla olevat yritykset on jaoteltu ryhmiin. **Päälistalle** (Main List) pääsevät vakiintuneen vahvan taloudellisen aseman omaavat, markkina-arvoltaan suuret yritykset. **I-listalle** (Investors' List) otetaan keskisuuret yritykset, jotka ovat vakiinnuttaneet toimintansa ja asemansa. **NM-listalle** (New Market) pääsevät kasvuvaiheessa olevat innovatiiviset, kansainvälisesti suuntautuneet yritykset.

Indeksit

Tietyllä aikavälillä tapahtunutta arvopapereiden yleistä hinnanmuutosta kuvataan indeksien avulla. Helsingin Pörssin **OMX-yleisindeksi** kuvaa päälistalla olevien yhtiöiden pörssikurssien muutosta siten, että jokaisen yhtiön painoarvo indeksissä vastaa senhetkistä yhtiön markkina-arvoa pörssissä. OMXCAP-indeksissä päälistan osakkeiden painoarvo on rajattu korkeintaan 10 prosenttiin. OMXH25-indeksi sisältää edeltäneen kalenteripuolivuotiskauden Helsingin Pörssin euromääräiseltä päivittäiseltä mediaanivaihdoltaan 25 vaihdetuinta pörssilistalla olevaa osakelajia. Indeksissä kunkin yhtiön paino on rajattu korkeintaan 10 prosenttiin.

HEXTech-osakeindeksi on pääomapainotteinen. Se sisältää edeltäneen kalenteripuolivuotiskauden euromääräiseltä päivittäiseltä mediaanivaihdoltaan kymmenen vaihdetuinta pörssilistalla olevaa teknologiayhtiöiden osakelajia. Yhtiön osakelajien yhteenlaskettu maksimipaino indeksissä on rajattu: minkään yhtiön HEXTech-osakeindeksiin kuuluvien osakelajien yhteenlaskettu paino neljännesvuosittaisen tarkistuksen jälkeisessä avaavassa indeksikorissa ei saa ylittää kahtakymmentä prosenttia. Indeksin rakenne määrätään kaksi kertaa vuodessa.

Edellä mainittujen indeksien lisäksi lasketaan toimialakohtaisia indeksejä. Niitä ovat mm. yhdyskuntapalvelut, terveydenhuolto, teollisuustuotteet ja -palvelut, päivittäistavarat, kulutustavarat ja -palvelut, energia, perusteollisuus ja rahoitus.

Helsingin pörssin omistaa OMX-konserni, jonka tavoitteena on yhdistää Pohjoismaiden ja Baltian pörssit yhdeksi suureksi arvopapereiden kauppapaikaksi. Kunkin maan oman pörssin nimeen tulee liite kauppapaikasta, kuten OMX Helsinki, OMX Tukholma, OMX Kööpenhamina.

Kansainvälisesti tunnetuin pörssi on Yhdysvaltojen **New York Stock Exchange** (NYSE), jonka tunnetuin indeksi on **Dow Jones.** Toinen tärkeä yhdysvaltalainen pörssi on **Nasdaq,** joka on tullut tunnetuksi monien suurten teknologiayritysten listauspaikkana. Japanissa Tokion arvopaperipörssin osakeindeksi on nimeltään **Nikkei.** Euroopassa tärkeitä pörssi-indeksejä ovat Lontoon FTSE-indeksi ja Frankfurtin DAX-indeksi.

9.2 Osakkeet ja merkintäoikeus

Suomessa käytetään arvo-osuusjärjestelmää, mikä tarkoittaa sitä, että arvopapereiden säilyttäminen ja kaupankäynti on paperitonta. Arvopapereiden omistus kirjataan tietokoneen rekisteriin arvo-osuustilille. Näitä merkintöjä sanotaan **arvo-osuuksiksi,** ja ne vastaavat aikaisempia fyysisiä osakekirjoja liitteineen. Arvo-osuustilistä omistaja saa tiliotteen, josta selviävät arvo-osuudet. Arvo-osuusrekisteri on valtiovarainministeriön toimiluvan alainen rekisteri, jossa arvo-osuustilejä pidetään.

Jos osakkeen hinta nousee liian korkeaksi, sen vaihdettavuus voi vaikeutua. Tästä syystä alkuperäinen osake voidaan jakaa useammaksi osakkeeksi. Tällöin kyseessä on **split.** Jos alkuperäinen osake jaetaan esimerkiksi neljäksi osakkeeksi, uuden osakkeen hinta on ainakin aluksi noin neljäsosa vanhan osakkeen arvosta. Splitin tapahduttua arvo-osuusjärjestelmään kirjataan uusi osakemäärä ilman, että osakkeenomistajan tarvitsee tehdä mitään.

Splittauksessa osake siis jakaantuu useammaksi osakkeeksi. Myös vastakkainen toimenpide on mahdollinen, jolloin osakkeita siis voidaan yhdistää.

Merkintäoikeus

Osakepääomaa korotetaan esimerkiksi laskemalla liikkeeseen uusia osakkeita. Tätä toimenpidettä sanotaan **osakeanniksi.** Osakeanti voi olla maksullinen, maksuton eli rahastoanti tai yhdistetty anti**,** jossa uusista osakkeista osa annetaan maksua vastaan, osa ilmaiseksi. Osakkeiden maksullista merkintää sanotaan **uusmerkinnäksi,** ja hintaa, jolla uusia osakkeita voi merkitä, sanotaan **emissiokurssiksi.** Osakeanti voi olla myös suunnattu anti, jolloin osakeanti suunnataan esimerkiksi yrityskaupan yhteydessä vain tietyille tahoille.

Osakeannissa uusia osakkeita voi parhaimmillaan saada ilmaiseksi tai uusia osakkeita saa ostaa tiettyyn hintaan, molemmissa tapauksissa kuitenkin vain osakeantimerkintää vastaan. Ennen osakeannin alkamista osakeannin toteutustapa kirjataan arvo-osuustilille: toteutustapa voi olla joko rahastoanti tai uusmerkintä. Osakeantimerkintä arvo-osuustilillä antaa oikeuden uusien osakkeiden merkitsemiseen. Tätä oikeutta sanotaan **merkintäoikeudeksi.**

Osakeannin alettua merkintäoikeuden haltija voi käyttää oikeuttaan itse tai hän voi myydä oikeutensa jollekulle toiselle. Koska osakeanti on säännöllisesti entisiä osakkeenomistajia suosiva, merkintäoikeudet ovat rahanarvoisia. Merkintäoikeuksille muodostuu kysynnän ja tarjonnan vaikutuksesta hinta, joka voi poiketa merkintäoikeuden laskennallisesta hinnasta.

Osakkeiden osto ja myynti

Kun osakkeilla käydään kauppaa, joudutaan maksamaan tiettyjä kuluja. Kulut vaihtelevat osittain pankkiryhmittäin tai pankkiiriliikkeen mukaan. Kuluina peritään ainakin välityspalkkio, jonka suuruuteen vaikuttaa se, mitä kautta osakkeet ostetaan tai myydään. Internetin välityksellä tehdyt kaupat ovat välityspalkkion osalta muita edullisempia. Välityspalkkion suuruuteen voi vaikuttaa vaihdettavien osakkeiden määrä, sillä pörssissä osakkeet ostetaan ja myydään pääsääntöisesti **pörssi-** eli **kauppaerissä.** Erän suuruus vaihtelee osakelajeittain ja on usein 50–500 kpl. Kokonaisten pörssierien välityspalkkio on usein pienempi kuin muun kokoisen määrän toimeksiannon välityspalkkio.

Osakkeiden osto- ja myyntikulut

Välityspalkkio on 1 prosentti kauppahinnasta; kuitenkin vähintään minimipalkkio, esimerkiksi 25 euroa. Jos kauppa tapahtuu Internetin välityksellä, välityspalkkio on pienempi, esimerkiksi 0,25 prosentista 0,6 prosenttiin. Välityspalkkion suuruus euroina voi määräytyä myös toimeksiannon koon mukaan. Välityspalkkio peritään kultakin osakelajilta tai toimeksiannolta ja erikseen sekä ostajalta että myyjältä.

Toimeksiantomaksu voi olla suuruudeltaan esimerkiksi 10 euroa. Toimeksiannon muutoksesta peritään sama maksu kuin itse toimeksiannosta.

Muut mahdolliset pankkikohtaiset maksut

Ulkomaisten osakkeiden osto- ja myyntikulut poikkeavat kotimaisten osakkeiden kuluista.

ESIMERKKI 1

Internetin välityksellä ostetaan 800 kappaletta Yritys Oyj:n osakkeita kurssiin 17,95 euroa. **Laadi ostolaskelma, kun kuluina on vain välityspalkkio 0,25 prosenttia.**

Ostolaskelma

Kauppahinta 800 kpl à 17,95 €	14 360,00 €
+ Välityspalkkio 0,25 % / 14 360 €	35,90 €
Ostaja maksaa	14 395,90 €

ESIMERKKI 2

Pörssin välityksellä myydään 100 kappaletta Yhtymä Oyj:n osakkeita kurssiin 15,96 euroa. **Laadi myyntilaskelma, kun välityspalkkiota peritään vähintään 25 euroa, ja myynnistä peritään toimeksiantomaksua 10 euroa.**

Myyntilaskelma

Kauppahinta 100 kpl à 15,96 €	1 596,00 €
– Välityspalkkio 1 % / 1 596,00 €	25,00 €
– Toimeksiantomaksu	10,00 €
Myyjä saa	1 561,00 €

Osakkeiden tuotto

Osakkeista saatava tuotto voidaan jakaa kolmeen tekijään: osinkoon, osakeantiin ja kurssinousuun. Tavallisesti osakeyhtiö jakaa osakkailleen vuosittain osan voitoistaan osinkoina. **Osinko** ilmoitetaan usein suoraan euroina. Osinko voidaan ilmoittaa myös prosentteina nimellisarvosta – tosin kaikilla osakkeilla ei tarvitse olla nimellisarvoa. Osakkeen tuottama hyöty ei kuitenkaan ole suoraan nähtävissä osinkoprosentista, sillä osakkeesta maksettu hinta saattaa olla moninkertainen nimellisarvoon verrattuna.

Osinkotuotto kuvaa osakkeen tuottamaa hyötyä paremmin kuin osinko. Se on viimeksi maksetun osingon suhde päivän ostokurssiin. Tavallisesti osinkotuotto ilmoitetaan prosentteina.

Osinkotuottoprosentin lisäksi käytetään **voittokerrointa,** joka merkitään **P/E** (Price/Earnings).

Voittokerroin saadaan seuraavasta kaavasta.

$$P/E = \frac{\text{pörssikurssi}}{\text{voitto / osake}}$$

Voitto osaketta kohti (tai tulos osaketta kohti) käy ilmi yrityksen vuosikertomuksesta tai jakamalla yrityksen nettotulos osakkeiden lukumäärällä. Voittokerroin osoittaa, kuinka monta vuotta menisi siihen, että vastaavansuuruisella voitolla pystyisi maksamaan osakkeen hinnan. Voittokertoimesta ei voi suoraan päätellä, onko osake halpa vai kallis. Voittokerrointa käytetään saman toimialan yritysten keskinäiseen vertailemiseen.

Voittokerroin ilmoitetaan tavallisesti kokonaislukuna. Korkea voittokerroin kuvastaa osakkeenomistajien lujaa luottamusta yritykseen, matala voittokerroin merkitsee puolestaan hyvää tulosta pörssikurssiin verrattuna. Voittokerrointa ei lasketa, jos yritys on tuottanut tappiota.

Voittokertoimen käänteislukua **(E/P)** käytetään myös tuoton mittarina. Tällöin kerroin esitetään tavallisesti prosenttilukuna. E/P-lukua sanotaan **voittotuotoksi** tai **tulostuotoksi.** Korkea E/P-luku ilmaisee hyvää tulosta pörssikurssiin nähden.

Voittotuotto määritellään seuraavasta kaavasta.

$$E/P = \frac{\text{voitto / osake}}{\text{pörssikurssi}} \cdot 100\ \%$$

Osakkeisiin sijoittamisella voidaan tavoitella joko lyhytaikaista tai pitkäaikaista tuottoa. Osaketta sanotaan **kasvuosakkeeksi,** jos pääpaino välittömän osinkotuoton sijasta pannaan mahdolliselle arvonnousulle. Osaketta sanotaan **tuotto-osakkeeksi,** jos osingon osuus kokonaistuotosta on suhteellisen suuri odotettavissa olevaan arvonnousuun verrattuna.

Osakkeenomistajan tuottoja pienentävät osto- ja myyntikulut, kulut arvo-osuustilin hoidosta ja pääomaverot.

ESIMERKKI 3

Yritys Oyj:n kantaosakkeen nimellisarvo on 20 euroa, osinkoprosentti 2,79 ja voitto osaketta kohti 0,79 euroa. **Laske osinko euroina, osinkotuotto prosentteina, voittokerroin ja voittotuotto, kun pörssikurssi on 19,87 euroa.**

Osinko $= 0{,}0279 \cdot 20\ € = 0{,}56\ €$

$$\text{Osinkotuotto} = \frac{0{,}56\ €}{19{,}87\ €} \cdot 100\,\% = 2{,}8\,\%$$

$$\text{Voittokerroin P/E} = \frac{19{,}87\ €}{0{,}79\ €} = 25$$

$$\text{Voittotuotto E/P} = \frac{0{,}79\ €}{19{,}87\ €} \cdot 100\,\% = 4{,}0\,\%$$

Osakkeiden tuottolaskelmat

Arvopaperit ovat tavallisesti pitkäaikaisia sijoituksia, minkä vuoksi niiden tuottolaskelmissa on luontevaa käyttää koronkorkolaskua. Reaalisen tuoton laskemiseksi on otettava huomioon maksetut osingot, inflaation vaikutus ja verotus.

Arvopapereiden osalta sekä voitto että tappio realisoituu vasta arvopapereita myytäessä, joten tuoton voi laskea vasta jälkikäteen.

ESIMERKKI 4

Ostetaan osakkeita siten, että ostohinnaksi kuluineen tulee 3 560 euroa. Samat osakkeet myydään neljä vuotta myöhemmin, jolloin niistä saadaan 4 660 euroa. **Laske keskimääräinen vuotuinen nettotuottoprosentti, kun myyntivoitosta menee pääomaveroa 28 prosenttia.**

Myyntivoitto on 4 660 € – 3 560 € = 1 100 €,
josta pääomaveroa maksetaan 0,28 · 1 100 € = 308 €.

Nettotuotto euroina on 1 100 € – 308 € = 792 €.

$$i = \sqrt[4]{\frac{3\,560 + 792}{3\,560}} - 1 = 0{,}052$$

Nettotuotto on siten keskimäärin 5,2 % p.a.

ESIMERKKI 5

Laske edellisen esimerkin reaalinen vuotuinen nettotuottoprosentti, jos oletetaan, että inflaatio oli kyseisenä aikana keskimäärin 2 prosenttia vuodessa.

Lasketaan aluksi, mikä olisi sijoituksen arvo neljän vuoden kuluttua, jos sijoituksen arvo noudattaisi täsmälleen inflaation mukaista muutosta.
$1{,}02^4 \cdot 3\,560\ € = 3\,853{,}46\ €$

$$i = \sqrt[4]{\frac{3\,560 + 792}{3\,853{,}46}} - 1 = 0{,}031$$

Reaalinen nettotuotto prosentteina on 3,1 % p.a.

ESIMERKKI 6

Laajennetaan esimerkkien 4 ja 5 tilannetta olettamalla, että osakkeet ovat antaneet osinkoa näiden neljän vuoden aikana nettona yhteensä 520 euroa. **Mikä on nyt reaalinen vuotuinen nettotuottoprosentti?**

Nettotuotto on nyt yhteensä 792 € + 520 € = 1 312 €.

$$i = \sqrt[4]{\frac{3\,560 + 1\,312}{3\,853{,}46}} - 1 = 0{,}060$$

Reaalinen nettotuotto prosentteina on nyt 6,0 % p.a.

9.3 Joukkovelkakirjat

Arvopaperimarkkinoiden toinen tärkeä osa ovat joukkovelkakirjalainamarkkinat. Joukkovelkakirjat ovat kohtuullisen tuoton antavia ja lähes riskittömiä arvopapereita. Sen vuoksi niihin sijoittavat esimerkiksi ne, jotka haluavat turvata säästöjensä tai sijoitustensa nimellisarvon mutta eivät halua ottaa osakekauppaan liittyvää riskiä. Joukkolainoissa markkinariski on pienempi kuin osakkeissa.

Joukkovelkakirjalainat voidaan jakaa kahteen ryhmään: pelkästään korkoa tuottaviin joukkolainoihin ja osakesidonnaisiin joukkolainoihin. Pelkästään korkoa tuottavia joukkolainoja ovat mm. obligaatiot ja debentuurit. Osakesidonnaisia joukkovelkakirjalainoja ovat optio- ja vaihtovelkakirjalainat.

Joukkolainojen osto ja myynti

Joukkolainojen osto- ja myyntikulut ovat lähes samoja kuin osakkeiden vastaavat kulut. Eroina ovat kuitenkin joukkolainoille osingon sijasta maksettava korko sekä se, että joukkolainojen kauppahintaa ei ilmoiteta pörssikurssina vaan prosentteina nimellisarvosta.

Joukkolainojen osto- ja myyntikulut

Korko

- Ostaja maksaa myyjälle koron edellisestä koronmaksupäivästä kaupantekopäivään.
- Korkoa laskettaessa käytetään yleensä todellisia korkopäiviä, jolloin vuoteen tulee 365 korkopäivää, ja korko lasketaan englantilaista tapaa käyttäen.

Välityspalkkio

- Voi olla 1 prosentti kauppahinnasta tai kiinteä maksu, esimerkiksi 10 euroa.
- Välityspalkkiota ei makseta ostettaessa vaan myytäessä.

Muut mahdolliset pankkikohtaiset maksut

ESIMERKKI 7

Pankin joukkolaina laskettiin liikkeeseen 3.1. Laina-aika on 2 vuotta ja sen kiinteä korko on 4,05 prosenttia. Korko maksetaan vuosittain liikkeeseenlaskupäivänä. Henkilö ostaa 2.5. kyseisen joukkolainan 30 000 euron nimellisarvoisen erän kurssiin 99,32. **Määritä ostajan maksama hinta.**

Ostolaskelma

Kauppahinta 99,32 % / 30 000 €	29 796,00 €
+ Korko 30 000 € / 4,05 % / 119 pv	396,12 €
Ostaja maksaa	30 192,12 €

ESIMERKKI 8

Pankki laski 21.3. liikkeeseen kolmen vuoden joukkovelkakirjalainan. Lainan korko on 3,75 prosenttia. Korko maksetaan vuosittain liikkeeseenlaskupäivänä. Henkilö myy 16.8. kyseisen joukkovelkakirjalainan 10 000 euron nimellisarvoisen erän kurssiin 96,50. Määritä myyjän saama hinta, kun välityspalkkio on 10 euroa. Lähdevero on 28 prosenttia.

Myyntilaskelma

Kauppahinta 96,50 % / 10 000 €	9 650,00 €
+ Korko 10 000 € / 3,75 % / 148 pv	152,05 €
– Lähdevero 28 % / 152,05 €	42,00 €
– Välityspalkkio	10,00 €
Myyjä saa	9 750,05 €

9.4 Sijoitusrahastot ja sijoitusvakuutukset

Sijoitusrahasto on pääasiallisesti arvopapereista koostuva rahasto, jonka omistavat siihen sijoittaneet henkilöt ja yhteisöt. Sijoitusrahastot ottavat vastaan varoja asiakkailtaan ja sijoittavat varat valitsemiinsa kohteisiin. Siten sijoitusrahasto muodostuu sijoittajien yhdessä omistamasta arvopaperisalkusta, jota rahoitusyhtiö hoitaa.

Sijoitusrahasto jakautuu keskenään yhtä suuriin rahasto-osuuksiin, joita sijoittaja voi ostaa ja myydä. Rahaston arvo muuttuu päivittäin. Rahastoon sijoittanut vaurastuu, jos rahaston hoitaman salkun arvo kasvaa. Vastaavasti sijoittaja köyhtyy, jos rahaston hoitaman salkun arvo alenee.

Sijoitusrahastot voidaan jakaa sijoituskohteiden mukaan osakerahastoihin, pitkän ja lyhyen koron rahastoihin, yhdistelmärahastoihin, erikoisrahastoihin ja vipurahastoihin. Rahastot voivat olla erikoistuneita tietyn toimialan arvopapereihin tai tietyn maantieteellisen aluen tai maan arvopapereihin. Erikoisrahastot saattavat olla myös eettisiä rahastoja, jolloin ne kieltäytyvät sijoittamasta yrityksiin, jotka käyttävät lapsityövoimaa tai jotka saastuttavat ympäristöä. Vipurahastot sijoittavat varojaan sekä tavanomaisiin arvopapereihin että johdannaisiin. Johdannaiskaupan kohteina ovat tulevat hinnanmuutokset, toisin sanoen ostetaan ja myydään tulevaa kauppatapahtumaa koskevia sopimuksia. Sopimuksen kohteena voi olla esimerkiksi öljyn tai vehnän hinta tulevaisuudessa. **Perusjohdannaisia** ovat **termiinit** ja **osto- ja myyntioptiot.**

Voitonjaon perusteella sijoitusrahastot voidaan jakaa tuottorahastoihin, kasvurahastoihin ja yhdistelmärahastoihin. Tuottorahasto pyrkii jakamaan vuosittain mahdollisimman suuren voitto-osuuden sijoittajille. Kasvurahastot pyrkivät kasvattamaan rahaston arvoa eivätkä ne jaa voittoa lainkaan rahasto-osuuden omistajille, vaan voitto sijoitetaan edelleen. Yhdistelmärahastoilla on sekä tuotto- että kasvuosuuksia.

Sijoitusrahastojen edut

Sijoitusrahasto tarjoaa sijoittajalle mahdollisuuden hyödyntää rahaston asiantuntemusta. Esimerkiksi sijoitusrahaston salkunhoitaja hajauttaa varat useisiin kohteisiin analysoituaan yrityksiä ja markkinatilannetta. Salkunhoitaja myös seuraa jatkuvasti markkinatilannetta ja pitää yhteyttä yrityksiin. Etuna pidetään myös sitä, että rahastosijoitus on helppo muuttaa käteiseksi, sillä sijoitusrahastot ovat velvollisia lunastamaan liikkeelle laskemansa osuudet päivän arvoon milloin tahansa.

Rahasto-osuuksia myydään esimerkiksi pankeissa, vakuutusyhtiöissä ja rahastoyhtiöissä. Myös Internetin kautta voi ostaa ja myydä rahasto-osuuksia.

Vakuutussäästäminen saattaa tehdä rahastosijoittamisesta vielä kannattavampaa, sillä rahastoihin voi sijoittaa myös vakuutuksen kautta. Tällöin kysymykseen tulevat muun muassa eläke-, säästö- ja sijoitusvakuutus.

Kustannukset

Rahastoon sijoittava joutuu maksamaan rahastolle vuosittain hallinnointipalkkiota (0,3–2,8 %) ja säilytyspalkkiota (0–1 %). Lisäksi toimeksiannoista eli rahasto-osuuksien ostamisesta ja myymisestä voidaan periä palkkio eli merkintäpalkkio (0–1%) ja lunastuspalkkio (0–2 %). Rahaston vaihdosta toiseen voidaan myös periä palkkio (0–0,5 %). Kun rahasto-osuudet myydään, joutuu sijoittaja maksamaan rahastosijoituksen tuotosta pääomaveron, joka vuoden 2006 alussa oli 28 prosenttia. Tuottoa laskettaessa bruttotuotosta saa vähentää rahastoyhtiölle maksetut kulut.

ESIMERKKI 9

Sijoitusrahasto lunastaa rahasto-osuuksia seuraavasti:
- rahasto-osuuksien kappalemäärä 151,91987
- osuuden arvo 23,25317 euroa.

Määritä lunastushinta, kun kuluina on vain 1 prosentin lunastuspalkkio.

Lunastusmäärä	3 532,61 €
Lunastuspalkkio	35,32 €
Lunastus yhteensä	3 497,29 €

Tuottolaskelmia

Perinteisten joukkolainojen eli obligaatioiden ja debentuurien tuotto saadaan koron muodossa. Korko voi olla joko kiinteä tai vaihtuva. Vaihtuvakorkoinen joukkolaina sidotaan usein johonkin viitekorkoon, esimerkiksi Suomen Pankin peruskorkoon tai euriboriin.

Osakesidonnaisten joukkolainojen tuotto muodostuu korosta ja mahdollisesta osakkeiden kurssinoususta. Jos osakkeiden kurssit puolestaan laskevat, saa sijoittaja siitä huolimatta kuitenkin koron ja sijoittamansa summan takaisin. Tuottoa voi lisätä se, että lainasta maksettava hinta eli **emissiokurssi** voi olla nimellisarvoa pienempi. Osakesidonnaisten joukkolainojen korko on yleensä alhaisempi kuin perinteisten joukkolainojen korko.

Vaihtovelkakirjalainojen korot ovat yleensä alempia kuin tavallisten joukkolainojen, mutta vaihtovelkakirjalainojen tuotto voi nousta paremmaksi osakkeiksi vaihdon ansiosta. Tämä antaa myös sijoittajalle inflaatiosuojaa, jota tavallinen joukkovelkakirja ei tarjoa.

Sijoittaja voi kartuttaa omaisuuttaan ostamalla säännöllisesti arvopapereita, rahasto-osuuksia tai maksamalla säästövakuutusmaksuja. Näissä tapauksissa yhteinen tuleva arvo voidaan laskea koronkorkolaskun periaatteiden mukaisesti.

ESIMERKKI 10

Vakuutussäästäjä maksaa vuosittain säästövakuutusmaksuja 6 000 euroa. **Kuinka suuri on hänen säästöjensä yhteinen arvo vuoden kuluttua viimeisen eli kymmenennen maksun jälkeen?** Vakuutussäästöille maksetaan kiinteää 3,5 prosentin korkoa.

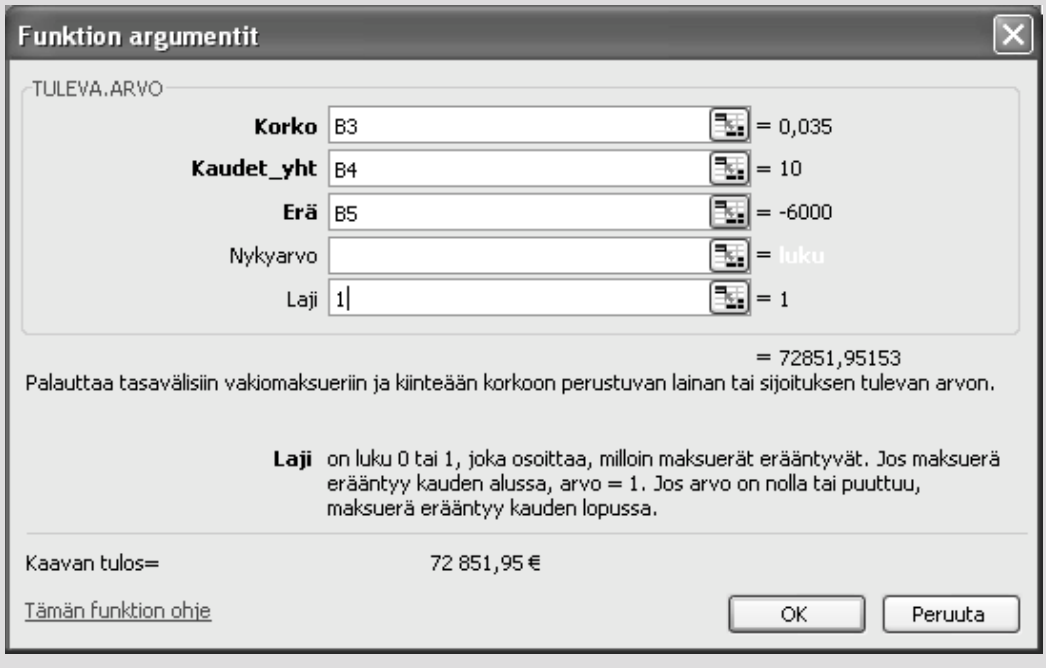
Jaksollisten suoritusten yhteinen loppuarvo on viimeisen maksun tapahduttua:

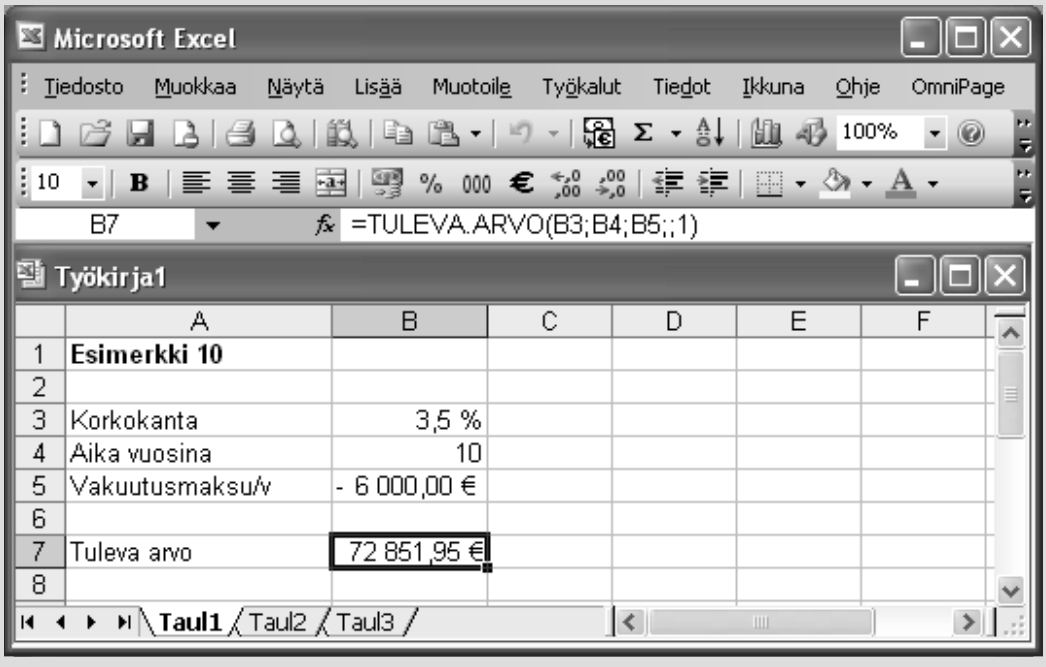
$s_{10/3,5} \cdot 6\,000\ € = 70\,388{,}36\ €$

ja siitä vuoden kuluttua:

$1{,}035 \cdot 70\,388{,}36\ € = 72\,851{,}95\ €.$

Tuloksen saa myös kätevästi Excelillä.





Tulos saadaan myös Excelistä kirjoittamalla suoraan soluun B7 kaavarivillä oleva lauseke. Tällöin on kuitenkin tunnettava hyvin kaavan sisältö. Kaavassa erotetaan eri soluissa olevat arvot toisistaan puolipisteellä. Kaavan loppuosassa olevat kaksi peräkkäistä puolipistettä ilmoittaa, että jotakin mahdollista arvoa (tässä nykyarvoa) ei käytetä.

ESIMERKKI 11

Kun esimerkin 10 säästäjän vakuutussäästö erääntyy, hän nostaa säästyneen summan. **Kuinka paljon säästäjä saa nettorahaa, kun tuotosta (= sijoitetun pääoman ylittävä osuus) menee pääomaveroa 28** prosenttia?

Tuotto: 72 851,95 € – 10 · 6 000 € = 12 851,95 €

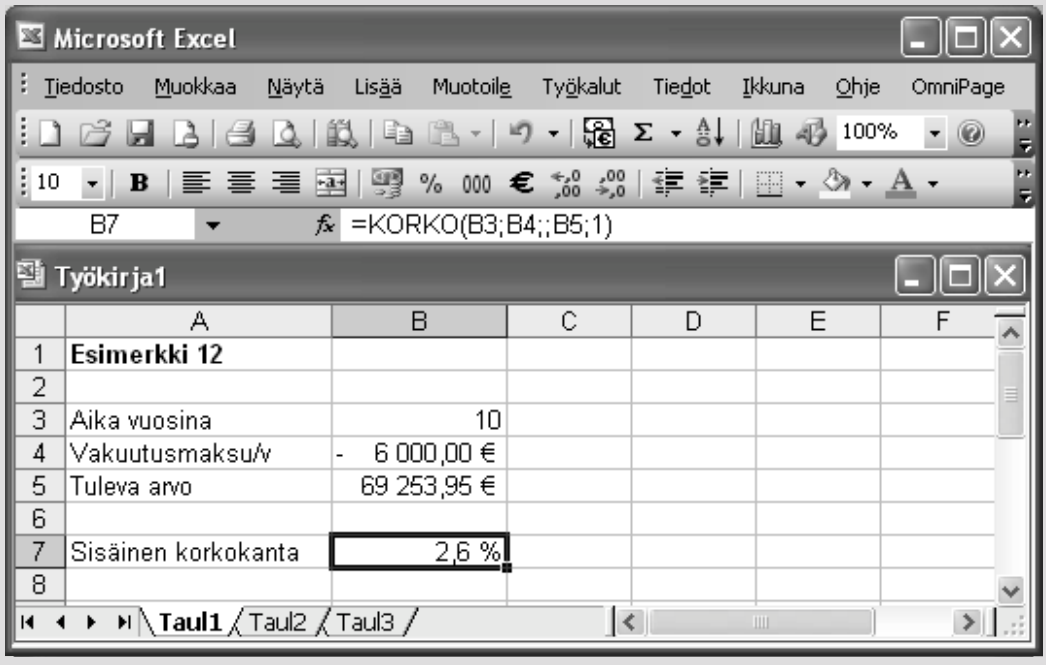
Pääomavero: 0,28 · 12 851,95 € = 3 598 €

Nettorahaa: 60 000 € + (12 851,95 – 3 598) € = 69 253,95 €

ESIMERKKI 12

a) Minkä vuotuisen nettokorkokannan mukaan esimerkin 10 säästäjä sai korkoa säästöilleen? b) Jos inflaatio oli kyseisenä aikana keskimäärin 2,2 prosenttia vuodessa, minkä reaalisen vuotuisen korkokannan mukaan säästäjä sai korkoa säästöilleen?

a) Lasketaan tulos Excelillä.

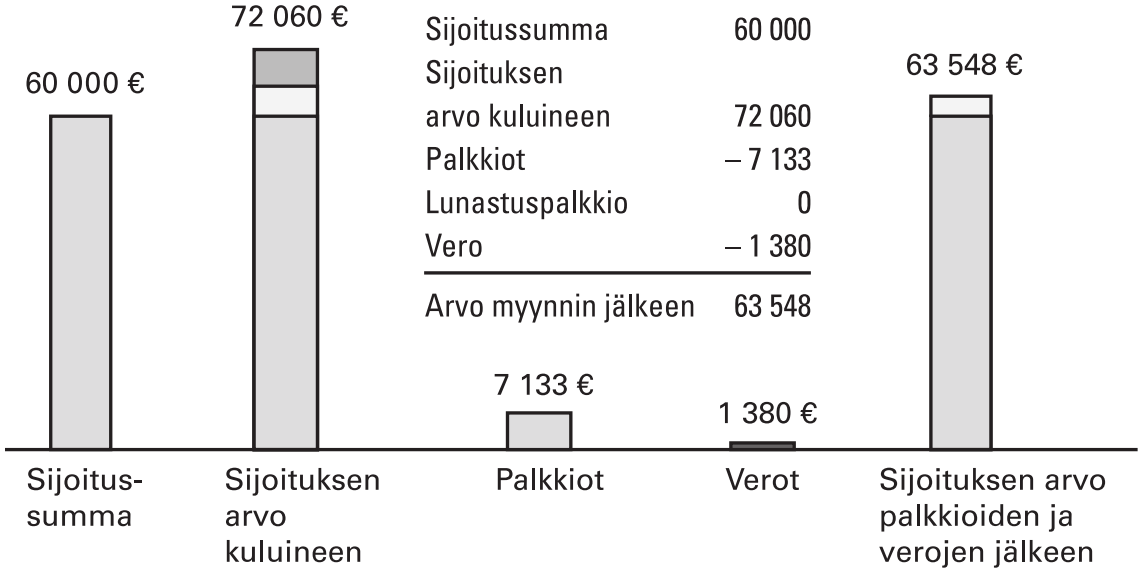


b) Reaalinen korkokanta vuoden aikana on

$$i_r = \frac{0{,}026 - 0{,}022}{1 + 0{,}022} \approx 0{,}004$$ eli noin 0,4 % pa.

Pankkien ja pankkiiriliikkeiden Internet-sivuilla on sijoitustuottolaskureita, joita käyttäen voi arvioida oman sijoituksensa tuottoa. Tällainen on esimerkiksi osoitteessa <www.morningstar.fi>, jonka laskurista on seuraavassa esimerkki.

Laskelma tehty 10 vuodelle.



Sijoituksen odotettu tuotto

Sijoitussumma 6 000 euroa/vuosi 10 vuodelle, Vuosisäästäminen, vuosittainen tuotto 3,5 %, myyntivoittovero 28 %, hallinnointipalkkio 2 %, merkintäpalkkio 0 %, lunastuspalkkio 0 %, muut kulut 0 %.

Vuosittaiset tuotot ja kulut

Vuosi	Sijoitus-summa	Merkintä-palkkio	Sijoituksenarvo kuluineen*	Hallinn. palkkio	Muut kulut	Nimell. tuotto	Sijoituksen arvo
1	6 000	0	6 210	124	0	86	6 086
2	6 000	0	12 633	250	0	173	12 259
3	6 000	0	19 272	378	0	261	18 520
4	6 000	0	26 130	508	0	351	24 870
5	6 000	0	33 211	639	0	441	31 312
6	6 000	0	40 517	772	0	534	37 845
7	6 000	0	48 051	908	0	627	44 472
8	6 000	0	55 818	1 045	0	722	51 194
9	6 000	0	63 820	1 184	0	818	58 012
10	6 000	0	72 060	1 325	0	915	63 548
Totalt:	60 000	0	72 060	7 133	0	4 927	63 548

*Sijoituksen arvo kuluineen 1. vuonna: (sijoitettu summa – merkintäpalkkio) x [(100 + odotettu tuotto-%)/100] + merkintäpalkkio. Seuraavina vuosina: edellisen vuoden sijoituksen arvo x [(100 + odotettu tuotto-%)/100] + merkintäpalkkio + edellisten vuosien hallinnointipalkkiot.

9.5 Riskit

Sijoittamiseen kuuluu olennaisena osana riski. Riskin vastapainona monet näkevät arvopapereiden kurssinousun mahdollisuudet. Sijoitusriski jaetaan kahteen osatekijään: markkinariskiin ja yritysriskiin. **Markkinariski** kuvastaa kurssitason yleistä laskuvaaraa, **yritysriski** puolestaan tarkoittaa tarkasteltavaan yritykseen liittyvää riskiä. Markkinariskiä vastaan voidaan suojautua ostamalla myyntioptioita tai sijoittamalla varat markkinariskin ulottumattomiin, esimerkiksi velkakirjoihin. Yritysriskiä vastaan suojaudutaan sijoittamalla varoja useiden yritysten osakkeisiin.

Riskejä pyritään mittaamaan erilaisten mittareiden avulla. **Volatiliteetti** ilmoittaa, kuinka paljon jonkin ajanjakson tuotto vaihtelee vastaavan jakson pitkäaikaisesta keskiarvosta. Volatiliteetti on tuottojen keskihajonta, ja se ilmaistaan yleensä prosenttilukuna. Mitä suurempi volatiliteetti on, sitä suurempia ovat myös tuottojen vaihtelut.

Riskiä mitataan myös **betakertoimen** avulla. Betakerroin kuvaa yksittäisen osakkeen suhteellista riskiä. Jos suomalaisen osakkeen betakerroin on yksi, tämä osake käyttäytyy kuten Helsingin Pörssin OMX-yleisindeksi. Jos betakerroin on yli yksi, osakkeen hintavaihtelut ovat OMX-yleisindeksiä suurempia. Jos betakerroin taas on alle yksi, osakkeen hintavaihtelut ovat yleisindeksiä pienempiä.

Sijoittajan pitäisi aina muistaa, että arvopapereiden tai rahastojen historialliset tuotot eivät ole tae tulevasta tuotosta.

Sijoitusneuvoja

Pörssisäätiö on laatinut osakesäästäjän huoneentaulun. Se sisältää hyviksi havaittuja neuvoja riskiä karttaville sijoittajille.

OSAKESÄÄSTÄJÄN HUONEENTAULU

1. Sijoita ja toimi pitkällä tähtäimellä.
2. Sijoita osakkeisiin ”kärsivällistä” rahaa.
3. Sijoita niin, että otat huomioon koko varallisuutesi jakauman.
4. Sijoita niin, että otat itsellesi sopivan määrän riskiä.
5. Kiinnitä huomiota sijoituksen likviditeettiin eli siihen, miten nopeasti rahat on irrotettavissa.
6. Sijoita säännöllisesti, jolloin ostat eri hintoihin ja vältät riskin, että sijoitat vain korkeaan hintaan.
7. Sijoita 5–10 eri toimialoilla toimivaan yhtiöön, eli hajauta osakesalkku.
8. Sijoita taloudellisesti eli kiinnitä huomiota kulujen osuuteen.
9. Jos sinulla ei ole aikaa tai taitoa seurata itse sijoituskohteita ja markkinoiden tapahtumia, sijoita osakerahastoon. Sijoitusrahastot sopivat myös pienehköihin sijoituksiin.
10. Sijoita ja seuraa markkinoita. Sijoittamisen maailma on mielenkiintoinen ja tarjoaa lukuisia mahdollisuuksia itsensä kehittämiseen.

Lähde: Suomen Pörssisäätiö

TEHTÄVIÄ

1 Pörssin välityksellä ostetaan 200 kappaletta Yhtymä ABC:n osakkeita kurssiin 41 euroa. Laadi ostolaskelma, kun välityspalkkio on 1 prosentti, eikä muita kuluja peritä.

2 Internetin välityksellä myydään 500 kappaletta Yhtymä BCD:n osakkeita kurssiin 47 euroa. Laadi myyntilaskelma, kun välityspalkkio on 0,5 % ja toimeksiantomaksu 10 euroa.

3 Määritä Yritys Oyj:n nimellisarvo, osinkotuotto, voitto/osake sekä voittotuotto, kun osinko on 0,20 euroa, osinkoprosentti on 0,5, voittokerroin on 77 ja pörssikurssi on 43,10 euroa.

4 Mihin kurssiin edellisen tehtävän osakkeita pitäisi saada ostaa, jotta osinkotuotoksi tulisi 2 prosenttia?

5 Henkilö osti osakkeita, joiden ostohinnaksi kuluineen tuli 20 185 euroa. Hän myy samat osakkeet kolme vuotta myöhemmin ja saa niistä silloin 22 585 euroa. Laske vuotuinen nettotuottoprosentti, kun myyntivoitosta menee pääomaveroa 28 %.

6 Edellisen tehtävän henkilö olisi voinut sijoittaa rahansa (20 185 €) myös 4,0 prosentin joukkolainaan kolmeksi vuodeksi. Olisiko tämä ollut edullisempaa kuin osakkeiden osto? Lähdevero on 28 %.

7 Henkilö osti osakkeita ja maksoi niistä 15 210 euroa. Kahden vuoden kuluttua osakkeet joudutaan myymään, jolloin niistä saadaan 14 936 euroa. Kuinka monta euroa vähemmän henkilöllä on käytössään rahaa nyt verrattuna siihen, että osakkeisiin sijoitetut rahat olisi talletettu 2 prosentin säästötilille. Lähdevero on 28 %.

8 Teknologiaosakkeiden hinta laski siten, että S-osakkeen hinta laski puolessatoista vuodessa 94 eurosta 10,70 euroon. Laske keskimääräinen vuotuinen laskuprosentti.

9 8 000 euroa maksanut osake-erä myydään kolme vuotta myöhemmin hintaan 10 821 euroa. Vuotuinen inflaatio oli samaan aikaan keskimäärin 2,1 %. Laske osake-erän reaalinen nettotuottoprosentti vuodessa, kun pääomavero on 28 %.

10 Edellisen tehtävän osakkeista saatiin osinkoa näiden kolmen vuoden aikana nettona yhteensä 215 euroa. Mikä on reaalinen nettotuottoprosentti nyt?

11 Henkilö osti osakkeita maksaen niistä 5 100 euroa. Kolmen vuoden kuluttua osakkeet joudutaan myymään, jolloin niistä saadaan 4 723 euroa. Vuotuinen inflaatio oli samaan aikaan keskimäärin 1,5 %. Kuinka suuri vähintään pitäisi osinkojen nettomäärän olla yhteensä, jotta reaalinen nettotuottoprosentti ei jäisi negatiiviseksi?

12 Henkilö ostaa osakkeita 20 000 eurolla, johon lisätään kuluja yhteensä 1 prosentti. Mihin hintaan osakkeet pitäisi pystyä myymään kahden vuoden kuluttua, kun myyntihinnasta vähennetään kulut (1 prosentti) ja myyntivoitosta menee pääomaveroa 28 prosenttia, jos vuotuiseksi keskimääräiseksi nettotuotoksi halutaan 5 prosenttia?

13 Joukkolaina lasketaan liikkeeseen 5.9. Laina-aika on kolme vuotta ja sen korko on 4,80 %. Korko maksetaan vuosittain liikkeeseenlaskupäivänä. Henkilö ostaa 17.10. kyseisen joukkolainan 5 000 euron nimellisarvoisen erän kurssiin 100. Määritä ostajan maksama hinta, kun ostamisesta ei aiheudu koron lisäksi muita kuluja.

14 Suomen valtio laskee 26.5. liikkeeseen kahden vuoden joukkolainan, jonka korko on 3,40 %. Henkilö ostaa 23.9. nimellisarvoltaan 4 500 euron erän kurssiin 101. Määritä ostohinta, kun ostamisesta ei aiheudu koron lisäksi muita kuluja.

15 Eläkevakuutussijoittaja tekee sopimuksen, jossa hän tallettaa vuosittain 2 000 euroa seuraavien 15 vuoden ajan. Eläkevakuutukselle maksetaan kiinteää 3,5 prosentin korkoa ja sen lisäksi tuloksen perusteella maksettavaa lisäkorkoa, joka on viime vuosina ollut 3 prosenttia. Oletetaan, että näin on myös tulevaisuudessa. Kuinka suuri on sijoittajan säästöjen yhteinen arvo vuoden kuluttua viimeisestä talletuksesta?

16 Edellisen tehtävän sijoittaja nostaa säästyneen summan. Kuinka paljon säästäjä saa nettorahaa, kun tuotosta menee pääomaveroa 28 %?

17 a) Minkä vuotuisen nettokorkokannan mukaan tehtävän 15 sijoittaja sai korkoa sijoituksilleen?

b) Jos inflaatio oli kyseisenä 15 vuotena keskimäärin 1,7 prosenttia vuodessa, minkä reaalisen korkokannan mukaan sijoittaja sai korkoa sijoitukselleen?

18 Tutustu johonkin Internetistä saatavaan tuottolaskuriin.

Kaavakokoelma

1 Prosenttilasku

$M = (1 \pm i) \cdot A$

$L = (1 \pm i_1)(1 \pm i_2) \ldots (1 \pm i_n) \cdot A$

$L = (1 \pm i)^n \cdot A$

A = alkuperäinen arvo
M = muuttunut arvo
L = lopullinen arvo
i = prosenttiluku desimaalimuodossa

2 Indeksit

$$I_n\,(P) = \frac{p_n}{p_0} \cdot 100$$

$I_n\,(P)$ = hintasuhde
p_n = vertailuajankohdan hinta
p_0 = perusajankohdan hinta

$$I_n\,(Q) = \frac{q_n}{q_0} \cdot 100$$

$I_n\,(Q)$ = määräsuhde
q_n = vertailuajankohdan määrä
q_0 = perusajankohdan määrä

$$I_n = \frac{\sum p_{ni} \cdot q_{0i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{0i}} \cdot 100$$

I_n = Laspeyresin indeksi
p_{ni} = i:nnen tuotteen vertailuajankohdan hinta
p_{0i} = i:nnen tuotteen perusajankohdan hinta
q_{0i} = i:nnen tuotteen perusajankohdan määrä

$$p_n = \frac{P_n}{I_n} \cdot I_0$$

p_n = vertailuajankohdan muunnettu arvo
P_n = vertailuajankohdan alkuperäinen arvo
I_n = vertailuajankohdan indeksi
I_0 = perusajankohdan indeksi

4 Korkolasku

$r = k \cdot i \cdot t$

r = korko euroina
k = pääoma
i = korkokanta desimaalimuodossa
t = aika vuosina ($0 \leq t \leq 1$)

$K = (1 + i \cdot t) \cdot k$

K = kasvanut pääoma

$$k = \frac{K}{1 + i \cdot t}$$
$$= (1 + i \cdot t)^{-1} \cdot K$$

k = alkuperäinen pääoma

$$\bar{p} = \frac{\sum k_i \cdot p_i}{\sum k_i}$$

$\bar{p}$ = keskikorkokanta (korkoaika vakio)
k_i = *i:*nnes pääoma
p_i = *i:*nnes korkokanta

$$\bar{p} = \frac{\sum t_i \cdot p_i}{\sum t_i}$$

$\bar{p}$ = keskikorkokanta (pääoma vakio)
t_i = *i:*nnes korkoaika
p_i = *i:*nnes korkokanta

5 Koronkorkolasku

$K_n = (1 + i)^n \cdot k$
$= r^n_p \cdot k$

r^n_p = koronkorkotekijä
K_n = kasvanut pääoma
k = alkuperäinen pääoma
i = korkokanta desimaalimuodossa
n = korkojaksojen lukumäärä

$J = (1 - i)^n \cdot k$

J = jäännösarvo
i = poistoprosentti desimaalimuodossa

$$k = \frac{1}{(1+i)^n} \cdot K$$
$= (1 + i)^{-n} \cdot K$
$= v^n_p \cdot K$

v^n_p = diskonttaustekijä
k = alkuperäinen pääoma
K = kasvanut pääoma (tuleva arvo)

$$i = \sqrt[n]{\frac{K}{k}} - 1 = \left(\frac{K}{k}\right)^{1/n} - 1$$

i = korkokanta desimaalimuodossa

$$i_r = \frac{i_n - i_h}{1 + i_h}$$

i_r = reaalinen korkokanta desimaalimuodossa
i_n = nimellinen korkokanta desimaalimuodossa
i_h = inflaatioprosentti desimaalimuodossa

$$p_k\,\% = 100 \cdot ((1 + i)^{360\,/\,\mathrm{d}} - 1)\,\%\ \text{p.a.}$$

p_k = konforminen korkokanta prosentteina
d = päivien lukumäärä saksalaisen tavan mukaan

$$n = \frac{\log\left(\frac{K}{k}\right)}{\log(1 + i)}$$

n = aika korkojaksoina

$$S = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot k = s_{n/p} \cdot k$$

$s_{n\,/\,p}$ = jaksollisten suoritusten prolongaatiotekijä
S = jaksollisten suoritusten loppuarvo
n = suoritusten lukumäärä
k = jaksollinen suoritus

$$k_m = (1 + j)^{m-1} \cdot k_1$$

k_1 = ensimmäinen suoritus
k_m = m:s suoritus
j = muutosprosentti desimaalimuodossa

$$S = \frac{(1+i)^n - (1+j)^n}{i - j} \cdot k_1,\ j \neq i$$

S = suoritusten loppuarvo
i = korkokanta desimaalimuodossa
j = muutosprosentti desimaalimuodossa
k_1 = ensimmäinen suoritus

$$S = n \cdot (1 + j)^{n-1} \cdot k_1,\ j = i$$

S = suoritusten loppuarvo
j = muutosprosentti desimaalimuodossa

$$n = \frac{\log\left(\frac{i \cdot S}{k} + 1\right)}{\log(1 + i)}$$

n = korkojaksojen lukumäärä

$$A = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \cdot k = a_{n/p} \cdot k$$

$a_{n/p}$ = jaksollisten suoritusten diskonttaustekijä
k = jaksollisen suorituksen suuruus
n = suoritusten lukumäärä
A = jaksollisten suoritusten alkuarvo

$$A = \frac{(1+i)^n - (1+j)^n}{(1+i)^n \cdot (i-j)} \cdot k_1, \quad j \neq i$$

A = suoritusten alkuarvo
i = korkokanta desimaalimuodossa
j = muutosprosentti desimaalimuodossa
k_1 = ensimmäinen suoritus

$$A = \frac{n}{1+j} \cdot k_1, \quad j = i$$

A = suoritusten alkuarvo
j = muutosprosentti desimaalimuodossa

$$k = \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \cdot A = c_{n/p} \cdot A$$

$c_{n/p}$ = annuiteettitekijä
A = lainasumma

$$K = e^i \cdot k$$

K = kasvanut pääoma jatkuvassa korkolaskussa
k = pääoma
i = korkointensiteetti desimaalimuodossa

$$K_t = e^{i\,t} \cdot k$$

K_t = kasvanut pääoma jatkuvassa korkolaskussa
t = korkoaika vuosina

$$k = e^{-i\,t} \cdot K$$

k = diskontattu arvo
K = Kasvanut pääoma (tuleva arvo)

$$p_k\,\% = 100 \cdot (e^i - 1)\ \%\ \text{p.a.}$$

p_k = konforminen korkokanta prosentteina
i = korkointensiteetti desimaalimuodossa

$i_k = ln\,(1 + i)$

i_k = konforminen korkointensiteetti desimaalimuodossa

6 Luotot

$$\sum_{k=1}^{m} A_k(1+i)^{-t_k} = \sum_{k=1}^{n} M_k(1+i)^{-t'_k}$$

A_k = luoton k. nostoerä
t_k = luoton 1. ja k. nostoerän välinen aika vuosina
m = luoton nostoerien lukumäärä
M_k = luoton k. takaisinmaksuerä
t'_k = 1. noston ja k. takaisinmaksuerän välinen aika vuosina
n = luoton takaisinmaksuerien lukumäärä

$$A = \sum_{k=1}^{n} \frac{M_k}{(1+i)^{t_k}}$$

A = luoton käteisarvo, kun nostokulut on vähennetty
M_k = luoton k. takaisinmaksuerä
n = takaisinmaksuerien lukumäärä
t_k = luoton noston ja *k.* takaisinmaksuerän välinen aika vuosina ja sen osina
i = todellinen vuosikorko desimaalimuodossa

$$P = \frac{200 \cdot 12 \cdot R}{K \cdot (T + L)}$$

P = todellinen vuosikorko prosentteina
R = luottokustannukset
K = luottomäärä
T = luottoaika kuukausina
L = maksuerien väli kuukausina

$$\text{Leasingkerroin} = \frac{100 - J \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{-t}}{1 + \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{t-1} - 1}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{t-1} \cdot \frac{i}{12}}}$$

i = vuotuinen tuottovaatimus desimaalimuodossa

t = leasingkauden pituus kuukausina

J = jäännösarvo prosentteina rahoitusmäärästä

Excelin funktioita

Aluksi valitaan funktioluokka:

Rahoitus	Financial	
Kalenteri	Date &Time	
Matemaattiset ja trigonometriset	Math &Trig	
Suomi	**Englanti**	**Merkitys**
EKSPONENTTI	EXP	e korotettuna annettuun potenssiin
IPMT	IPMT	kertyvä korko
KORKO	RATE	jakson korkokanta
MAKSETTU.LYHENNYS	CUMPRINC	kumulatiivinen lyhennysten määrä
MAKSU	PMT	jaksollinen maksu
NA	PV	jaksollisten suoritusten nykyarvo
NJAKSO	NPER	jaksojen lukumäärä
NNA	NPV	suoritusten nettonykyarvo
PPMT	PPMT	lyhennys annetulla kaudella
PÄIVÄT360	DAYS360	aika saksalaisen tavan mukaan
SISÄINEN.KORKO	IRR	sisäinen korkokanta
TULEVA.ARVO	FV	jaksollisten suoritusten tuleva arvo
SISÄINEN.KORKO. JAKSOTON	XIRR	suoritusten sisäinen korkokanta

Tehtävien vastauksia

1 Prosenttilasku

1 0,75 %

2 a) 4,8 %, b) 39,2 %

3 a) 11,6 %, b) 10,4 %

4 25,2 %, 16,0 %, 14,8%, 11,0 %, 10,6 %, 22,4 %

5 85,4 %, 6,3 %, 4,0 %, 3,1 %, 1,2 %

6 a) 5,6 %, b) 1146,7 milj. €, c) 1149,9 milj. €

7 14,3 %

8 40 231 €

9 272 €

10 392 €, 546 €

11 a) 110 €, b) 449,50 €, c) 120 €

12 55,50 €

13 78 €

14 12,4 %

15 25 %

16 166 000 kpl

17 75 000 €

18 1 650

19 a) 3 693 000, b) 4 057 000

20 a) 16,4 %, b) 15 700 €

21 125 000 €

22 155 000 €

23 a) 3,70 €, b) 46 €

24 5,1 litraa

25 3,75 litraa

26 a) 529,20 €, b) 17,6 %

27 343 €

28 a) 4046 €, b) 6000 €

29 25 000 €

30 +0,1 %-yks.

31 +0,6 %-yks.

32 a) 15,9 %, 15,8 %, b) –0,1 %-yks.

33 +2,9 %

34 a) 17,6 %, b) 20 %

35 13,0 %

36 45 %

37 a) 6,7 %, b) 0 %

38 +10,3 %-yks.

39 a) Ei, b) 138 900 €

40 a) 4, b) 3

41 a) 7, b) 22

42 5,3 %

43 a) 147,65 €, b) 860 €, c) 7 090,80 €

44 4 890,80 €

45 a) 2 621,50 €, b) 3 981,90 €, c) 13 456,90 €

46 Nettopalkka on 1 762,67 €/kk.

47 Nettopalkka on 2 017,24 €/kk.

48 Lisäveron määrä on 85 €.

49 a) 378 €, b) 5 320 €, c) 6 832 €

50 Merja maksoi pääomatuloistaan veroja 1 287,00 € ja hänen nettopääomatulonsa olivat 3 309,50 €.

51 4 480 €

52 8 501 €

53 a) 2 095 €, b) 4 190 €

54 3 161 €

55 a) 15 400 €, b) 31 650 €
Huomaa, että verotettavan perintöosuuden arvo pyöristetään alaspäin täyteen 100 euroon.

56 a) 12 270 €, b) 2 265 € pienempi

57 Lahjaveron määrä oli 3 135 € ja mökki tuli maksamaan veroineen 48 135 €.

58 a) 425 €, b) 1 275 €

59 Yrittäjäyhdistys maksoi perintöveroa 65 205 € ja myytyään asunnon luovutusvoitosta veroa 6 160 €, joten se sai kaikkiaan rahaa asunnosta 100 635 euroa.

60 735 €

61 a) 38,77 €, b) 18,03 %

62 a) 2,70 €, b) 7,41 %

63 a) 0,81 €, b) 5,39 €, c) 71,77 €

2 Indeksit

1 100, 100, 155, 209, 445, 700, 636, 573, 836, 1091

2 100,0; 109,4; 107,6; 101,4; 100,2; 97,8; 107,1; 111,6; 125,9; 118,3

3 100,0; 106,5; 110,1; 113,7; 115,0; 120,7

100,0; 108,5; 111,8; 113,2; 115,4; 119,6

100,0; 107,8; 110,7; 111,9; 112,8; 118,0

100,0; 107,9; 111,7; 111,7; 114,9; 120,9

5 +1,8 %

7 93,58 €; 20 343 €

8 1 239 €

9 a) 329,55 €, b) 335,45 €, c) 109,6

10 66 568 €

11 a) 2,9 %, b) 3,0 %

12 3,1 %

13 –2,2 %

14 +2,6 %

15 +4,0 %

16 –0,9 %

17 2 561 €

18 a) 2,8 %, b) +3,7 %

19 120,7

20 0,8 %

21 a) 130,9; 133,0; 135,2; 136,8; 142,2
b) 137,8; 140,1; 142,4; 144,1; 149,7

3 Valuutat

1 a) 1,15 USD, b) 11,47 USD,
c) 114,70 USD, d) 344,10 USD

2 a) 333,98 GBP, b) 834,94 GBP,
c) 2003,85 GBP

3 a) 3 257,57 DKK, b) 598,49 CAD,
c) 675,06 CHF

4 a) 0,12 EUR, b) 1,43 EUR,
c) 1,02 EUR, d) 6,21 EUR

5 a) 0,54 %, b) 4,9 %

6 a) 6 638,03 EUR b) 15 847,78 EUR
c) 9 373,50 EUR d) 93 346,14 EUR

7 5 608,65 SEK ja 2 673,70 NOK

8 36 161,95 THB

9 216,05 EUR

10 146 124,23 EUR

11 a) 497 042,00 EUR, b) 61 068,80 USD, c) 7 284 680,00 JPY,
d) 807 123,20 EEK

12 158 544,00 USD ja 160 459,50 CAD

13 4 131 125,40 EUR

14 Noin 70 % enemmän

15 8 610 DKK, joka on 1 183,65 EUR, kun vaihtopalkkio otetaan huomioon.

16 Tuontihinta on noussut 7,1 %.

17 Nettovelka on 171 305,40 EUR.

18 Velka vähenee 4,2 %

19 Kurssivoitto oli 18 016 EUR, eli noin 1,2 %.

20 357,80 EUR

21 a) Suomalaisen hyödykkeen hinta Yhdysvaltain markkinoilla on alentunut 10 %.
b) Yhdysvaltalaisen hyödykkeen hinta on suomalaisen ostajan kannalta noussut 11,1 %.

22 a) Tuontihinnat kohoavat 19,6 %.
b) Vientihinnat alenevat 12,6 %.

23 Hinta nousee ulkomaalaisen ostajan kannalta noin 2 %.

24 Hintoja tulisi laskea 7,4 %.

4 Korkolasku

1 a) 201,60 €
b) 374,40 €
c) 252,00 €
d) 86,40 €

2 a) 36 500 €
b) 18 250 €
c) 109 500 €
d) 50 000 €

3 a) 2,2 %
b) 2,5 %
c) 1,75 %
d) 1,5 %

4 a) 146 pv
b) 200 pv
c) 125 pv
d) 80 pv

5 5 kk

6 27.10.

7 22.2.

8 9 930 €

9 2 383 €

10 1 605, 25 €

11 13.3.

12 2,218 %

13 11,6 %, 232 €

14 24 540 €

15 893 €

16 a) 120 000 €
b) 123 900 €

17 4,36 %

18 2,0 %

19 203 pv

5 Koronkorkolasku

1 a) 57 507,39
b) 11,6395

2 a) 27 001,43 €
b) 27 249,72 €
c) 26 857,73 €

3 180 435,63 €

4 21,7 %

5 38 480 €

6 a) 1140 900 €
b) 5 400 €

7 107 000 €

8 16 572,08 €

9 6 615,43 €

10 14 328,17 €

11 4 305,30 €

12 81 800 €

13 a) 18 803 €
b) 28 677 €

14 86 000 €

15 a) 100 000 €
b) 155 500 €

16 8 796,25 €

17 30 477 €

18 394 820 €

19 20 582,19 €

20 I 56 555,22 €
II 57 565,74 € (paras)
III 55 000 € (huonoin)

21 Kyllä

22 12 500 €

24 4 201,75 €

25 1 800 €

26 –27,1 %

27 9,4 %

28 1,2 %

29 0,9 %

30 9,5 %

31 5,4 %

32 a) 14,9 % p.a.
b) 7,2 % p.s.

33 9,5 %

34 14,5 % pa.

35 a) 4,2 % pa.
b) 42 000 milj. km

36 2,1 % pa.

37 3,9 %

38 5,6 %

39 5,3 %

40 1,9 %.

41 5,8 %

42 11 900 €

43 3,5 %

44 11,3 % pa. (laskua)

45 7 v

46 7 v

47 3 v

48 Noin 11 vuodessa

49 $n = 3$ v

50 Auton ikä on noin 9 vuotta.

51 $n = 6{,}5$ v

52 19,6 % p.a.

53 4,9 % p.s.

54 a) 3 1/3 % per 4 kk
b) 3,3 % per 4 kk

57 6 613,19 €

58 106 182,72 €

59 48 173,33 €

60 7 875,16 €

61 a) 6 108,73 €
b) 6 109,04 €

62 138 896,86 €

63 40 450 €

64 904,32 €

65 4 022,63 €

66 40 834,23 €

67 3 118,76 €

68 25 126,13 €

69 8 471,86 €

70 $k_1 = 2\ 117{,}07$ €

71 11 196,82 €

72 a) 63 185,46 €
b) 69 910,78 €

73 Kuukausikorvaus matemaattisesti edullisempi.

74 1 923 076,92 € (vähintään)

75 a) 234 529,27 €
b) 322 350,34 €

76 $k_1 = 1\ 443{,}34$ €
$k_{20} = 2\ 102{,}67$ €

77 8 516,06 €

78 6 368,87 €

79 68 160,26 €

80 8 217,75 €

81 36,06 €

82 13,10 €

83 480,67 €

84 I 19 058,66 €
II 542,54 €
III 8 520,08 €

85 23 %

86 32 603,06 €

87 7 v 11 kk

88 13,1 %

89 a) 14 918,25 €
b) 10 609,64 €

90 a) 32 072,35 €
b) 25 594,29 €
c) 23 477,81 €

91 a) 15 v
b) 2,0 % pa.

92 a) 17 v
b) 1,7 % p.a.

93 35 v

94 a) 12 v 10 kk
b) $t = (ln\ 2)/(0{,}72 * i)$

95 a) 67 705,69 €
b) 71 319,53 €
c) 75 588,87 €

96 17 v 4 kk

97 a) 1 200 000 yks.
b) 23 v

99 25 v

100 12,5 v

101 6,18 % p.a.

6 Luotot

1 Todelliset vuosikorot ovat:
a) 5,24 % b) 4,24 % c) 3,11 %.

2 a) 6.8. maksetaan 84 760,55 € ja 6.11. maksetaan 121 451,84 € (englantilainen tapa).
b) 5,27 %

3 Tämä vaihtoehto on hieman edullisempi: p_{TOD} % = 5,21 %.

4 6,11 %

5 4,00 %

6 b) 5,70 %

7 Todelliset vuosikorot ovat 5,49 % ja 5,47 %, eli jälkimmäinen on hieman edullisempi.

9 a) 931,93 €, b) 628,25 €,
c) 749,75 €, d) 93,03 €

10 a) 831,42 €, b) 19 770,40 €,
c) 4,73 %

11 Noin 60 000 euron luoton

12 Noin 15 € enemmän kuukaudessa

13 4,35 %

14 Tämä luotto on edullisempi, sen todellinen vuosikorko on 4,00 %.

15 a) Korkoja maksetaan vaihtoehdossa A yhteensä 9 387,84 € ja vaihtoehdossa B 11 258,80 €.
b) Todellinen vuosikorko vaihtoehdossa A on 4,40 % ja vaihtoehdossa B myös 4,40 %.

16 Noin 750 € kuukaudessa

17 a) 700,10 €, b) 2,8 %,
c) 5 kuukaudella

18 a) 874,16 € ja 892,29 €, b) 4,14 %

19 Laina-aika pitenee 4 kuukautta.

20 14,84 %

21 a) 725,25 €, b) 7,82 %

22 22,4 %

23 a) 376,60 €, b) 8,41 %

24 Kuukausierä on 51,25 € ja todellinen vuosikorko on 18,5 %.

25 Kuukausierä on 117,00 €, luottohinta 2 946 € ja todellinen vuosikorko 23,3 %.

26 4,94 %

27 Pankkiluoton todellinen vuosikorko on 4,62 %.

28 Todelliset vuosikorot ovat 4,97 % ja 25,4 %.

29 14,8 %

30 18,5 %

31 Leasingkerroin on 2,0857 % ja vuokra 2085,70 €/kk.

32 Leasingkerroin on 3,0186 % ja vuokra 603,70 €/kk.

33 Vuokra alenee 8,4 %.

34 14,1 %

35 2,897 %

36 18,6 %

37 20 %

38 Auto kannattaa ostaa pankkilainalla, koska sen todellinen vuosikorko on 6,82 %. Jos auto hankitaan leasingilla, todellinen vuosikorko on 7,51 %.

40 Kuukausierä ilman käsittelymaksua on 589,75 €.

7 Investointilaskelmat

1 Noin 2,5 vuotta

2 Noin 3,5 vuotta

3 ROI $= 0{,}42 = 42$ %

4 ROI $= 0{,}26 = 26$ %

5 a) TNA – KNA $= 4\,300$ €
b) TNA – KNA $= 30\,000$ €
c) TNA – KNA $= 15\,000$ €

6 TNA – KNA $= 46\,000$ €

7 Nykyarvomenetelmää käytettäessä molemmat vaihtoehdot ovat yhtä edullisia, koska myös tässä tapauksessa TNA – KNA $=$ 46 000 €. Annuiteettimenetelmällä edellisessä vaihtoehdossa TA – MA $\approx 10\,000$ € ja jälkimmäisessä TA – MA $\approx 8\,000$ €.

8 Edellisessä vaihtoehdossa suhteellinen nykyarvon on 1,27 ja jälkimmäisessä 1,19, joten edellinen vaihtoehto on hieman edullisempi.

9 TNA – KNA $= 27\,000$ €

10 TA – MA $= 32\,500$ €

11 TA – MA = 41 000 €, eli käytetty on taloudellisesti edullisempi.

12 a) Vähintään 415 000 €,
b) Vähintään 434 000 €

13 Noin 25 %

14 Vähintään 8 vuotta

15 a) A: TNA – KNA = 146 000 €;
B: TNA – KNA = 143 000 €
b) A: TNA – KNA = 72 000 €;
B: TNA – KNA = 84 000 €

16 Jos hankitaan uusi tietojärjestelmä, nettovuosimeno on 37 000 €. Uuden työntekijän palkkaaminen (36 000 €/v) on siten hieman edullisempaa.

17 Jos hankitaan uusi tietojärjestelmä, nettokustannusten nykyarvo on 148 000 €. Työntekijän palkkakustannusten nykyarvo on 155 000 €, joten tietojärjestelmän hankkiminen on edullisempaa.

18 a) Jos alue asfaltoidaan, kustannusten nykyarvo on 150 000 €. Jos aluetta ei asfaltoida, kustannusten nykyarvo on 162 000 €.
b) Jos alue asfaltoidaan, kustannusten nykyarvo on 141 000 €. Jos aluetta ei asfaltoida, kustannusten nykyarvo on 138 000 €.

19 Rakennettaessa nettovuosimeno on 75 000 €. Molemmat vaihtoehdot ovat siten yhtä edullisia.

20 Vuosivuokra voi olla enintään 28 000 €.

21 Enintään 106 000 €

22 Nettovuosimenot: vanha kone 8 900 €, uusi kone 7 500 €

23 104 % enemmän eli uuden maalin hinta voi olla yli kaksinkertainen entiseen maaliin verrattuna.

24 Nettovuosimenot: uusi auto 5 200 €, vanha auto 4 800 €. Vaihtaminen ei kannata vielä.

25 Enintään 41 % enemmän

26 a) 12,4 %, b) 18,5 %, c) 11,7 %

27 10,7 %

28 Investoinnin sisäinen korkokanta on 12,6 %, joten uudistaminen kannattaa.

29 Enintään 470 000 €

30 Investoinnin sisäinen korkokanta on 11,1 %.

31 TA – MA = 1 600 €. Investointipäätöstä ei tarvitse purkaa.

32 Investoinnin sisäinen korkokanta on 9,8 %.

33 Sisäinen korkokanta on 10,0 %.

34 Enintään 2,1 milj. €

35 Nettovuosimenot ovat seuraavat: A 31 000 €, B 34 000 €. Vaihtoehto A on edullisempi.

36 a) Optimistisen vaihtoehdon toteutuessa nettovuosimenot ovat: A 30 000 €, B 33 000 €.
b) Pessimistisen vaihtoehdon toteutuessa nettovuosimenot ovat: A 37 000 €, B 40 000 €.

37 a) TNA – KNA = 578 000 €
b) TNA – KNA = 1 229 000 €
c) TNA – KNA = 13 000 €
d) TNA – KNA = 1 019 000 €

8 Hinnoittelu

1 b) $K = 620\,000$ €; $k = 62$ €/kpl,
c) 9,7 % pienemmät

2 b) $x \approx 4\,350$ kpl,
c) $V(6\,000) = 38\,000$ €;
$V(10\,000) = 130\,000$ €

3 a) $K(1\,800) = 9\,760$ €;
$k(1\,800) = 5{,}42$ €, b) $K(3\,000)$
$= 13\,600$ €; $k(3\,000) = 4{,}53$ €

4 b) $x \approx 2\,900$, d) $V(2\,000)$
$= -1\,200$ €; $V(3\,500) = 900$ €

5 b) $K(80\,000) = 253\,000$ €;
$k(80\,000) = 3{,}16$ €, c) $K(90\,000)$
$= 274\,000$ €; $k(90\,000) = 3{,}04$ €

6 a) $x \approx 77\,000$ kpl/v
b) $KT(70\,000) = 77\,000$ €;
$V(70\,000) = -8\,000$ €; $KT(100\,000)$
$= 110\,000$ €;
$V(100\,000) = 25\,000$ €

7 $x > 100\,000$ kg

8 b) Tuote A: $V(120\,000) = 22\,000$ €;
Tuote B: $V(120\,000) = 18\,000$ €

9 a) Tuotetta B, jonka yksikkökatetuotto on 80 €/kpl
b) Tuotetta B, jonka kokonaiskatetuotto on 64 000 €
Tuotetta C ei kannata alkaa valmistaa, koska sen valmistus on tappiollista kaikilla suoritemäärillä.

10 a) 16,50 € ja 91,50 €, b) 193,60 € ja 1 073,60 €, c) 352 € ja 1 952 €

11 a) 21,65 € ja 98,35 €, b) 80,25 € ja 364,75 €, c) 250,65 € ja 1 139,35 €

12 23 896,59 €

13 Voitto maksimoituu, kun polkupyörien myyntihinta on 425 €/kpl. Kokonaiskatetuoton maksimiarvon 61 250 €.

14 62 €/kpl

15 Vähittäismyyntihinta on 872 € ja tilitettävä alv on 22 €.

16 a) 60,00 €, b) 2,70 €

17 17,2 %

18 a) 2,20 €, b) 15,80 €, c) 452 €

19 a) 136 €, b) 333,60 €

20 Bruttomyyntihinta on 91,50 €/pari.

21 Tulos on 5 000 € kaudessa.

22 $x = 286$ paria

23 Bruttomyyntihinta on 612 €/kpl.

24 Tilikauden tulos on n. 11 800 €.

25 $x = 90$ kpl tilikaudessa

26 9,85 €/kg

27 a) Alenee 7,1 %. b) Nousee 4,9 %.

28 Kerroin on 1,89. Bruttomyyntihinnat ovat seuraavat:
leipä 2,85 €/kpl; voi 4,15 €/kg.

29 390 €/kpl

30 52 €/kpl

31 Veroton myyntihinta oli aluksi 1 980 €/kpl ja myöhemmin 2 056 €/kpl. Vastaavat verolliset hinnat ovat 2 415,60 €/kpl ja 2 508,60 €.

32 23,6 %

33 Uusi myyntikateprosentti on 20 %.

34 Uusi verollinen myyntihinta on 2 562 €.

9 Arvopaperit

1 8 282 €

2 23 372,50 €

3 40 €; 0,46 %; 0,56 €; 1,3 %

4 10 €

5 2,8 % p.a.

6 Kyllä

7 715 €

8 76,5 % p.a.

9 5,6 % p.a.

10 6,4 % p.a.

11 610 €

12 23 309 €

13 5 027,62 €

14 4 595,30 €

15 51 508 €

16 45 486 €

17 a) 2,8 % p.a.
b) 1,1 % p.a.